

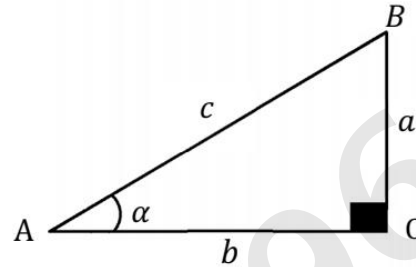
تعریف نسبت های مثلثاتی در مثلث قائم الزاویه:

$$\sin \alpha = \frac{\text{ضلع رو به رو به زاویه } \alpha}{\text{وتر}} = \frac{\text{ضلع مقابل به زاویه } \alpha}{\text{وتر}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{ضلع مجاور زاویه } \alpha}{\text{وتر}} = \frac{\text{ضلع مجاور به زاویه } \alpha}{\text{وتر}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{ضلع رو به رو به زاویه } \alpha}{\text{ضلع مجاور زاویه } \alpha} = \frac{\text{ضلع مقابل به زاویه } \alpha}{\text{ضلع مجاور به زاویه } \alpha}$$

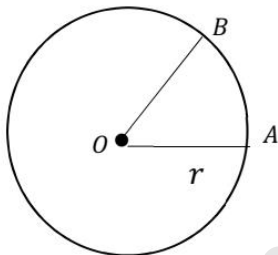
$$\cot \alpha = \frac{\text{ضلع مجاور زاویه } \alpha}{\text{ضلع رو به رو به زاویه } \alpha} = \frac{\text{ضلع مجاور به زاویه } \alpha}{\text{ضلع مقابل به زاویه } \alpha}$$



واحد های کمان و زاویه:

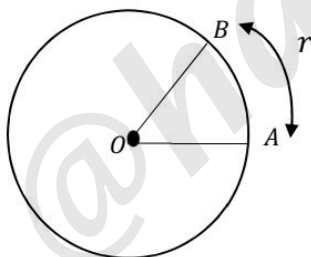
درجه: اگر محیط دایره را به 360 قسمت مساوی تقسیم کنیم هر قسمت کمانی به اندازه یک درجه است و زاویه مرکزی

مقابل به آن مساوی 1 درجه است.



$$\widehat{AB} = \frac{2\pi r}{360} \quad \angle AOB = 1^\circ$$

رادان: زاویه مرکزی رو به رو کمانی که طول آن با شعاع دایره مساوی باشد را یک رادان می نامیم.



$$\widehat{AB} = r \quad \angle AOB = 1^{rad}$$



رابطه  $S$  بین رادان و درجه:

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$$

1- اندازه  $S$  کمان مقابل به زاویه مرکزی در دایره  $OS$  به شعاع 6 واحد برابر  $3\pi$  واحد است. اندازه  $S$  این زاویه بر حسب درجه کدام است؟

- 75(1)      80(2)      90(3)      100(4)

2- پس از گذشت 75 دقیقه هر یک از عقربه های ساعت شمار و دقیقه شمار به ترتیب چند رادان را طی می کنند؟

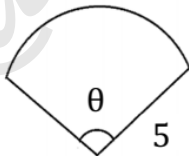
- $\frac{5\pi}{2}, \frac{5\pi}{12}$  (1)       $5\pi, \frac{5\pi}{24}$  (2)  
 $\frac{5\pi}{2}, \frac{5\pi}{24}$  (3)       $\frac{5\pi}{4}, \frac{5\pi}{12}$  (4)

3- چرخ های جلو و عقب تراکتور  $S$  به شعاع های 75cm و 125cm است. اگر چرخ کوچک، 2 دور بچرخد، چرخ بزرگ چه زاویه  $S$  بر حسب رادان دوران کرده است؟

- 1.8π(1)      2π(2)      2.4π(3)      4π(4)

4- شکل گسترده  $S$  یک مخروط به ارتفاع 3 بصورت مقابل است. اندازه  $S$  زاویه  $\theta$  چند رادان است؟

- 1.2π(1)      2π(2)      1.8π(3)      1.6π(4)





5- زاویه ای که بین عقربه های ساعت شمار و دقیقه شمار در ساعت '36 : 9 تشکیل میشود، چند رادین است؟

$$\frac{\pi}{3} (1) \quad \frac{2\pi}{5} (2) \quad \frac{3\pi}{10} (3) \quad \frac{5\pi}{12} (4)$$

6- چرخ و فلک دارای 18 کابین با فاصله های مساوی است که به ترتیب از شماره های 1 تا 18 در خلاف جهت

جهت حرکت عقربه های ساعت شماره گذاری شده اند. اگر این چرخ و فلک به اندازه  $\frac{22\pi}{9}$  رادین در خلاف

جهت حرکت عقربه های ساعت بچرخد، کابین شماره 4 به مکان اولیه ای کدام کابین منتقل میشود؟

$$6(1) \quad 10(2) \quad 4(3) \quad 8(4)$$

**بیشتر تمرین کنیم**

7-  $\frac{7}{6}$  دور کامل در جهت عکس عقربه های ساعت، چه زاویه ای را بر حسب رادین مشخص می کند؟

$$\frac{7\pi}{6} (1) \quad \frac{7\pi}{2} (2)$$

$$\frac{14\pi}{3} (3) \quad \frac{7\pi}{3} (4)$$

8- اگر  $540$  درجه معادل  $m$  دور کامل و  $5\pi / 2$  رادین، معادل  $n$  دور کامل باشد، مقدار  $\frac{m}{n}$  کدام است؟

$$0 / 6 (1) \quad \frac{5}{3} (2)$$

$$1 / 2 (3) \quad \frac{5}{6} (4)$$



9- اندازه  $\theta$  یک زاویه بر حسب رادین برابر  $\theta = \frac{5}{3}$  است. کدام گزینه صحیح است؟

(1)  $\theta > 100^\circ$       (2)  $90^\circ < \theta < 100^\circ$

(3)  $85^\circ < \theta < 90^\circ$       (4)  $\theta < 85^\circ$

10- زاویه‌های مثلثی با اعداد 4، 1 و 7 متناسب هستند. مجموع دو زاویه‌ی بزرگ‌تر چند رادین است؟

(1)  $\frac{5\pi}{12}$       (2)  $\frac{7\pi}{12}$       (3)  $\frac{\pi}{3}$       (4)  $\frac{11\pi}{12}$

11- مجموع دو زاویه بر حسب رادین  $\frac{5\pi}{6}$  و تفاضل آن‌ها 110 درجه است. مکمل زاویه‌ی بزرگ‌تر چند رادین است؟

(1)  $\frac{\pi}{9}$       (2)  $\frac{5\pi}{18}$       (3)  $\frac{8\pi}{9}$       (4)  $\frac{13\pi}{18}$

12- نقاط به طول  $x = \frac{2k\pi}{5} + \frac{\pi}{9}$  روی  $C$  محیط دایره، کدام شکل را مشخص می‌کند؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

(1) مثلث      (2) مربع      (3) متطیل      (4) پنج ضلعی منتظم



13- اگر نقطه  $A(0, 5)$  را حول مبدأ مختصات، تحت زاویه  $1170^\circ$  دوران دهیم، به کدام نقطه می‌رسیم؟

- (1)  $(5, 0)$       (2)  $(-5, 0)$       (3)  $(0, 5)$       (4)  $(0, -5)$

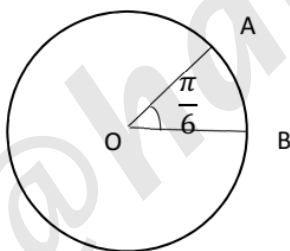
14- یک چرخ و فلک به قطر  $8/4$  متر به اندازه  $1/5$  رادیان می‌چرخد. هر یک از نقاط واقع بر محیط چرخ و فلک چند متر جابه‌جا می‌شوند؟

- (1)  $8/4$       (2)  $4/2$       (3)  $2/1$       (4)  $6/3$

15- طول کمان نظیر به زاویه  $4$  درجه از محیط دایره  $78/5$  سانتی‌متر است. شعاع آن تقریباً چند سانتی‌متر است؟

- (1) 2250      (2) 9000      (3) 1125      (4) 562.5

16- اگر در شکل مقابل طول کمان  $AB$  برابر  $\frac{5\pi}{4}$  باشد، مساحت دایره کدام است؟



(1)  $\frac{625\pi}{2}$       (2)  $625\pi$

(3)  $\frac{225\pi}{4}$       (4)  $\frac{625\pi}{4}$



17- سرعت زاویه ای عقربه ساعت نشان یک ساعت به شعاع 5 سانتی متر تقریباً چند رادیان بر ثانیه است؟ (سرعت

زاویه ای: زاویه طی شده در واحد زمان)

- (1)  $\frac{\pi}{3}$  (2)  $\frac{\pi}{30}$  (3)  $\frac{\pi}{6}$  (4)  $\frac{\pi}{60}$

18- چرخ و فلک به قطر 60 متر با سرعت ثابت در هر 3 دقیقه یک دور کامل می زند. اگر کابین خاصی از چرخ و فلک را در

نقطه C در  $t=0$  در نظر بگیریم، پس از گذشت  $t$  ثانیه مسافتی که این کابین طی می کند چند متر است؟

- (1)  $\frac{\pi t}{3}$  (2)  $\frac{\pi t}{2}$  (3)  $\pi t$  (4)  $\frac{\pi t}{6}$

19- پره های یک آسیاب بادی با سرعت ثابت در هر ثانیه 8 دور می چرخند. اگر طول پره ها 5 متر باشد، سرعت نوک

پره ها چند متر بر ثانیه است؟

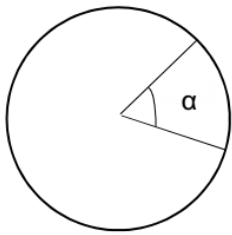
- (1)  $160\pi$  (2)  $80\pi$

- (3)  $40\pi$  (4)  $20\pi$



20- در یک پیتزا دایره ای شکل با مساحت  $25\pi$ ، قطعی به محیط  $10 + \frac{\pi}{2}$  از مرکز جدا کرده ایم. زاویه ای که این

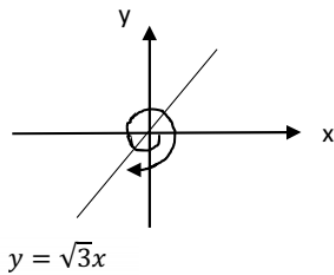
قطوع ایجاد می کند چقدر است؟



(1)  $\frac{\pi}{4}$  (2)  $\frac{\pi}{10}$

(3)  $\frac{\pi}{6}$  (4)  $\frac{\pi}{5}$

21- در شکل مقابل، اندازه زاویه  $\alpha$  طری شده بر حسب رادیان کدام است؟

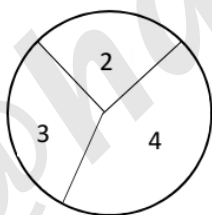


(1)  $-\frac{4\pi}{3}$  (2)  $-\frac{5\pi}{3}$

(3)  $-\frac{7\pi}{3}$  (4)  $-\frac{8\pi}{3}$

22- شخصی می خواهد در حیاط خود یک حوض دایره ای شکل بسازد که قطر آن 6 متر باشد. اگر این شخص حوض را

از مرکز به نسبت های 3، 2 و 4 تقسیم کند، محیط بزرگ ترین قسمت کدام است؟



(1)  $12 + \frac{8\pi}{3}$  (2)  $12 + \frac{16\pi}{3}$

(3)  $6 + \frac{8\pi}{3}$  (4)  $6 + \frac{16\pi}{3}$

جدول نسبت‌های مثلثاتی

	$0^\circ$	$30^\circ \text{ و } \frac{\pi}{6}$	$45^\circ \text{ و } \frac{\pi}{4}$	$60^\circ \text{ و } \frac{\pi}{3}$	$90^\circ \text{ و } \frac{\pi}{2}$	$180^\circ \text{ و } \pi$	$270^\circ \text{ و } \frac{3\pi}{2}$	$360^\circ \text{ و } 2\pi$
<b>sinx</b>	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
<b>cosx</b>	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
<b>tanx</b>	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	تعریف نشده	0	تعریف نشده	0
<b>cotx</b>	تعریف نشده	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	تعریف نشده	0	تعریف نشده

انهارهای مقدماتی:

$$1) \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \begin{cases} 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \\ \sin^2 x = 1 - \cos^2 x, \cos^2 x = 1 - \sin^2 x \\ 1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} \end{cases}$$

$$2) \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}, \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}, \tan x \cdot \cot x = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \tan x = \frac{1}{\cot x} \\ \cot x = \frac{1}{\tan x} \end{cases}$$



1- دو شخص با قد حدود 170 سانتی متر با فاصله 10 متر از یکدیگر در یک طرف درختی ایستاده اند. اگر این دو شخص نوبت درخت را با زاویه های  $30^\circ$ ،  $60^\circ$  ببینند، طول تقریبی درخت چند متر است؟ ( $\sqrt{3} \approx 1.7$ )

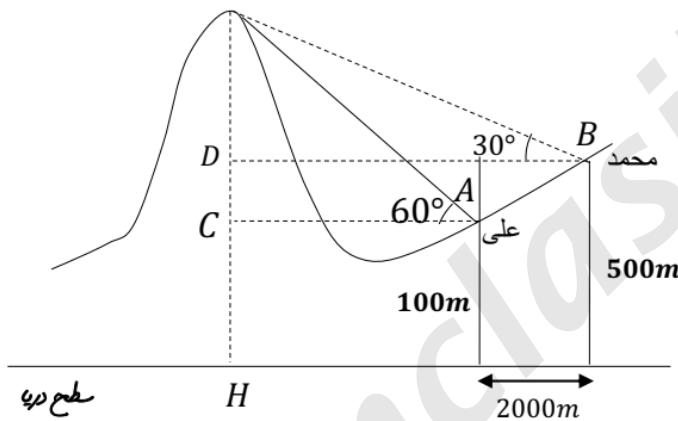
14/6 (4)

12/2 (3)

8/4 (2)

10/2 (1)

2- علی و محمد در مقابل یک قله و به فاصله افقی 2000 متر از هم ایستاده اند. علی در ارتفاع 100 متری سطح دریا بوده و قله کوه را با زاویه  $60^\circ$  می بیند و محمد در ارتفاع 500 متری سطح دریا بوده و قله کوه را با زاویه  $30^\circ$  می بیند. ارتفاع این قله تقریباً چه قدر است؟ ( $\sqrt{3} \approx 1.7$ )



2600 (1)

2400 (2)

2800 (3)

3000 (4)

3- بالاترین نقطه‌ی چرخ و فلک به قطر 30 متر، از سطح زمین 37 متر فاصله دارد. اگر شخصی در پایین ترین نقطه چرخ و فلک سوار شود، پس از طی چه زاویه‌ای فاصله اش نسبت به سطح زمین  $29/5$  متر می شود؟

 $90^\circ$  (4) $135^\circ$  (3) $120^\circ$  (2) $150^\circ$  (1)

4- اگر  $a \in \mathbb{R} - \{0\}$  و  $\cos x = \sqrt{\frac{\cot x}{\cot x - a^2}}$ ، انتهای کمان  $x$  در کدام ناحیه منتهی است؟

- (1) اول (2) دوم (3) سوم (4) چهارم

5- اگر برای زاویه‌ای حاده  $\theta$  داشته باشیم  $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{2}$  و حاصل  $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$  چقدر است؟

- (1)  $\frac{7}{125}$  (2)  $\frac{37}{125}$  (3)  $\frac{13}{125}$  (4)  $\frac{91}{125}$

6- اگر  $\tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha} = 3$  باشد، حاصل عبارت  $(\sin \alpha + \frac{1}{\cos \alpha})^2 + (\cos \alpha + \frac{1}{\sin \alpha})^2$  کدام است؟

- (1) 25 (2) 9 (3) 16 (4) 36

7- اگر  $\cos \theta = \frac{3}{7}$  ( $\theta$  در ناحیه یک چهارم) و  $\sin \alpha = -\frac{1}{2}$  ( $\alpha$  در ناحیه سوم) باشد، حاصل  $\cot \alpha - \sin \theta - \sqrt{3}$

کدام است؟

- (1)  $\frac{\sqrt{10}}{7}$  (2)  $\frac{2\sqrt{10}}{7}$  (3)  $\frac{-\sqrt{10}}{7}$  (4)  $\frac{3\sqrt{10}}{7}$



8- اگر سینوس و کسینوس یک زاویه به ترتیب برابر  $x$  و  $y$  باشد، کدام گزینه درست است؟

$$x^2 = \frac{y^2}{y^2+1} \quad (2)$$

$$x^2 = \frac{y^2-1}{y^2} \quad (1)$$

$$x^2 = \frac{y^2}{y^2-1} \quad (4)$$

$$x^2 = \frac{y^2+1}{y^2} \quad (3)$$

9- اگر  $\tan\theta + \cot\theta = 4$  باشد حاصل  $\sin^6\theta + \cos^4\theta + \cos^6\theta + \sin^4\theta$  کدام است؟

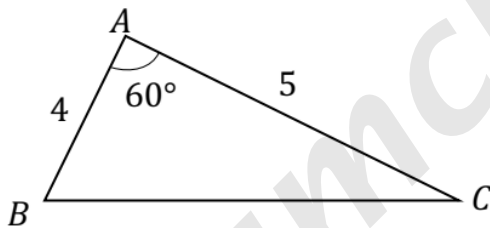
$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$\frac{13}{16} \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{27}{16} \quad (1)$$

10- در مثل مقابل اندازه ضلع  $BC$  چه قدر است؟  $(\cos 60^\circ = \frac{1}{2})$



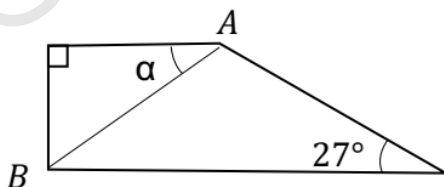
$$\sqrt{18} \quad (2)$$

$$\sqrt{21} \quad (1)$$

$$2\sqrt{5} \quad (4)$$

$$4\sqrt{5} \quad (3)$$

11- با توجه به مثل زیر، اگر مساحت نزرقه برابر 756 و  $\tan\alpha = \frac{3}{4}$  باشد، طول قطر  $AB$  تقریباً چه قدر



است؟  $(\tan 27^\circ = 0.5)$

$$30 \quad (2)$$

$$15 \quad (1)$$

$$20 \quad (4)$$

$$40 \quad (3)$$



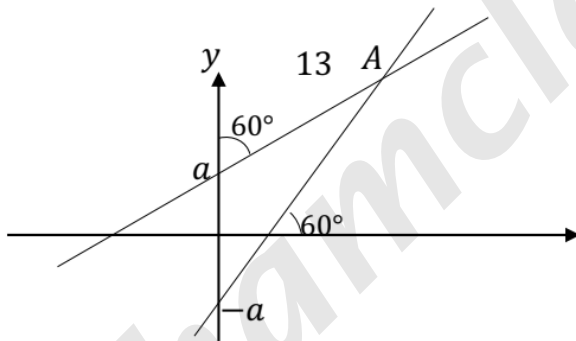
12- خطی که با جهت مثبت محور  $x$  زاویه  $60^\circ$  میزند محور عرض ها را در  $(0, -\sqrt{3})$  قطع می کند. این خط محور  $x$  ها را با کدام طول قطع می کند؟

- 1 (1)       $\sqrt{3}$  (2)       $\frac{\sqrt{3}}{3}$  (3)       $2\sqrt{3}$  (4)

13- زاویه بین دو خط  $y = x + 1$  و  $y = \sqrt{3}x + 1$  چند درجه است؟

- 15° (1)      30° (2)      45° (3)      60° (4)

14- در شکل مقابل، عرض نقطه  $A$  چه قدر است؟



- $2a$  (2)       $2\sqrt{3}a$  (1)

- $\sqrt{3}a$  (4)       $3a$  (3)



15- خطی که با خط  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 1$  زاویه  $30^\circ$  می‌سازد. با جهت مثبت محور  $x$  چه زاویه‌ای می‌سازد؟

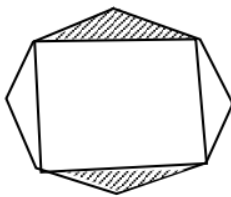
$15^\circ$  (4)

$45^\circ$  (3)

$30^\circ$  (2)

$60^\circ$  (1)

16- اگر ضلع هشت ضلعی منتظم برابر 2 باشد مساحت قسمت رنگ شده کدام است؟



$3\frac{\sqrt{2}}{2}$  (2)

$2\sqrt{2}$  (1)

$\sqrt{3}$  (4)

$\sqrt{6}$  (3)

17- اگر  $\alpha$  زاویه‌ای حاده باشد. ساده شده عبارت  $\sqrt{1 + \frac{1}{\tan^2 \alpha}} - \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$  برابر کدام است؟

$\cos \alpha$  (4)

$\tan \alpha$  (3)

$\frac{1}{\cos \alpha}$  (2)

$\frac{1}{\tan \alpha}$  (1)

18- کینوس زاویه‌ای که خط  $4y - 2x = 7$  با جهت مثبت محور  $x$  می‌سازد. چه قدر است؟

$\sqrt{5}$  (4)

$\frac{2\sqrt{5}}{5}$  (3)

$\frac{5\sqrt{2}}{2}$  (2)

$\sqrt{2}$  (1)

19- خطی با جهت مثبت محور لایه زاویه حاده  $\alpha$ ، درجه می سزد. شیب این خط کدام است؟

- (1)  $\tan \alpha$       (2)  $\frac{1}{\tan \alpha}$       (3)  $\tan\left(\frac{1}{\alpha}\right)$       (4)  $\frac{1}{\tan(90^\circ - \alpha)}$

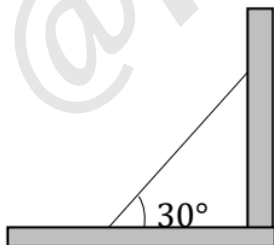
20- اگر  $\sin 5\alpha + \cos 2\beta = 2$  حاصل  $2\alpha - \beta$  چند درجه است؟ ( $0^\circ \leq \beta \leq 45^\circ$  ,  $0^\circ \leq \alpha \leq 18^\circ$ )

- (1) -9      (2) 36      (3) -90      (4) صفر

21- در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$ ، ( $\hat{A} = 90^\circ$ )، اگر  $\tan \hat{B} = \frac{3}{4}$  آن گاه طول وتر مثلث چند برابر طول ضلع  $AB$  است؟

- (1)  $\frac{5}{3}$       (2) 5      (3)  $\frac{5}{4}$       (4) 4

22- طناب به طول 5 متر مطابق شکل، به دیوار و زمین بسته شده است. اگر بخواهیم طناب را 2 متر بالاتر روی



دیوار ببندیم، طول آن را تقریباً چند متر باید افزایش دهیم؟

- (1) 2      (2)  $\frac{2}{3}$

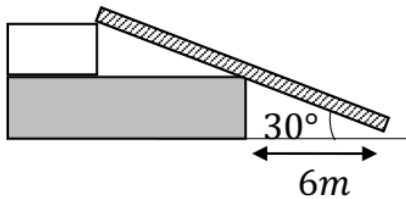
- (3)  $\frac{1}{2}$       (4)  $\frac{1}{8}$



23- بکتبایتی با قد 190 سانتی متر، در فاصله افقی 110 سانتی متر از میله حلقه بکتبالت به ارتفاع 3 متر قرار دارد.  
 حداقل زاویه ای نسبت به افق که بکتبایت باید توپ را با آن زاویه پرتاب کند تا توپ به حلقه برسد، کدام است؟  
 (فرض کنید توپ دقیقاً از بالای سر بکتبایت پرتاب شود و بر روی خط راست حرکت کند.)

- 90° (4)                      45° (3)                      30° (2)                      60° (1)

24- نردبانی به طول 10 متر به ساختمانی به شکل زیر تکیه داده شده است. ارتفاع قسمت بالایی ساختمان تقریباً چند متر است؟ ( $\sqrt{3} \approx 1/7$ )



- 1/6 (2)                      3/4 (1)  
 1/7 (4)                      3 (3)

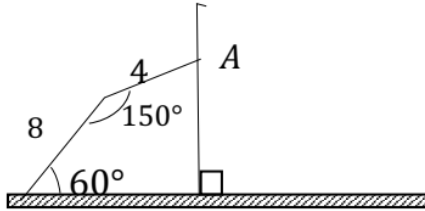
25- در مثلث ABC، فاصله پای ارتفاع وارد بر ضلع AC از ضلع BC برابر 12 واحد است. اگر  $\sin C = \frac{2}{3}$  باشد، طول ارتفاع مثلث کدام است؟

- 36√5 (4)                      18√5 (3)                       $\frac{36\sqrt{5}}{5}$  (2)                       $\frac{18\sqrt{5}}{5}$  (1)



26- مطابق شکل مقابل، دو نزدیکان آتش نشانی به طول های 8 و 4 متر را روی هم سوار کرده اند تا به پنجره

A برسند. ارتفاع پنجره از سطح زمین تقریباً چه قدر است؟ ( $\sqrt{3} \approx 1.7$ )



10 (2)

8/8 (1)

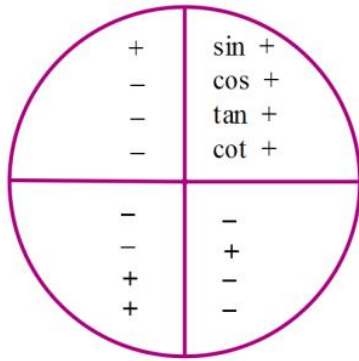
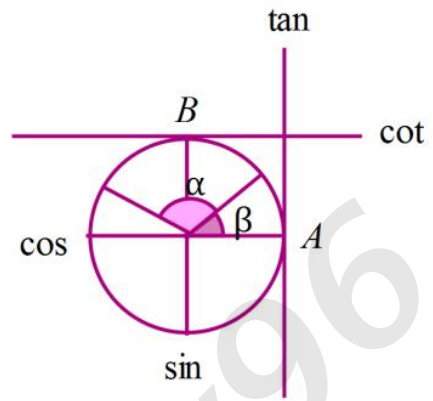
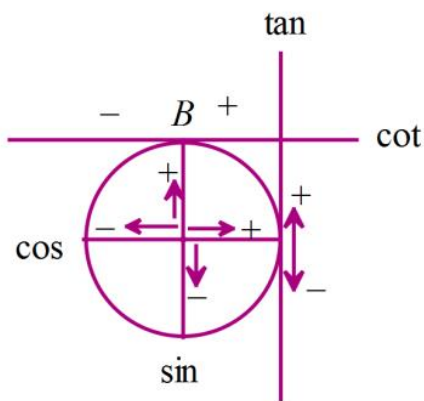
12/8 (4)

6/8 (3)

@hamclasihay96



دایره مثلثاتی:



علامت نسبت های مثلثاتی در دایره مثلثاتی:

1- اگر  $120^\circ \leq \theta \leq 225^\circ$  باشد، کدام گزینه درست است؟

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq \cos\theta \leq -\frac{1}{2} \quad (2)$$

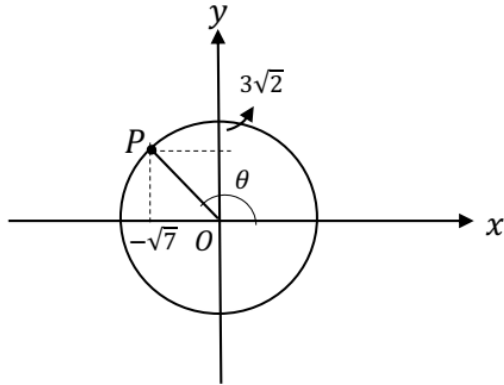
$$-1 \leq \cos\theta \leq -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

$$-1 \leq \cos\theta \leq -\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{2} \leq \cos\theta \leq 0 \quad (3)$$



2- نقطه  $P(-\sqrt{7}, +3\sqrt{2})$  در دستگاه مختصات مفروض است. اگر نقطه  $P$  با دوران زاویه  $\theta$  نسبت به جهت مثبت محور  $x$  ها در دایره مقابل به دست آمده باشد،  $\sin\theta \cdot \cos\theta$  کدام است؟



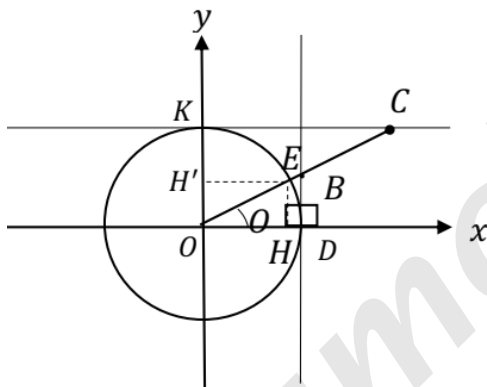
(2)  $-\frac{\sqrt{21}}{5}$

(1)  $-\frac{\sqrt{21}}{25}$

(4)  $-\frac{3\sqrt{14}}{25}$

(3)  $-\frac{3\sqrt{14}}{5}$

3- با توجه به دایره روبه روی به شعاع 1 واحد، حاصل عبارت  $\frac{1}{\sin\theta\cos\theta}$  کدام است؟

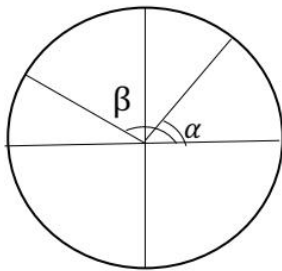


(1) BD.KC

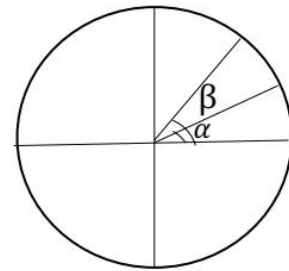
(2) BD.OB

(3) OC.BD

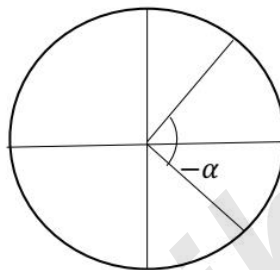
(4) OB.OC



$\alpha + \beta = \pi$  دو زاویه مکمل



$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$  دو زاویه متمم



دو زاویه قرینه

4- با فرض این که  $\tan 76^\circ = 4$  باشد، مقدار عددی  $\sin^2 14^\circ$  چقدر است؟

- $\frac{1}{17}$  (4)       $\frac{1}{16}$  (3)       $\frac{1}{15}$  (2)       $\frac{1}{14}$  (1)

5- اگر  $\alpha$  یک زاویه حاده و  $\frac{\cos 3\alpha}{\sin 2\alpha} = 1$  باشد، چه قدر است؟

- $36^\circ$  (4)       $18^\circ$  (3)       $43^\circ$  (2)       $15^\circ$  (1)

6- حاصل  $\tan \frac{\pi}{19} + \tan \frac{18\pi}{19} + \cos^2 \frac{3\pi}{36} + \cos^2 \frac{15\pi}{36}$  کدام است؟

- 2 (4)      صفر (3)      1 (2)      -1 (1)



7- در مثلث  $ABC$  ، رابطه  $\tan(\hat{A} + 30^\circ) \tan(\hat{C} + 20^\circ) = 1$  برقرار است. در این حالت زاویه  $B$

چند درجه است؟

45 (4)

40 (3)

140 (2)

90 (1)

بررسی یک تعریف مهم کتاب درسی

8- در تساوی های زیر به جای  $x$  یک زاویه مناسب قرار دهید. سپس مقدار دیگر دایره برای  $x$  مشخص کنید.

$$\sin(x + 30^\circ) = \cos x \quad (1)$$

$$\cos(2x + 40^\circ) = -\sin x \quad (2)$$

$$\tan(2x - 35^\circ) = \tan(x - 65^\circ) \quad (3)$$

$$\cot(3x - 10^\circ) = -\tan(-x^\circ) \quad (4)$$

9- اگر  $x$  زاویه حاده و  $\cos(2x + 10^\circ) = -\cos(x + 10^\circ)$  باشد ،  $\sqrt{3} \sin x + 2 \cos x$  کدام است؟

$\frac{7}{2}$  (4)

$\frac{5}{2}$  (3)

3 (2)

2 (1)



روش بدست آوردن نسبت‌های مثلثاتی  $(\frac{k\pi}{2} \pm \alpha)$ :

(1) با فرض آن که  $\alpha$  زاویه‌ای حاده است، مشخص می‌کنیم که انتهای کمان  $(\frac{k\pi}{2} \pm \alpha)$  در کدام ربع دایره مثلثاتی قرار دارد و در نتیجه علامت نسبت مثلثاتی را بدست می‌آوریم.

(2) اگر نسبت مثلثاتی مضارب فرد  $\frac{\pi}{2}$  باشد ( $k$  فرد باشد)، نسبت را عوض کرده  $\sin$  را به  $\cos$  و  $\tan$  را به  $\cot$  تبدیل می‌کنیم و برعکس) و در غیر این صورت از همان نسبت اولیه استفاده می‌کنیم.

$$\sin(2\pi + \alpha) =$$

$$\cot\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) =$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) =$$

$$\cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) =$$

$$\cos\left(\frac{5\pi}{2} + \alpha\right) =$$

$$\tan\left(\alpha - \frac{5\pi}{2}\right) =$$

10- اگر  $\theta$  یک زاویه حاده و  $\sin \theta = \frac{1}{3}$  باشد. مقدار عددی عبارت روبه رو چه قدر است؟

$$A = \frac{\frac{\sqrt{2}}{3} \tan \theta - \cos^2(90^\circ - \theta)}{5 \sin^2(90^\circ - \theta) - 1}$$

$$\frac{\sqrt{8}}{52} \quad (4)$$

$$\frac{1}{41} \quad (3)$$

$$\frac{1}{62} \quad (2)$$

$$\frac{1}{82} \quad (1)$$

11- اگر  $\cos x = \frac{\sqrt{10}}{10}$  و انتهای کمان  $x$  در ناحیه سوم دایره مثلثاتی باشد،  $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$  کدام است؟

$$3 \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$-3 \quad (1)$$

12- حاصل عبارت  $\frac{\cos 198^\circ + \sin 162^\circ - 3 \cos 72^\circ + \sin 108^\circ}{7 \cot 252^\circ - 3 \tan 342^\circ}$  کدام است؟

(1)  $\frac{1}{5} \sin 18^\circ$       (2)  $-\frac{1}{5} \sin 18^\circ$

(3)  $\frac{1}{5} \cos 18^\circ$       (4)  $-\frac{1}{5} \cos 18^\circ$

13- حاصل هر یک از عبارات های زیر را بدست آورید.

1)  $2 \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{-5\pi}{4}\right) - \tan\left(\frac{-4\pi}{3}\right) - \sqrt{2} \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) =$

2)  $\sqrt{3} \tan\left(-\frac{16\pi}{3}\right) - 4 \cos\left(\frac{11\pi}{3}\right) + \sqrt{2} \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) =$

3)  $\cos(-2\pi) + \tan\left(\frac{10\pi}{3}\right) - \tan\left(-\frac{11\pi}{4}\right) =$

4)  $\sin(2190^\circ) + \cos(2190^\circ) =$

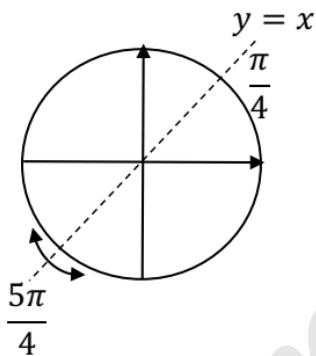
5)  $\sin^2\left(\frac{7\pi}{3}\right) - \cot^3\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + \sin^{-2}\left(\frac{11\pi}{6}\right) =$

$$6) \frac{5 \cos\left(\frac{5\pi}{14}\right) + 3 \sin\left(\frac{34\pi}{7}\right) + \sin\left(\frac{55\pi}{7}\right) + \sin\left(\frac{8\pi}{7}\right)}{2 \sin\left(\frac{6\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{23\pi}{14}\right) - \sin\left(\frac{85\pi}{7}\right)} =$$

$$7) \cos(3\pi + x) \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \sin(x - 2\pi) \cos\left(x - \frac{7\pi}{2}\right) - \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \tan(\pi - x) =$$

$$8) \cos\left(-\frac{119\pi}{6}\right) - \sin\left(-\frac{149\pi}{b}\right) - 3 \cot\left(\frac{22\pi}{3}\right) =$$

دو مرکز مهم در دایره مثلثاتی:



بالای  $y = x$

$$\sin x > \cos x$$

پایین  $y = x$

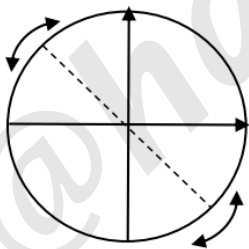
$$\cos x > \sin x$$

بالای  $y = -x$

$$\sin x + \cos x > 0$$

پایین  $y = -x$

$$\sin x + \cos x < 0$$



14- اگر حاصل  $30^\circ < \alpha < 45^\circ$  و  $45^\circ < \beta < 60^\circ$  باشد حاصل

$$|\cos \alpha - \sin \alpha| + |\cos \beta - \sin \beta| - \left| \sin \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} \right| - \left| \frac{\sqrt{2}}{2} - \sin \beta \right|$$

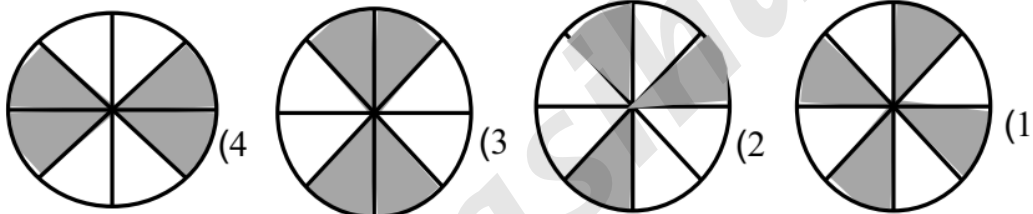
(2)  $\cos \beta - \cos \alpha$

(1)  $\sin \alpha - \sin \beta$

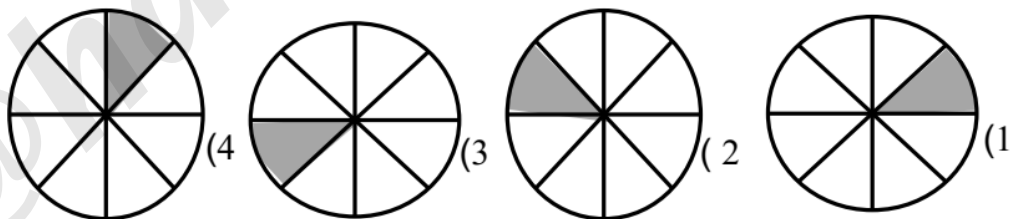
(4)  $\cos \alpha - \cos \beta$

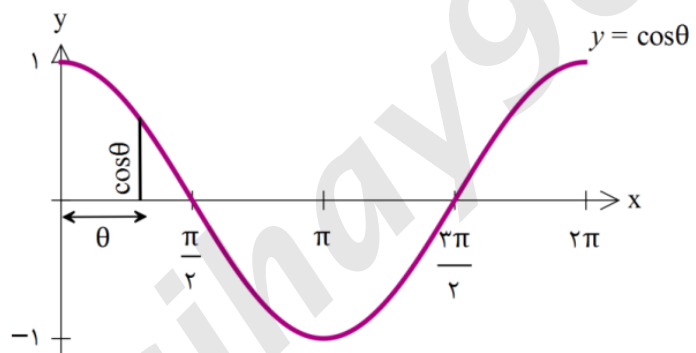
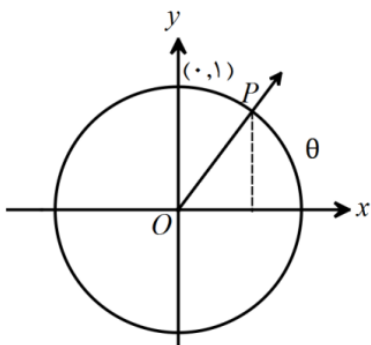
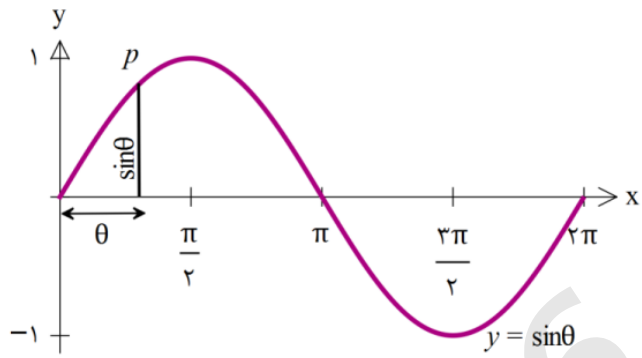
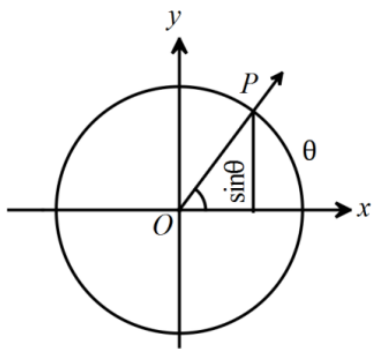
(3)  $\cos \alpha - 2 \sin \alpha + \cos \beta$

15- اگر  $\tan \alpha > \cot \alpha$  باشد انچه انچه زاویه  $\alpha$  در کدام قسمت رنگی از دایره مشخص قرار دارد؟



16- اگر  $\tan^2 \alpha < \tan \alpha$  و  $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{3}$ ، آن گاه انچه کمان  $a$  در کدام ناحیه رنگی زیر قرار دارد؟





**تابع متناوب:** تابع  $f$  را وقتی متناوب می‌گوییم که  $t \neq 0$  وجود داشته باشد به طوری که:

$$\forall x \in D_f \Rightarrow x+t \in D_f, f(x+t) = f(x)$$

کوچکترین مقدار مثبت  $t$  را دوره  $T$  تناوب اصلی یا اساس و یا کوچکترین دوره  $T$  تناوب  $f$  می‌گوییم که با نماد  $T$  نشان داده می‌شود و اگر  $T$  دوره  $T$  تناوب اصلی باشد،  $nT$  نیز دوره  $T$  تناوب تابع خواهد بود.

$$f(x) = f(x+T) = f(x+2T) = \dots$$

**نکته:**

1. تابع فشار خون به میلی متر جیوه در لحظه  $t$  بر حسب ثانیه با رابطه  $P = 100 - 20 \cos \frac{5\pi t}{3}$

برای یک شخص در حال استراحت مشخص میشود. اختلاف بین کمترین و بیشترین مقدار فشار خون این فرد چند میلی متر جیوه است؟

- 30 . 4                      50 . 3                      60 . 2                      40 . 1

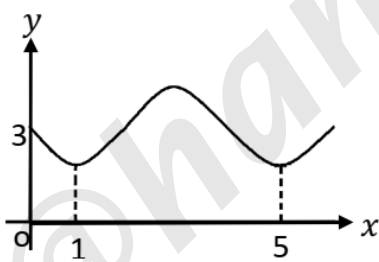
2. اگر دوره تناوب تابع  $f(x) = -3 \cos(kx)$  برابر  $\frac{\pi}{2k+1}$  مقدار  $k$  کدام است؟

- $\frac{-1}{5}$  . 4                       $\frac{-2}{5}$  . 3                       $\frac{1}{5}$  . 2                       $\frac{2}{5}$  . 1

3. دوره تناوب تابع  $f(x) = |\cos 4x|$  چقدر است؟

- $\frac{\pi}{2}$  . 4                       $\frac{\pi}{4}$  . 3                       $\pi$  . 2                       $2\pi$  . 1

4. شکل روبه روی قمتی از نمودار تابع  $y = a + \sin(b\pi x)$  است. مقدار  $a$  در نقطه  $x = \frac{25}{3}$  کدام است؟

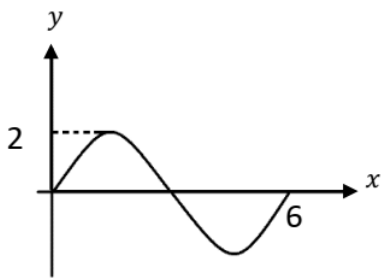


- $\frac{2}{5}$  (2                      2 (1

- $\frac{3}{5}$  (4                      3 (3



5. شکل رو به رو قسمتی از نمودار تابع  $y = a \sin(b\pi x)$  است.  $a + b$  کدام است؟



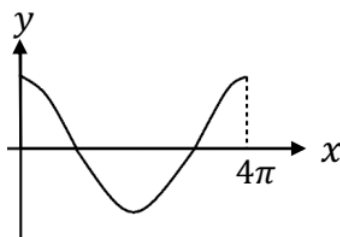
(1)  $\frac{4}{3}$

(2)  $\frac{5}{3}$

(3)  $\frac{7}{3}$

(4)  $\frac{8}{3}$

6. شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع  $y = \frac{1}{2} + 2 \cos mx$  است. مقدار تابع در نقطه  $x = \frac{16\pi}{3}$  کدام است؟



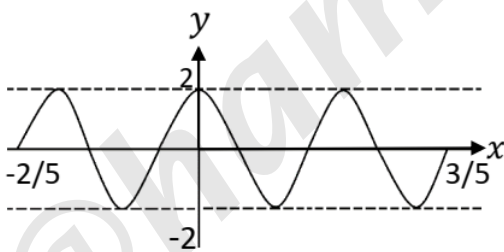
(1)  $-\frac{1}{4}$

(2)  $\frac{1}{2}$

(3) 1

(4) صفر

7. شکل رو به رو قسمتی از نمودار تابع  $y = a \sin\left(\pi\left(\frac{1}{2} + bx\right)\right)$  است.  $a \cdot b$  کدام است؟



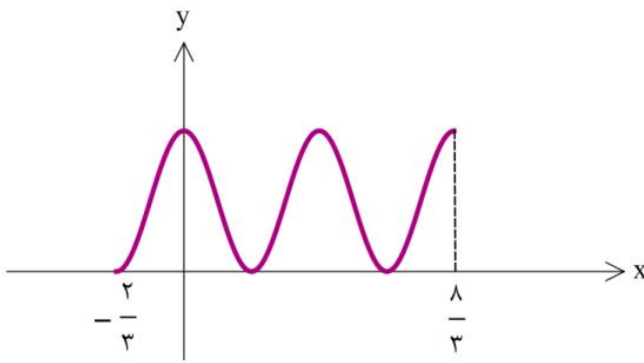
(1) 2

(2)  $\frac{2}{5}$

(3) 3

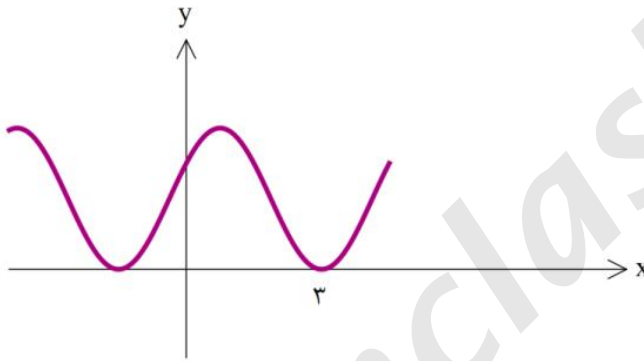
(4)  $\frac{3}{5}$

8. شکل زیر قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = 3 + a \cos(b\pi x)$  است. حاصل  $(a + 2b)$  برابر با کدام گزینه می‌تواند باشد؟



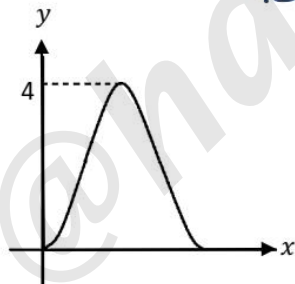
- (1) 3
- (2) -3
- (3) -6
- (4) 6

9. قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a + \sin(b\pi x)$  بصورت زیر است.  $a + b$  کدام است؟



- (1)  $\frac{1}{2}$
- (2) 1
- (3)  $\frac{3}{2}$
- (4) 2

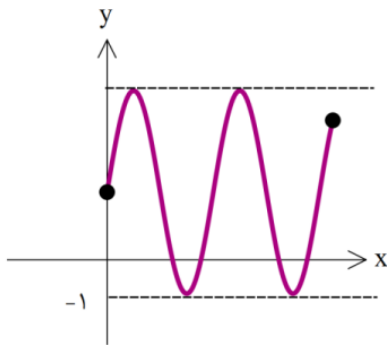
10. شکل زیر، نمودار تابع  $y = a + b \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$  در بازه  $(0, 4)$  است.  $b$  کدام است؟



- (1) -2
- (2) -1
- (3) 1
- (4) 2



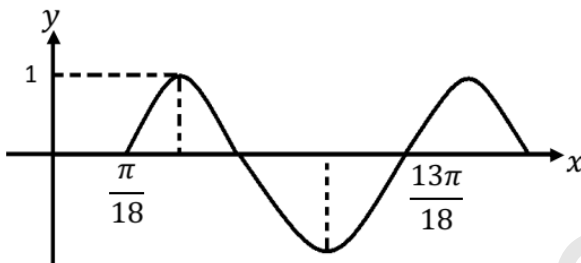
11. شکل زیر نمودار تابع  $y = 1 + a \sin(b\pi x)$  در بازه  $(0, \frac{4}{3})$  است.  $a + b$  کدام است؟



3 (1)      4 (2)

5 (3)      6 (4)

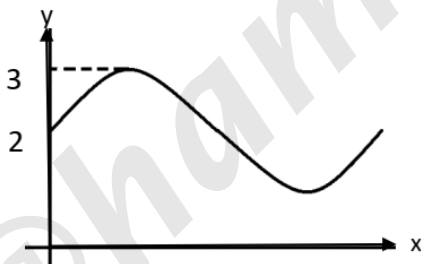
12. شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع  $y = a - 2 \cos(bx + \frac{\pi}{2})$  است.  $a + b$  کدام است؟



$\frac{1}{2}$ . 1      1. 2

$\frac{3}{2}$ . 3      2. 4

13. قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = (a + b) \sin x + 2a - b$  به شکل مقابل است. کمترین مقدار تابع چقدر است؟

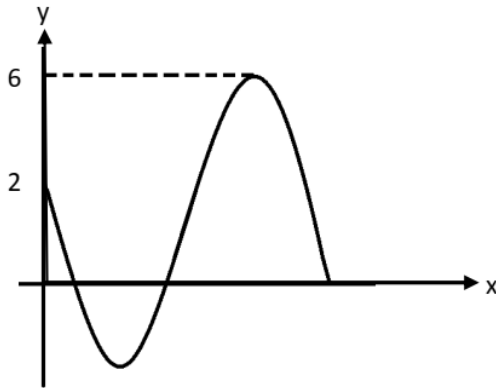


$\frac{1}{2}$ . 1      1. 2

$\frac{3}{4}$ . 3       $\frac{2}{3}$ . 4



14. قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = 4a - 2b \sin x$  به شکل مقابل است. مقدار  $ab$  کدام است؟



1. 2                      -1. 1

-2. 4                      2. 3

15. نمودار تابع  $f(x) = 2 \sin(kx)$  در بازه  $[0, \pi]$  سه بار به حداقل مقدار خود میرسد. حدود  $k$  کدام

است؟ ( $k > 0$ )

$\frac{9}{2} < k \leq \frac{15}{2}$ . 2

$\frac{11}{2} < k \leq \frac{13}{2}$ . 1

$\frac{9}{2} < k \leq \frac{13}{2}$ . 4

$\frac{11}{2} < k \leq \frac{15}{2}$ . 3