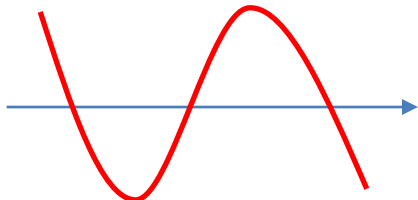




فهرست جزوه

صفحه	مبحث
۳	(۱) حل معادله درجه دو (۱۰)
۱۱	(۲) تعیین علامت و نامعادله (۱۰)
۲۸	(۳) معادله درجه دو (۱۱)
۵۳	(۴) قدر مطلق (۱۲/۱۱/۱۰)
۷۵	(۵) مفاهیم اولیه تابع (۱۰)
۸۶	(۶) دامنه (۱۱/۱۰)
۹۵	(۷) صعودی و نزولی (۱۲)
۱۰۰	(۸) چند جمله ای ها (۱۲)
۱۰۹	(۹) انتقال (۱۲/۱۱/۱۰)
۱۱۹	(۱۰) اعمال جبری روی توابع (۱۱)
۱۲۲	(۱۱) ترکیب توابع (۱۲)
۱۳۶	(۱۲) یک به یک (۱۱)
۱۴۰	(۱۳) وارون (۱۲/۱۱)
۱۵۶	(۱۴) جز صحیح (۱۱)
۱۶۸	(۱۵) تساوی دو تابع (۱۱)
۱۷۰	(۱۶) برد تابع (۱۱/۱۰)
شامل ۵۶۰ تست	



حل معادله درجه دو $ax^2 + bx + c = 0$

ریشه:

روش اول: حالات خاص

• حالت (۱) اگر مجموع ضرایب برابر صفر باشد، ریشه ها برابر یک و $\frac{c}{a}$ است.

$$a + b + c = 0 \rightarrow \text{ریشه ها } 1 \text{ و } \frac{c}{a}$$

۱- در معادله $3x^2 - 5x + 2 = 0$ ریشه ها و است.

۲- در معادله $7x^2 + x - 8 = 0$ ریشه ها و است.

• حالت (۲) اگر مجموع دو ضریب کناری وسطی شود ریشه ها برابر -1 و $-\frac{c}{a}$ است.

$$a + c = b \rightarrow \text{ریشه ها } -1 \text{ و } -\frac{c}{a}$$

۳- در معادله $3x^2 + 5x + 2 = 0$ ریشه ها و است.

روش دوم: تجزیه

• فاکتورگیری:

$$5x^2 + 3x = 0 \rightarrow$$

$$x^2 - 4x = 0 \rightarrow$$

• تنها کردن x :

$$5x^2 + 3 = 0 \rightarrow$$

$$x^2 - 9 = 0 \rightarrow$$

• اتحاد جمله مشترک $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$$x^2 - 2x - 24 = 0 \rightarrow$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow$$

$$x^2 - 10x - 96 = 0 \rightarrow$$

$$x^2 - 30x + 189 = 0 \rightarrow$$

$$x^2 + 6x - 216 = 0 \rightarrow$$

$$x^2 - 20x - 84 = 0 \rightarrow$$



دلتای این معادلات صفر است.

• اتحاد مربع کامل: $(a \pm b)^2 = a^2 + b^2 \pm 2ab$

$$(x + 1)^2 =$$

$$(x + 2)^2 =$$

$$(x + 3)^2 =$$

$$(2x + 1)^2 =$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow$$

$$x^2 + 8x + 16 = 0 \rightarrow$$

$$4x^2 + 4x + 1 = 0 \rightarrow$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \rightarrow$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 0 \rightarrow$$

روش چهارم: روش ac

۴- معادله $2x^2 - 7x + 3 = 0$ زیر را حل کنید.

۵- معادله $6x^2 - 5x + 1 = 0$ زیر را حل کنید.

۶- معادله $15x^2 - 11x + 2 = 0$ زیر را حل کنید.

روش چهارم: روش دلتا $\Delta = b^2 - 4ac$: $x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

زمانی دلتا برابر صفر است

تنها ریشه برابر $-\frac{b}{2a}$ است.

$$\Delta < 0$$

ریشه ندارد.

$$\Delta = 0$$

یک ریشه

$$\Delta > 0$$

دو ریشه



۷- معادله $4x^2 - 5x - 1 = 0$ زیر را حل کنید.

۸- معادله $x^2 - 6x - 2 = 0$ زیر را حل کنید.

روش پنجم: روش t

در معادلاتی که عبارتی تکرار می شود و صورت سوال پیچیده است، آن عبارتی که تکرار می شود را t قرار می گیریم تا معادله به معادله ساده تری تبدیل شود، پس از پیدا کردن t ، x را به کمک آن پیدا می کنیم.

۹- معادله $x^4 + x^2 - 2 = 0$ چند ریشه دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰- معادله $(x^2 + x)^2 - x^2 - x - 2 = 0$ چند ریشه دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۱- معادله $x - 2\sqrt{x} - 3 = 0$ چند ریشه دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر



۱۲- یکی از جواب های معادله $(\sqrt{2} + 1)x^2 - 2\sqrt{2}x + (\sqrt{2} - 1) = 0$ کدام است؟

- (۱) $3 + 2\sqrt{2}$ (۲) $3 - 2\sqrt{2}$ (۳) $1 + \sqrt{2}$ (۴) $1 - \sqrt{2}$

پاسخ: ()

۱۳- یکی از جواب های معادله $(a + b)x^2 + (a - b)x - 2b = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{b}{a+b}$ (۲) $\frac{a}{a+b}$ (۳) $\frac{2b}{a+b}$ (۴) $\frac{2a}{a+b}$

پاسخ: ()

۱۴- مجموع ریشه های معادله $(x^2 - 5x)^2 - 8(x^2 - 5x + 1) - 76 = 0$ کدام است؟ (قلمچی)

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

پاسخ: ()

۱۵- کوچکترین ریشه معادله $x^2 + 4x + 3 = \sqrt{x^2 + 4x + 5}$ کدام است؟ (سراسری)

- (۱) -۲ (۲) -۳ (۳) $-2 - \sqrt{3}$ (۴) $-2 - \sqrt{5}$

پاسخ: ()



۱۶- تعداد ریشه های معادله $(x + 1)^4 = x^2 + 2x + 3$ کدام است؟ (قلمچی)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

پاسخ: ()

۱۷- اختلاف سنی دو برادر ۴ سال است. اگر چهار سال دیگر حاصل ضرب سن آنها ۶۰ شود، سن کنونی برادر کوچک تر کدام است؟ (قلمچی)

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۲

پاسخ: ()

۱۸- مجموع پول علی و اکرم ۱۰۰ تومان است. اگر علی ۱۰ تومان از پولش را به اکرم بدهد. آنگاه حاصل ضرب پول های باقی مانده آنها ۴۷۵ تومان خواهد شد. پول اولیه اکرم، کدام است؟ (۱۴۰۰ تجربی)

- (۱) ۹ (۲) ۱۵ (۳) ۸۵ (۴) ۹۱

پاسخ: ()

۱۹- یک عکس به ابعاد ۱۰ در ۱۵ سانتی متر درون یک قاب با مساحت ۳۰۰ سانتی متر مربع قرار دارد. اگر فاصله همه لبه های عکس تا قاب برابر باشد، محیط این قاب عکس چقدر است؟ (قلمچی)

- (۱) ۷۰ (۲) ۳۵ (۳) ۱۴۰ (۴) ۱۲۰

پاسخ: ()



۲۰- اگر x ریشه معادله $5x^2 + mx + 10 = 0$ باشد و این معادله به صورت مربع مجموع دو جمله تجزیه شود، $m + x$ کدام است؟ (قلمچی)

۱۱√۲ (۴)

۱۰√۲ (۳)

۹√۲ (۲)

۸√۲ (۱)

پاسخ: ()

۲۱- حاصل ضرب جواب های حقیقی معادله $(x^2 + 3)^2 - 5x^2 - 11 = 0$ کدام است؟ (قلمچی)

-۴ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: ()

حل معادله ی درجه ۳

روش اول: دسته بندی

$$x^3 - 2x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow$$

$$x^3 + 4x^2 + 2x + 8 = 0 \rightarrow$$

روش دوم: حدس ریشه

مرحله (۱) یک ریشه حدس بزنیید که معمولاً ± 1 است.

مرحله (۲) اگر ریشه حدسی a باشد عبارت بر $(x - a)$ تقسیم می کنیم.

دقت کنید که معادلات درجه سه قطعاً دارای ریشه هستند و باقی مانده باید صفر شود والا ریشه یا محاسبات اشتباه بوده است.



۲۲- معادله $x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = 0$ چند ریشه دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

پاسخ: ()

۲۳- معادله $2x^3 - x^2 + x - 2 = 0$ چند ریشه دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

پاسخ: ()

۲۴- اگر $x = 2$ یکی از جواب های معادله $x^3 + ax^2 + x + 6 = 0$ باشد، مجموع مربع های جواب های دیگر این

معادله چقدر است؟ (الگو)

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۶ (۴) ۱۰

پاسخ: ()

۲۵- اگر یکی از ریشه های معادله $x(ax^2 - x - 5) = 2$ برابر ۲ باشد، مجموع دو ریشه دیگر آن کدام است؟ (سراسری)

- (۱) -۲ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

پاسخ: ()

تعدادی تمرین جون دار از معادله دهم

۱- اگر $x = 2$ یکی از ریشه های معادله $x^2 + 3kx - 2k = 0$ باشد، ریشه دوم آن کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) -۱ (۴) ۱

۲- اگر معادله درجه دوم $mx^2 - (m-1)x = 1$ فقط یک جواب داشته باشد، مقدار m کدام است؟

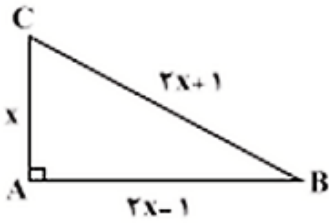
- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) ۲

۳- در معادله $(2x^2 - 1)^2 - 8x^2 + 7 = 0$ حاصلضرب ریشه ها کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{3}$

۴- حاصلضرب جواب های متمایز معادله $(x^2 + 2x)^2 - 2x^2 - 4x - 3 = 0$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) -۳ (۳) ۳ (۴) -۶



۵- در یک مثلث قائم الزاویه، طول ضلع متوسط از دو برابر طول ضلع مثلث، یک واحد کمتر

و طول وتر از دو برابر طول ضلع کوچک مثلث، یک واحد بیشتر است. محیط مثلث کدام

است؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۲۵ (۳) ۴۸ (۴) ۳۴

۶- محیط یک مستطیل برابر ۲۰ و مساحت آن برابر یک است. طول مستطیل چند واحد از عرض آن بیشتر است؟

- (۱) $2\sqrt{26}$ (۲) $4\sqrt{6}$ (۳) ۹ (۴) ۱۹

۷- قدرمطلق تفاضل بزرگترین و کوچکترین ریشه معادله $(4-x^2)^2 - (4-x^2) = 12$ کدام است؟

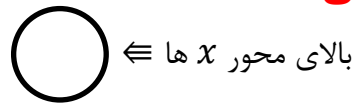
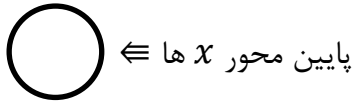
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) $2\sqrt{7}$

۸- عددی منفی وجود دارد که از نصف مربع خود، ۲ واحد کمتر است. آن عدد کدام است؟

- (۱) $1 - \sqrt{2}$ (۲) $1 - \sqrt{3}$ (۳) $1 - \sqrt{5}$ (۴) $1 - \sqrt{7}$



تعیین علامت و نامعادلات



نیمساز های ناحیه ها	علامت x و y در ناحیه های مختلف
<p>$y = -x$ $y = x$</p> <p>نیمساز ناحیه اول و سوم $y = x$ نیمساز ناحیه دوم و چهارم $y = -x$</p>	<p>$x < \diamond$ $x > \diamond$ $y > \diamond$ $y > \diamond$</p> <p>$x < \diamond$ $x > \diamond$ $y < \diamond$ $y < \diamond$</p>

محل برخورد با محور های مختصات	خطوط افقی و عمودی
<p>برای پیدا کردن محل برخورد با محور x ها (طول از مبدا) در معادله بجای y صفر قرار می دهیم.</p> <p>برای پیدا کردن محل برخورد با محور y ها (عرض از مبدا) در معادله بجای x صفر قرار می دهیم.</p>	<p>خطوط افقی \leftarrow عدد $y =$</p> <p>خطوط عمودی \leftarrow عدد $x =$</p> <p>محور x ها \leftarrow صفر $y =$</p> <p>محور y ها \leftarrow صفر $x =$</p>

محل برخورد دو منحنی

برای پیدا کردن محل برخورد دو منحنی سه راه وجود دارد:

۱ تساوی y ها ($y_1 = y_2$) ۲ حل دستگاه ۳ جانشینی

مثال: محل برخورد دو خط $3x + 2y = 1$ و $x - y = 3$ را بیابید؟

اتحاد مکعب کامل	اتحاد جاق و لاغر	اتحاد مزدوج
$(a \pm b)^3 =$ $a^3 \pm b^3 \pm 3a^2b + 3ab^2$ هر جا $a^3 + b^3$ دیدید می توانید از یکی از دو اتحاد زیر کمک بگیرید: $a^3 + b^3 =$ $(a + b)^3 - 3ab(a + b)$ $a^3 + b^3 =$ $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$	$a^3 \pm b^3 =$ $(a \pm b)(a^2 + b^2 \mp ab)$ $x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$ $x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 - x + 1)$ $x^3 - 8 = (x - 1)(x^2 + 2x + 4)$	$a^2 - b^2 =$ $(a + b)(a - b)$ $x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$ $9x^2 - 1 =$ $(3x - 1)(3x + 1)$ $x^4 - 1 =$ $(x^2 - 1)(x^2 + 1)$

خواص توان و رادیکال

در ضرب وقتی پایه ها برابرند توانها را با هم جمع می کنیم $a^n \times a^m = a^{n+m}$

در تقسیم وقتی پایه ها برابرند توانها را با منها می کنیم $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

$$\frac{2^9}{2^5} = 2^4 \qquad 2^4 \times 2^5 = 2^9$$

در ضرب وقتی توان ها برابرند پایه ها را ضرب می کنیم $a^n \times b^n = (ab)^n$

در تقسیم وقتی توان ها برابرند پایه ها را تقسیم می کنیم $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

$$2^4 \times 3^4 = 6^4 \qquad \frac{10^4}{3^4} = \left(\frac{10}{3}\right)^4$$

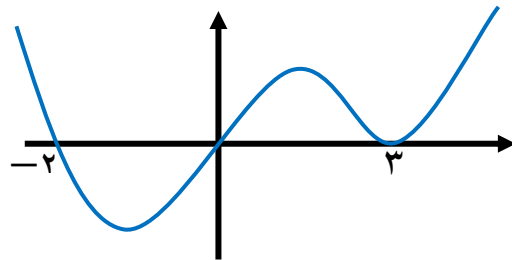
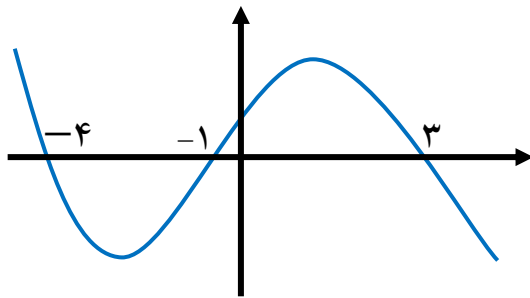
توان های کسری را می توان تبدیل به رادیکال کرد و برعکس $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$

توان های منفی به مخرج می روند $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

توان های متوالی در هم ضرب می شود $(a^n)^m = a^{nm}$

$$\begin{aligned} (2^3)^4 &= 2^{12} & \frac{1}{3} &= 3^{-1} & \sqrt[3]{3^2} &= 3^{\frac{2}{3}} \\ 2\sqrt{2} &= 2^1 \times 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{2}} & \frac{1}{8} &= \frac{1}{2^3} = 2^{-3} \\ \sqrt[3]{16} &= \frac{2^3}{2^{\frac{1}{3}}} = 2^{3-\frac{1}{3}} = 2^{\frac{8}{3}} & \sqrt[3]{32} &= \sqrt[3]{2^5} = 2^{\frac{5}{3}} \end{aligned}$$

۲۶- با توجه به شکل تعیین علامت کنید.



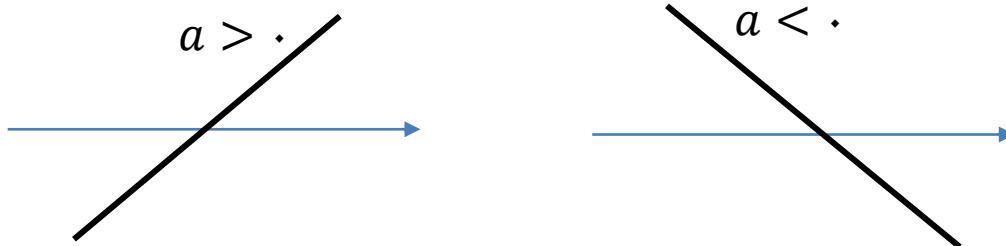
تعیین علامت درجه یک $y = ax + b$

ریشه




موافق علامت a ϕ مخالف علامت a

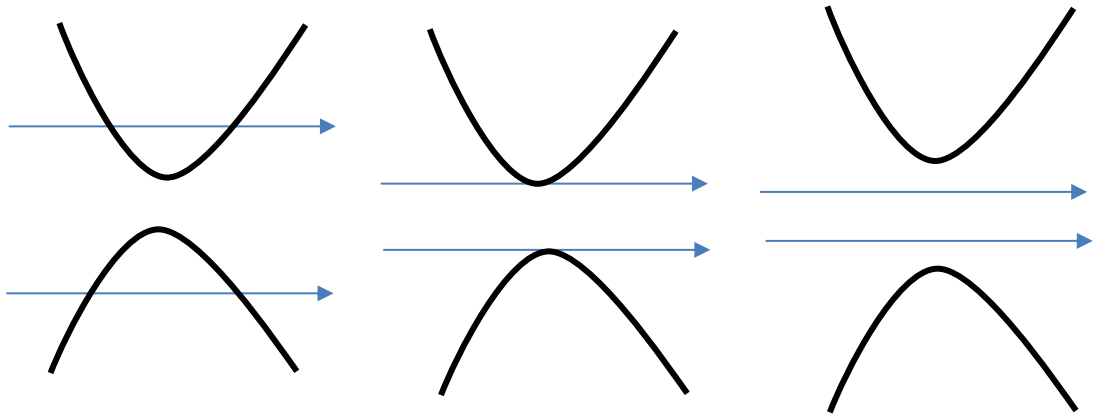
۲۷- عبارت $y = 2 - x$ و $y = 2x + 1$ را تعیین علامت کنید.

توابع درجه یک یعنی $y = ax + b$ که شکل آن به صورت خط مورب است. توجه کنید معادله درجه ۱ یک ریشه دارد.



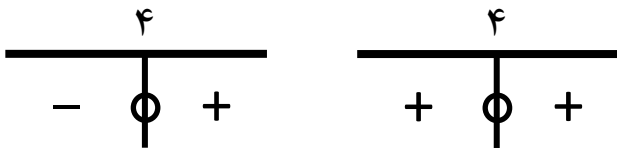
تعیین علامت درجه دو

$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$
 <p>موافق علامت a</p>	<p>ریشه</p>  <p>موافق a مخالف a</p> <p>موافق علامت a مخالف علامت a</p> <p>با درجه یک قاطی نکنید!</p>	<p>β α</p>  <p>موافق a مخالف a موافق a</p> <p>موافق علامت a مخالف علامت a موافق علامت a</p>



۲۸- عبارت $y = x^2 - 1$ و $y = x^2 + x + 1$ را تعیین علامت کنید.

۲۹- تفاوت دو جدول تعیین علامت زیر چیست؟



پاسخ:

۳۰- به ازای کدام مقدار m ، سهمی به معادله $y = (1 - m)x^2 + 2(m - 3)x - 1$ همواره پایین محور x ها است؟ (سراسری ۹۸)

$2 < m < 6$ (۴)

$2 < m < 4$ (۳)

$2 < m < 5$ (۲)

$1 < m < 5$ (۱)

پاسخ: ()



۳۱- به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، معادله درجه دوم $(2m - 1)x^2 + 6x + m - 2 = 0$ دارای دو ریشه

حقیقی متمایز است؟ (سراسری ۹۸)

(۲) $-\frac{1}{2} < m < \frac{3}{5}$

(۱) $-\frac{2}{5} < m < \frac{2}{5}$

(۴) $-\frac{1}{2} < m < \frac{2}{5}$

(۳) $-\frac{1}{2} < m < \frac{3}{5}$

پاسخ: ()

۳۲- به ازای کدام مقادیر m ، معادله درجه دوم $2x^2 + (m + 1)x + \frac{1}{4}m + 2 = 0$ فاقد ریشه حقیقی است؟

(سراسری)

(۴) \emptyset

(۳) $-3 < m < 5$

(۲) $m < 0$

(۱) $m < 4$

پاسخ: ()

۳۳- به ازای کدام مقادیر a ، هر نقطه از نمودار تابع با ضابطه $f(x) = (a - 1)x^2 + 2\sqrt{2}x + a$ بالای محور x

هاست؟ (سراسری)

(۴) $1 < a < 2$

(۳) $a > 2$

(۲) $a > 1$

(۱) $a < -1$

پاسخ: ()

۳۴- به ازای کدام مقادیر m ، عبارت $(m - 1)x^2 + 6x + 2m + 1$ ، به ازای همه ی مقادیر حقیقی x مثبت است؟

(سراسری ۹۰)

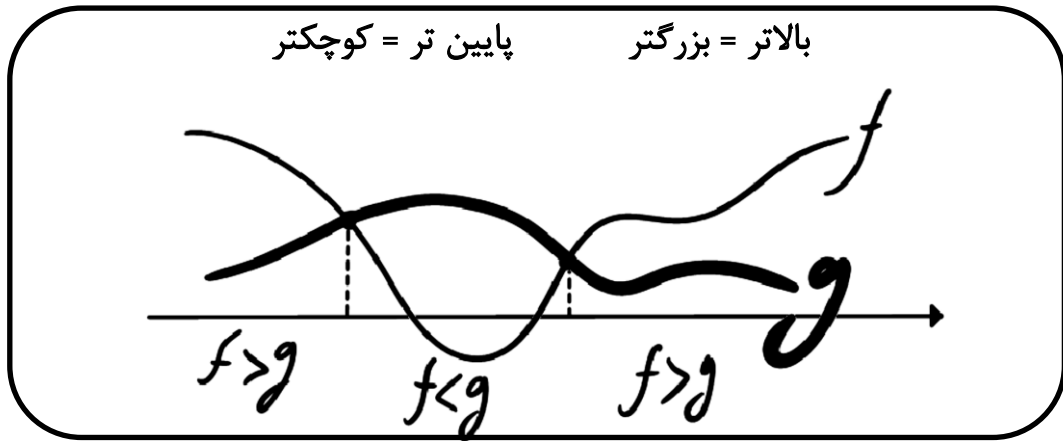
(۴) $1 < m < \frac{2}{5}$

(۳) $1 < m < 2$

(۲) $m > \frac{2}{5}$

(۱) $m < -2$

پاسخ: ()



۳۵- بازه $I = (a, b)$ ، بزرگترین بازه ای است که نمودار تابع با ضابطه $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 3x - 7$ بالاتر از نمودار تابع با ضابطه $g(x) = \frac{5}{4} - 2x$ قرار می گیرد. طول نقطه وسط این بازه کدام است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: ()

۳۶- به ازای کدام مقادیر m ، نمودار تابع با ضابطه $f(x) = mx^2 + x$ ، همواره زیر خط به معادله $y = 1 - x$ قرار دارد؟ (قلمچی)

\emptyset (۴)

$m < 0$ (۳)

$m < -1$ (۲)

$-1 < m < 0$ (۱)

پاسخ: ()

وضعیت دو سهمی یا خط

	<p>دو عبارت را مساوی قرار می دهیم و به یک طرف می بریم و دلتا باید مثبت باشد.</p>
	<p>دو عبارت را مساوی قرار دهید و به یک طرف می بریم و دلتا باید صفر باشد، محل تماس ریشه مضاعف آن معادله اخیر است.</p>
	<p>دو عبارت را مساوی قرار می دهیم و به یک طرف می بریم و دلتا باید منفی باشد.</p>

۳۷- به ازای کدام مقادیر m ، خط به معادله $y = 2x - 4$ بر منحنی به معادله $y = (m + 3)x^2 + mx$ مماس است؟ (قلمچی)

۴, ۱۱ (۴)

۲, ۲۲ (۳)

-۲, ۲۲ (۲)

-۲, ۱۸ (۱)

پاسخ: ()

۳۸- به ازای کدام مقادیر m ، نمودار تابع $y = 2x^2 + (m + 1)x + m + 6$ بر نیمساز ناحیه اول محور های مختصات، مماس است؟ (سراسری ۹۳)

۱۲ (۴)

۱۲, -۴ (۳)

-۱۲, ۴ (۲)

-۴ (۱)

پاسخ: ()



۳۹- خط به معادله $y = mx + 4$ با منحنی به معادله $y = -x^2 + 2x$ هیچ نقطه ی اشتراکی ندارد. مجموعه

مقادیر m کدام است؟ (سراسری ۸۶)

(۱) $m < 0$ (۲) $m > 4$ (۳) $-1 < m < 4$ (۴) $-2 < m < 6$

پاسخ: ()

تعیین علامت تستی

مرحله ۱- مخرج مشترک و تجزیه
مرحله ۲- ریشه ها و جدول تعیین علامت
مرحله ۳- از روی ضریب پرتوان ها علامت خانه ی سمت راست را تشخیص دهید.
مرحله ۴- استثنا را علامت بنزید، همه علامت ها عوض می شد ولی در استثنا ها علامت تغییر نمی کند

استثنا ها

(۱) ریشه های توان زوج و ریشه درون قدرمطلق

(۲) ریشه هایی که از صورت و مخرج به طور کامل ساده شوند.

(۳) ریشه های سهمی شکل در نمودار ها

• **توجه:** ریشه های مخرج در جدول تعیین علامت تعریف نشده است و در حل نامعادلات ریشه مخرج هیچگاه جزء جواب ها نیست.

۴۰- عبارت $y = x^3 - x^2$ را تعیین علامت کنید.

پاسخ:

۴۱- عبارت $y = x^3 - x$ در چه بازه ای بالای محور x هاست؟

پاسخ:



۴۲- عبارت $y = \frac{x(x-1)^3}{(x+1)^2(x-3)(x+2)^4}$ را تعیین علامت کنید.

پاسخ:

۴۳- نامعادله $\frac{x^2}{x^2-4} < 0$ در چند جواب صحیح دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بیشمار

پاسخ:

۴۴- نامعادله $\frac{x}{(x-1)^2(x-2)} > 0$ در چند جواب صحیح دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بیشمار

پاسخ:

۴۵- مجموعه جواب نامساوی $y = \frac{-x+2}{2x-1} \leq 0$ کدام است؟

(۱) $\left[\frac{1}{2}, 3\right]$ (۲) $\left(\frac{1}{2}, 3\right]$ (۳) $\mathbb{R} - \left[\frac{1}{2}, 3\right)$ (۴) $\mathbb{R} - \left(\frac{1}{2}, 3\right]$

پاسخ:

۴۶- در چه بازه ای $y = x^2$ از نیمساز ناحیه اول و سوم پایین تر است؟

- (۱) $[0, 1]$ (۲) $(0, 1)$ (۳) $\mathbb{R} - (0, 1)$ (۴) $\mathbb{R} - [0, 1]$

پاسخ:

برای حل نامساوی $> \geq < \leq$

- (۱) کل عبارت را به یک طرف ببرید
 (۲) مخرج مشترک بگیرید
 (۳) صورت و مخرج را تجزیه کنید
 (۴) تعیین علامت کنید
 • نامساوی ها را نمی توان در متغیر ضرب کرد مگر آن متغیر مطمئن باشیم مثبت است.

• اگر نامساوی را در عدد مثبت ضرب کنیم علامت عوض نمی شود ولی اگر در عدد منفی ضرب کنیم علامت تغییر می کند.

• اگر دو طرف نامساوی هم علامت باشد می توانیم معکوس کنیم و علامت عوض می شود.

۴۷- در چه بازه ای $y = \frac{1}{x}$ از نیمساز ناحیه اول و سوم پایین تر است؟

- (۱) $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$ (۲) $(0, 1) \cup (-1, 0)$
 (۳) $\mathbb{R} - (-1, 1)$ (۴) $(0, 1) \cup (-\infty, -1)$

پاسخ:

۴۸- نامساوی $\frac{x^2-1}{x^2+x-2} \leq 0$ چند جواب صحیح دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) بیشمار

پاسخ:



۱۲- علامت عبارت $P = \frac{-x(1-x)}{x^2+x-6}$ در کدام بازه منفی است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

- (۱) $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{5}}{2})$ (۲) $(\frac{2}{3}, \sqrt{3})$ (۳) $(2, 3)$ (۴) $(-2\sqrt{2}, -2)$

پاسخ: ()

۵۰- مجموعه جواب نامعادله $\frac{6-x^2}{x} > 5$ کدام یک از بازه های زیر می باشد؟

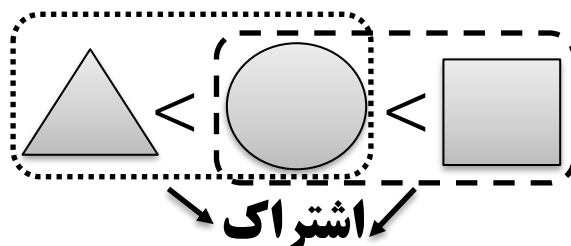
- (۱) $(0, 1)$ (۲) $(-6, 1)$ (۳) $(-\infty, -6) \cup (0, 1)$ (۴) $(-6, 0) \cup (1, +\infty)$

پاسخ: ()

۵۱- مجموعه ی جواب نامعادله $1 < \frac{2x-3}{x+1} < 3$ به کدام صورت است؟ (سراسرای ۹۸ تجربی)

- (۱) $\mathbb{R} - [-6, 4]$ (۲) $\mathbb{R} - [-4, 6]$ (۳) $x > 4$ (۴) $x < -6$

پاسخ: ()



نکته: نامساوی توأم



۵۲- مجموعه ی جواب نامعادله $-1 < \frac{2x-1}{x+1} < 3$ به کدام صورت است؟ (سراسرای ۹۹ تجربی)

(۱) $(0, +\infty)$ (۲) $(4, +\infty)$ (۳) $\mathbb{R} - [-4, 0]$ (۴) $\mathbb{R} - [-4, -1]$

پاسخ: ()

۵۳- مجموعه ی جواب نامعادله $\frac{7x-8}{x^2-x-2} > \frac{x}{x-2}$ به صورت بازه، کدام است؟ (سراسرای ۹۸ تجربی)

(۱) $(-4, 2) \cup (1, 2)$ (۲) $(2, 4)$ (۳) $(-1, 2) \cup (2, 4)$ (۴) $(-1, 2)$

پاسخ: ()

۵۴- مجموعه ی جواب نامعادله $x(x^2 - 4x - 5)^2(1 - x^2) > 0$ به صورت $(-\infty, a) \cup (b, -a)$ است. مقدار $a + b$ کدام است؟ (الگو)

(۱) -4 (۲) -3 (۳) -2 (۴) -1

پاسخ: ()

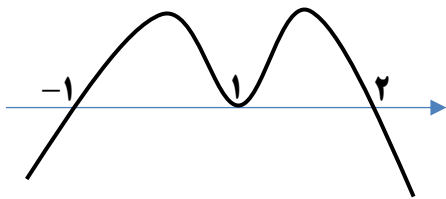
۵۵- نمودار تابع با ضابطه ی $f(x) = \frac{3x^2-2x}{x^2+4}$ در بازه ی (a, b) پایین تر از خط به معادله ی $y = 2$ است، بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۸۸)

(۱) 4 (۲) 6 (۳) 8 (۴) ∞

پاسخ: ()



۵۶- اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت روبرو باشد، نامعادله $(x - 2)f(x) \geq 0$ چند جواب صحیح دارد؟



۴(۲)

۲(۱)

۴(بیشمار)

۶(۳)

پاسخ: ()

۵۷- اگر جواب نامعادله $\frac{x+b}{2ax-3} > 0$ به صورت $(-1, 5)$ باشد، حاصل ab کدام است؟ (قلمچی)

$-\frac{15}{2}$ (۴)

$\frac{15}{2}$ (۳)

-5 (۲)

$\frac{3}{10}$ (۱)

پاسخ: ()

۵۸- فرض کنید مجموعه جواب نامعادله $\frac{((m^2-1)x^2-4mx+4)(x-3\sqrt{x}+2)}{2x-3} \geq 0$ به ازای $x > \frac{3}{2}$ بازه $[2, 4]$ باشد، مقدار

m کدام است؟ (سراسری ۱۴۰۰)

۲(۴)

۱(۳)

صفر(۲)

-2 (۱)

پاسخ: ()



چند نکته ساده راجع قدر مطلق

اگر عدد مثبت داخلش برود خود آن عدد عیناً خارج می شود ولی اگر عدد منفی وارد شود قرینه آن خارج می شود.

$$|x^2 + 1|$$

$$|\sqrt{3} - 1| =$$

$$|-3| =$$

$$|x| = a \Rightarrow x = \pm a \quad (a \geq 0)$$

$$|x| = 4 \rightarrow$$

$$|3x + 1| = 2 \rightarrow$$

$$\sqrt{x^2} = |x| \quad |x| < a \Rightarrow -a < x < a \quad |x| > a \Rightarrow x > a \text{ یا } x < -a \quad (a > 0)$$

اگر از توان دو جذر بگیریم قدر مطلق ایجاد می شود.

مثال:

$$|x + 1| < 3 \rightarrow$$

$$|x| \leq 4 \rightarrow$$

$$\left| \frac{x-1}{2} \right| \leq 3 \rightarrow$$

$$|x| > 5 \rightarrow$$

$$x^2 \geq 16 \rightarrow$$

$$x^2 < 4 \rightarrow$$

۵۹- مجموعه جواب نامعادله $\left(\frac{2x-1}{3}\right)^2 \leq 9$ کدام یک از بازه های زیر می باشد؟

$$\left(-\frac{7}{3}, \frac{7}{3}\right) (4)$$

$$\left[0, \frac{7}{3}\right] (3)$$

$$\left[-\frac{5}{3}, \frac{7}{3}\right] (2)$$

$$\left[\frac{1}{3}, \frac{7}{3}\right] (1)$$

پاسخ: ()

حل و تعداد ریشه های معادله درجه دو

تعیین علامت	وضعیت دو سهمی یا خط	نمودار	علامت دلتا تعداد ریشه ها / تجزیه
<p>موافق علامت a</p> <p>مخالف علامت a</p> <p>موافق علامت a</p>	<p>دو عبارت را مساوی قرار می دهیم و به یک طرف می بریم و دلتا باید مثبت باشد.</p>	<p>محور x ها را دو بار قطع می کند</p>	<p>دلتا مثبت دو ریشه دارد ریشه ها $= \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ به حاصلضرب دو پرانتز تجزیه می شود $y = A(x - \alpha)(x - \beta)$</p>
<p>موافق علامت a</p> <p>موافق علامت a</p>	<p>دو عبارت را مساوی قرار دهید و به یک طرف می بریم و دلتا باید صفر باشد، محل تماس ریشه مضاعف آن معادله اخیر است.</p>	<p>بر محور x ها مماس است</p>	<p>دلتا صفر یک ریشه مضاعف دارد ریشه $= -\frac{b}{2a}$ به صورت اتحاد مربع کامل تجزیه می شود $y = A(x - \alpha)^2$</p>
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>همواره مثبت: $a > 0$ و $\Delta < 0$ نمودار کاملاً بالای محور x ها قرار دارد</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 5px;"> <p>همواره منفی: $a < 0$ و $\Delta < 0$ نمودار کاملاً زیر محور x ها قرار دارد</p> </div>	<p>دو عبارت را مساوی قرار می دهیم و به یک طرف می بریم و دلتا باید منفی باشد.</p>	<p>محور x ها را قطع نمی کند</p>	<p>دلتا منفی ریشه ندارد عبارت تجزیه نمی شود</p>
<p>دلتا صفر = مماس بر محور x ها = به صورت مربع کامل = ریشه مضاعف = دو طرف ریشه هم علامت</p>			

تعدادی تمرین جون دار از نامعادله دهم

۱- اگر جدول تعیین علامت $P = (a+2)x + a - 2$ به صورت زیر باشد، a کدام است؟

x	$-\infty$	$a+1$	$+\infty$
P	+	•	-

(۱) -4 و 0

(۲) فقط 0

(۳) فقط -4

(۴) -4 و -6

۲- اگر جدول تعیین علامت $P = x^2 - 11x + b$ به صورت زیر باشد، $a+b$ کدام است؟

x	$-\infty$	3	a	$+\infty$	
P	+	•	-	•	+

(۱) 11

(۲) 24

(۳) -11

(۴) 32

۳- عبارت $P(x) = \frac{x^2-x}{(x^2+2)(2x+3)}$ به ازای کدام یک از اعداد زیر مثبت است؟

(۱) $\sqrt{5} - \sqrt{3}$ (۲) $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{1}{2} + \sqrt{5}$ (۴) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

۴- اگر مجموعه جواب نامعادله $| -4x + b - 1 | \geq C$ به صورت $(-\infty, -2] \cup [3, +\infty)$ باشد، مجموعه جواب

نامعادله $|x - 2b| < C$ کدام است؟

(۱) $(-5, 15)$ (۲) $(-4, 16)$ (۳) $(-6, 12)$ (۴) $(-7, 13)$

۵- در مجموعه جواب نامعادله $\frac{3x+x^2+4}{5x-x^2} < 0$ چند عدد صحیح وجود ندارد؟

(۱) 5 (۲) 6 (۳) 7 (۴) 8

۶- اگر $f(x) = \frac{1-x}{x^2-4}$ باشد، در چه بازه ای x و $f(x)$ هر دو مثبت اند؟

(۱) $(-\infty, -2)$ (۲) $(1, 2)$ (۳) $(2, +\infty)$ (۴) $(0, +\infty)$

۷- اگر در جواب نامعادله $\frac{\sqrt{x}(x^2-7x+12)(x-k)}{x-2\sqrt{x}+2} < 0$ که $k \in \mathbb{Z}$ فقط دو عدد صحیح صدق کند، مقدار k کدام می تواند

باشد؟

(۱) 2 (۲) 5 (۳) 7 (۴) 6

۸- مجموعه جواب نامعادله $\frac{2x+3}{5} \geq \frac{x-1}{4} \geq \frac{x}{3}$ بازه $[a, b]$ است. مقدار $b-a$ کدام است؟

(۱) $\frac{10}{3}$ (۲) $\frac{16}{21}$ (۳) $\frac{2}{21}$ (۴) $\frac{8}{3}$

۹- مجموعه جواب نامعادله $4x + 1 \leq \frac{13x+1}{x+2}$ کدام است؟

(۱) $(-\infty, -2)$ (۲) $(-\infty, -2) \cup \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ (۳) $\left[\frac{1}{2}, +\infty \right)$ (۴) $\left(-2, \frac{1}{2} \right]$

۱۰- اگر بزرگترین مجموعه جواب نامعادله $\frac{(x^2+3x+1)(x^2+3x+5)}{-2x^2+3x-4} > 0$ برابر (a, b) باشد، مقدار ab کدام است؟

(۱) 4 (۲) -4 (۳) 1 (۴) -1



۱۱- مجموعه تمام مقادیری از x که به ازای آنها، مقدار تابع $f(x) = \frac{\Delta x^2 - m}{2x^2 - x + 1}$ کمتر از ۲ باشد، به صورت بازه $(a, 2)$ است، a کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

۱۲- جواب نامعادله $10 \leq 3x - 2 < x + 1$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) بی شمار (۴) صفر

۱۳- فرض کنید مجموعه جواب نامعادله $\frac{((m^2-1)x^2 - 4mx + 4)(2x-3)}{x-2\sqrt{x}+2} \geq 0$ فقط یک بازه باشد، مقدار m کدام است؟

سراسری ریاضی ۱۴۰۰

- (۱) -۱ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{5}{3}$

۱۴- علامت عبارت $P(x) = \frac{(x^2-x+1)^2 |1-x^2| \sqrt{16-x^2}}{-x^2(x-1)^5(x^2+2x-3)^3}$ در کدام بازه همواره مثبت است؟ (سنجش ۱۴۰۰)

- (۱) $(-3, -2)$ (۲) $(-2, -1)$ (۳) $(-1, 0)$ (۴) $(-4, -3)$

۱۵- جواب نامعادله $3 < \frac{x-2}{2x+1} < 1$ بازه (α, β) است. مقدار $\frac{\beta}{\alpha}$ کدام است؟ (گزینه دو ۱۴۰۰)

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{2}{5}$

۱۶- اگر مجموعه جواب نامعادله $7 < x^2 - 6x < k$ به صورت $x \in (a, c) - \{b\}$ باشد، مقدار $a + b + c + k$ کدام است؟ (گزینه دو ۱۴۰۰)

- (۱) ۱۲ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) صفر

۱۷- مجموعه جواب نامعادله $3 < \frac{2x-17}{2x^2-7} < -1$ را به صورت اجتماع تعدادی بازه نوشته ایم. حداقل تعداد این بازه ها کدام است؟ (فورتیک ۱۴۰۰)

- (۱) ۶ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۴

۱۸- اگر مجموعه جواب نامعادله $\frac{-x^2+3x-2}{(x^2-x+1)(|x-1|+1)} \geq 0$ بازه I باشد، مجموعه $I \cup (2, 3)$ کدام است؟

- (۱) $[1, 2)$ (۲) $[1, 4)$ (۳) $[1, 3)$ (۴) $(1, 3)$

۱۹- اگر نامعادله $\frac{x^2+ax-b}{x-2} \geq 0$ برای هر x بجز $x = 2$ برقرار باشد، آنگاه a چند مقدار صحیح منفی می تواند قبول کند؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

روابط بین ریشه های معادله درجه دو

در این تیپ سوالات باید حتما دلتا مثبت باشد!!

$$\text{مجموع ریشه ها} = S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

$$\text{ضرب ریشه ها} = P = \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

$$\text{فاصله بین ریشه ها} = |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

$$\text{مجموع مربعات ریشه ها} = \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P$$

$$\text{مجموع مکعبات ریشه ها} = \alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3PS$$

$$\text{مجموع جذر ریشه ها} = \sqrt{\alpha} \pm \sqrt{\beta} = \sqrt{S \pm 2\sqrt{P}}$$

علاوه بر روابط بالا ریشه ها را نیز در معادله می توانید جایگذاری کنید.

دلیل:

۶۰- اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - 4x + 1 = 0$ باشد حاصل موارد زیر را بیابید:

۱) $\alpha + \beta =$

۲) $\alpha\beta =$

۳) $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 =$

۴) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} =$

۵) $\alpha^2 + \beta^2 =$

۶) $\alpha^3 + \beta^3 =$



۶۱- اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - 4x + 1 = 0$ باشد حاصل $\alpha^2 - 5\alpha - \beta$ کدام است؟

- ۴ (۱) ۵ (۲) -۴ (۳) -۵ (۴)

پاسخ: ()

۶۲- اگر α و β ریشه های معادله $x^2 + 4x + 2 = 0$ باشد حاصل $\frac{\alpha}{2+\beta} + \frac{\beta}{2+\alpha}$ کدام است؟

- ۲ (۱) -۲ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴)

پاسخ: ()

۶۳- اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - 3x + 1 = 0$ باشد، آنگاه حاصل $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$ کدام است؟

- $\sqrt{2}$ (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{4}$ (۳) $\sqrt{5}$ (۴)

پاسخ: ()

۶۴- اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - 3x + 1 = 0$ باشد، آنگاه حاصل $\frac{\alpha}{3-\beta} + \frac{\beta}{3-\alpha}$ کدام است؟

- ۲ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴)

پاسخ: ()



۶۵- اگر α و β ریشه های معادله ی $x^2 - 6x - 2 = 0$ باشد، آنگاه حاصل $\alpha^3 + 38\beta$ کدام است؟ (سنجش ۱۴۰۰)

۲۱۰ (۴)

۲۲۰ (۳)

۲۳۰ (۲)

۲۴۰ (۱)

پاسخ: ()

۶۶- در معادله ی درجه دوم $2x^2 + ax + 9 = 0$ ، یک ریشه دو برابر ریشه ی دیگر است، مجموع دو ریشه مثبت کدام است؟ (سراسری)

۵ (۴)

۴/۵ (۳)

۴ (۲)

۳/۵ (۱)

پاسخ: ()

۶۷- در معادله $3x^2 - 15x + m = 0$ ، اگر یکی از ریشه ها دو واحد از ریشه دیگر بیش تر باشد، m کدام است؟ (سراسری)

$\frac{63}{4}$ (۴)

$\frac{59}{4}$ (۳)

$\frac{63}{5}$ (۲)

$\frac{59}{5}$ (۱)

پاسخ: ()

۶۸- به ازای کدام مقدار m در معادله ی $x^2 + 8mx + 4m + 8 = 0$ ، یکی از جواب ها، ۳ برابر جواب دیگر است؟ (قلمچی)

$-\frac{2}{3}$ (۴)

$-\frac{3}{2}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

پاسخ: ()



۶۹- به ازای کدام مقدار a یک ریشه معادله $3x^2 - ax + 4 = 0$ سه برابر ریشه دیگر است. اختلاف این دو مقدار a

کدام است؟ (سراسری ۱۴۰۱)

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

پاسخ: ()

۷۰- به ازای کدام مقدار m مجموع مربعات ریشه‌های معادله $mx^2 - (m+3)x + 5 = 0$ برابر ۶ است؟ (سراسری)

$\frac{9}{5}$ و -1 (۴)

1 و $-\frac{9}{5}$ (۳)

۱ (۲)

$-\frac{9}{5}$ (۱)

پاسخ: ()

۷۱- اگر α و β ریشه‌های معادله $4x^2 - 12x + 1 = 0$ باشند، مقدار $\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}}$ چقدر است؟ (سراسری)

۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: ()

۷۲- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - (\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2} = 0$ باشند، مقدار عبارت $\alpha^6 + \beta^6$ چقدر است؟

۹ (۴)

۱۷ (۳)

۶۵ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: ()



۷۳- اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - 4x + 1 = 0$ ، مقدار عبارت $(\alpha^2 - 4\alpha + 2)(\beta^2 - 4\beta + 4)$ چقدر است؟

۶(۴)

۴(۳)

۳(۲)

۸۱(۱)

پاسخ: ()

۷۴- معادله درجه دوم $3x^2 + (2m - 1)x + 2 - m = 0$ دارای دو ریشه حقیقی است. اگر مجموع ریشه ها با معکوس حاصل ضرب آن دو ریشه برابر باشد، مقدار m کدام است؟ (سراسری ۹۹)

$-\frac{5}{2}$ (۴)

-۱(۳)

۳(۲)

$\frac{7}{2}$ (۱)

پاسخ: ()

۷۵- اگر α و β ریشه های معادله $x^2 + 6x + a = 0$ هستند اگر $\alpha < \beta < 0$ و $3\alpha^2 + 2\beta^2 = 12\sqrt{2} + 185$ مقدار a چقدر است؟ (سراسری ۱۴۰۱)

$\frac{21}{5}$ (۴)

$\frac{13}{4}$ (۳)

۱(۲)

۲(۱)

پاسخ: ()

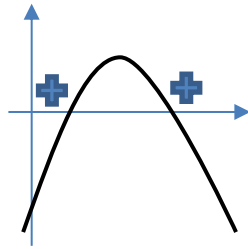
ارتباط و علامت ریشه ها

دو ریشه قرینه

$$\Delta > 0 \text{ و } S = 0$$

دو ریشه

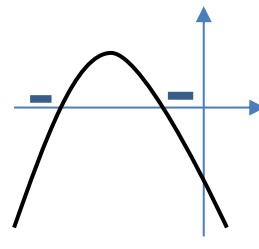
معکوس



دو ریشه مثبت

$$\Delta > 0 \text{ و } S > 0 \text{ و } P > 0$$

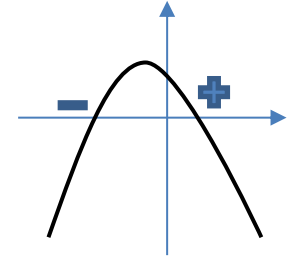
پس از حل سه نامعادله اشتراک



دو ریشه منفی

$$\Delta > 0 \text{ و } S < 0 \text{ و } P > 0$$

پس از حل سه نامعادله اشتراک



دو ریشه مختلف علامت

$$ac < 0 \text{ یا } p < 0$$

سهیمی از ۴ ناحیه می گذرد

۷۶- به ازای کدام مقدار m ، ریشه های حقیقی معادله $mx^2 + 3x + m^2 = 2$ معکوس یکدیگرند؟ (سراسری)

۲ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

پاسخ: ()

۷۷- در صورتی که منحنی تابع $y = 2x^2 + ax + a - \frac{3}{4}$ ، محور x ها را در طرفین محور y ها قطع کند، آن گاه حدود تغییرات a چگونه است؟ (قلمچی)

$a > \frac{3}{4}$ (۴)

$a < \frac{3}{4}$ (۳)

$2 < a < 6$ (۲)

$a < 2$ یا $a > 6$ (۱)

پاسخ: ()

۷۸- به ازای کدام مقدار a نمودار $f(x) = ax^2 + (a+3)x - 1$ محور طول ها را در دو نقطه با طول منفی قطع می کند؟

$-3 < a < 0$ (۴)

$a > -1$ (۳)

$a < -3$ (۲)

$a < -9$ (۱)

پاسخ: ()



۷۹- معادله درجه دوم $2x^2 + mx + m + 6 = 0$ دارای دو ریشه مثبت است. بازه مقادیر m کدام است؟

(سراسری ۹۹)

- (۱) $(-4, 0)$ (۲) $(-4, -2)$ (۳) $(-6, 0)$ (۴) $(-6, -4)$

پاسخ: ()

۸۰- به ازای کدام مجموعه مقادیر a ، معادله $(x-1)(ax^2 + ax + a + 1) = 0$ ، دو جواب مثبت و یک جواب

منفی دارد؟ (قلمچی)

- (۱) $a > 1$ (۲) $a > -1$ (۳) $0 < a < 1$ (۴) $-1 < a < 0$

پاسخ: ()



۸۱- معادلات زیر را حل کنید.

ب) $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$

الف) $x^4 + x^2 - 2 = 0$

پاسخ:

۸۲- اگر معادله $x^4 - (m+1)x^2 + m = 2$ چهار ریشه حقیقی بدهد حدود m چند است؟

۴) $m > 2$

۳) $m > 0$

۲) $-1 < m < 0$

۱) $m > -1$

پاسخ: ()

۸۳- به ازای کدام مقادیر m ، از معادله $x^4 - 2mx^2 + 2m - 1 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی متمایز است؟

۴) $(-\infty, \frac{1}{2}]$

۳) $\mathbb{R} - \{1\}$

۲) $(-\infty, 1) - \{\frac{1}{2}\}$

۱) $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup \{1\}$

پاسخ: ()



تعدادی تمرین جون دار از روابط بین ریشه ها

۱- تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx - 3a$ را با صفرهای α و β در نظر بگیرید. اگر $\alpha^2 + \beta^2 = 10$ ، مقدار $A = \frac{1}{\alpha^3} + \frac{1}{\beta^3}$ کدام است؟

(۱) $\pm \frac{28}{27}$ (۲) $\pm \frac{26}{27}$ (۳) $\pm \frac{13}{9}$ (۴) $\pm \frac{13}{27}$

۲- اگر معادله درجه دوم $mx^2 - (m+1)x - (m-1) = 0$ دارای دو ریشه حقیقی متمایز مختلف علامه باشد، به طوری که قدر مطلق ریشه منفی بزرگتر از ریشه مثبت معادله باشد، حدود m کدام است؟

(۱) $m < 0$ (۲) $m > 1$ (۳) $0 < m < 1$ (۴) $-1 < m < 0$

۳- اگر x' و x'' ریشه های معادله $-x^2 + x - 1 = 0$ باشند. مقدار عبارت $x'\sqrt{x''} + x''\sqrt{x'}$ + $\frac{\sqrt{x'}}{\sqrt{x''}} + \frac{\sqrt{x''}}{\sqrt{x'}}$ کدام است؟

(۱) $1 - \sqrt{2}$ (۲) $1 - \sqrt{3}$ (۳) $1 + \sqrt{2}$ (۴) $1 + \sqrt{3}$

۴- یکی از ریشه های معادله درجه دوم $x^2 - (m+6)x + 16 = 0$ ، برابر توان سوم ریشه دیگر آن است. حاصل جمع مقدار m با مجموع ریشه ها، کدام عدد می تواند باشد؟

(۱) ۱۸ (۲) ۱۲ (۳) -۱۰ (۴) -۲۶

۵- معادله درجه دوم $(m-1)x^2 + 2mx + 1 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی یکی مثبت و دیگری منفی است. اگر قدر مطلق ریشه منفی کوچکتر از ریشه مثبت باشد. حدود m کدام است؟

(۱) $(-1, 1)$ (۲) $(0, 1)$ (۳) $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$ (۴) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

۶- اگر حاصل ضرب طول های نقاط تلاقی دو تابع درجه دوم $f(x) = 2x^2 - ax$ و $g(x) = ax^2 - x + 2$ برابر -۲ باشد. مقدار a کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

۷- اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه های حقیقی معادله $x^4 - x^2 - 3 = 0$ به ترتیب S و P باشند، حاصل عبارت $4P^2 - SP + S^2$ کدام است؟

(۱) $7 + \sqrt{13}$ (۲) $14 + \sqrt{13}$ (۳) $14 - \sqrt{13}$ (۴) $14 + 2\sqrt{13}$

۸- معادله درجه دوم $\frac{a^2x^2}{4} + (a-2)x + 1 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی با علامت های مختلف است. اگر قدر مطلق ریشه منفی معادله بزرگتر از ریشه مثبت باشد. حدود a کدام است؟ (سنجش ۱۴۰۰)

(۱) $0 < a < 2$ (۲) $a < 0$ (۳) $2 < a < 4$ (۴) $a > 4$

۹- حاصل ضرب ریشه های معادله $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7) = 20$ چقدر است؟ (قلمچی جامع ۱۴۰۰)

(۱) ۵ (۲) ۲۶ (۳) ۷۴ (۴) ۸۵



۱۰- اگر ریشه های معادله $x^2 - 6x + a = 0$ اعداد α و β و ریشه های معادله $x^2 - bx + 3 = 0$ اعداد $\frac{1}{\alpha} + 1$ و

$1 + \frac{1}{\beta}$ باشد، مقدار ab کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۳ (۳) ۱۵ (۴) ۱۷

۱۱- اگر S و P به ترتیب مجموع و حاصل ضرب ریشه های معادله $18x^3 - 32 = x^6$ باشد، مقدار SP کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۴ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶

۱۲- اگر α و β ریشه های معادله درجه دوم $x^2 - 3x + 1 = 0$ باشد، آنگاه $1 - \frac{\beta}{\alpha}$ و $1 - \frac{\alpha}{\beta}$ ریشه های کدام یک از

معادله های زیر است؟

(۱) $x^2 + 5x + 5 = 0$ (۲) $x^2 - 5x - 5 = 0$

(۳) $x^2 - 5x + 5 = 0$ (۴) $x^2 + 5x - 5 = 0$

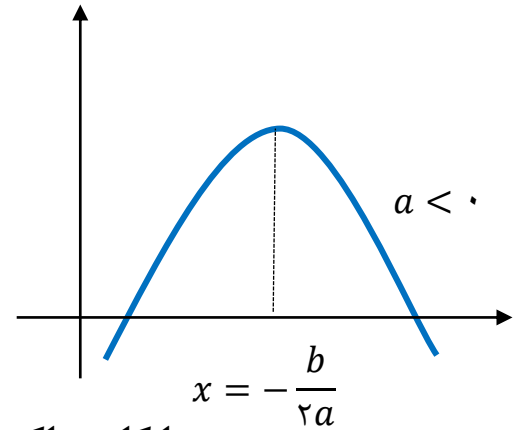
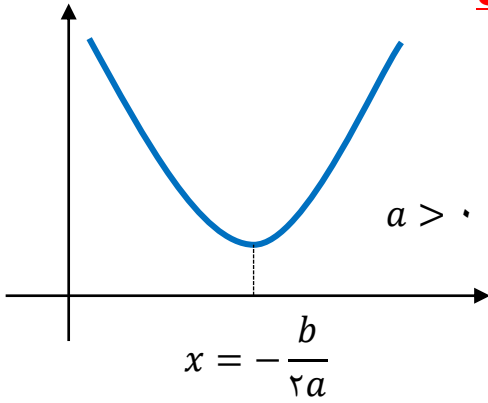
۱۳- به ازای چند مقدار صحیح m معادله $(m - 5)x^2 - mx - 2 = 0$ دو ریشه حقیقی متمایز منفی دارد؟

- (۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

رسم سهمی

رسم سهمی به کمک انتقال	رسم سهمی به کمک ریشه ها	رسم سهمی به کمک راس
<p>راست: x را منهای k می کنیم $y = f(x - k)$</p> <p>چپ: x را بعلاوه k می کنیم $y = f(x + k)$</p> <p>بالا: کل تابع را بعلاوه k می کنیم $y = f(x) + k$</p> <p>پایین: کل تابع را منهای k می کنیم $y = f(x) - k$</p> <p>اگر کل تابع در منفی ضرب شود نسبت به محور x ها قرینه می شود $y = -f(x)$</p> <p>اگر x در منفی ضرب شود نسبت به محور y ها قرینه می شود $y = f(-x)$</p> <p>سهمی هایی که به صورت زیر هستند $y = A \underbrace{(x - x_s)^2}_{\text{ریشه اینجا } x_s} + \underbrace{y_s}_{\text{عدد بیرون } y_s}$</p> <p>مثال: سهمی $y = 2(x + 1)^2 + 1$ را رسم کنید.</p>	<p>برای رسم سهمی هایی که پیدا کردن ریشه های آن بسیار ساده است، ابتداء ریشه ها را پیدا کنید سپس راس سهمی را به کمک ریشه ها به صورت زیر بیابید:</p> $x_s = \frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{\text{مجموع ریشه ها}}{2}$ <p>سپس x_s را در سهمی داده شده قرار دهید y_s را بیابید، راس سهمی (x_s, y_s) می باشد، حال به کمک ریشه ها و راس سهمی را رسم می کنیم.</p> <p>مثال: $y = \frac{1}{4}(x - 3)(x + 1)$</p>	<p>سهمی هایی که به صورت گسترده هستند: $y = ax^2 + bx + c$</p> <p>ابتداء راس سهمی را پیدا کنید: $x_s = -\frac{b}{2a}$</p> <p>سپس x_s را در سهمی داده شده قرار دهید y_s را بیابید، پس راس سهمی (x_s, y_s) می باشد، حال به کمک یک یا دو نقطه کمکی دیگر سهمی را رسم کنید.</p> <p>مثال: $y = \underbrace{2}_a x^2 - \underbrace{4}_b x + \underbrace{1}_c$</p>

نمودار درجه دو یا سهمی



هر جا کلمه ماکسیمم دیدید یعنی سهمی رو به پایین است.

هر جا کلمه مینیمم دیدید یعنی سهمی رو به بالا است.

برای محاسبه x راس چند راه دارید:

۱ - محور تقارن = ریشه مضاعف = $-\frac{b}{2a}$

۲ - مجموع ریشه ها = $\frac{\alpha + \beta}{2}$

۳ - مشتق سهمی را برابر صفر قرار دهید.

۴ - سهمی به صورت مربع کامل بود

$$y = A(x - x_s)^2 + y_s$$

مقدار مینیمم یا ماکسیمم = مینیمم یا ماکسیمم y_s

۱ - $y_s = -\frac{\Delta}{4a}$ را در معادله جایگذاری کنید.

قاطی نکنی ها!! $y_s = -\frac{\Delta}{4a} \Leftrightarrow |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

ریشه مضاعف = محور تقارن = $x_s = -\frac{b}{2a}$

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

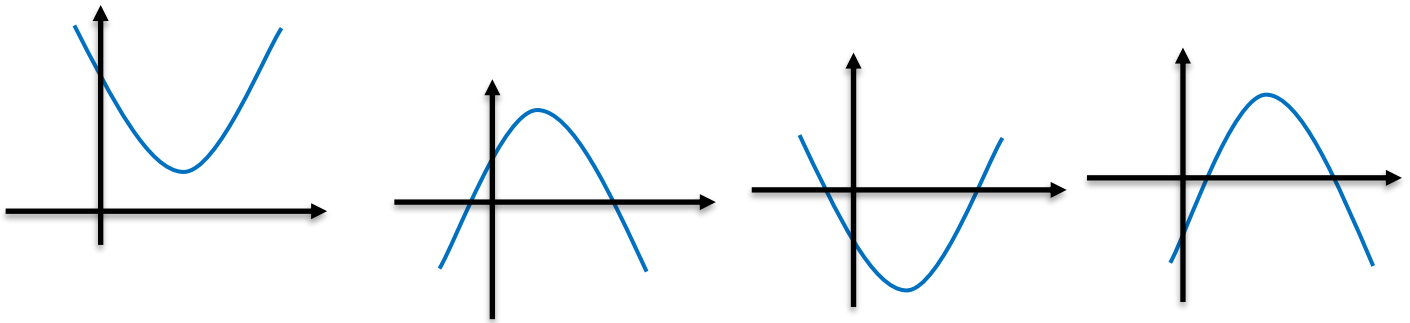


$$y = ax^2 + bx + c$$

a دهانه سهمی را نشان می دهد

b شیب در محل برخورد با محور y

c محل برخورد با محور y



برد سهمی رو به پایین

$$R = (-\infty, y_S]$$

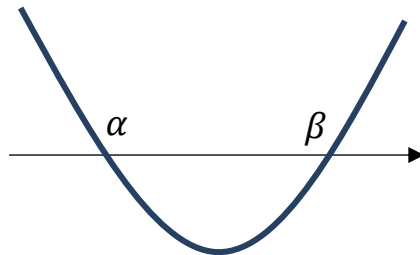
برد سهمی رو به بالا

$$R = [y_S, +\infty)$$

ساختن معادله سهمی به کمک نمودار

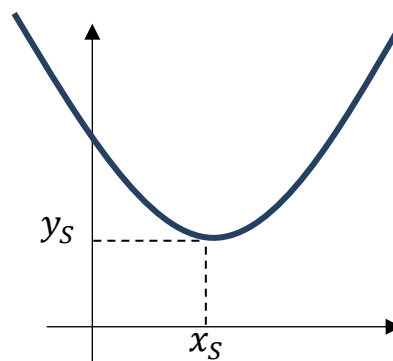
$$y = A(x^2 - Sx + P)$$

حالت ۱: اگر دو ریشه را داد



$$y = A(x - x_S)^2 + y_S$$

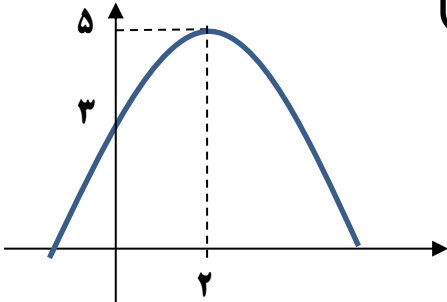
حالت ۲: اگر راس را داد



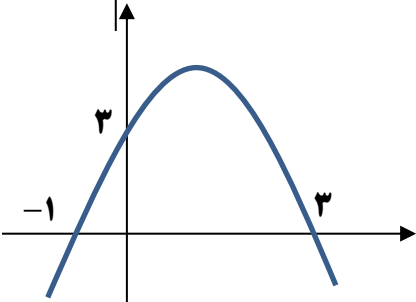


حالت ۳: در غیر اینصورت نقاط را در معادله گسترده سهمی جایگذاری کنید و ضرایب را بیابید.

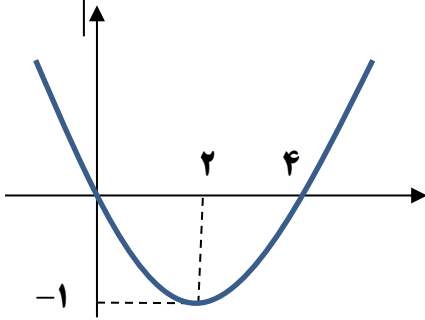
$$y = ax^2 + bx + c$$



مثال ۱



مثال ۲



مثال ۳

۸۴- نمودار تابع $f(x) = ax^2 + 4x + (a + 1)$ ماکزیممی به عرض ۲- دارد. $f(-1)$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۵ (۳) -۱۱ (۴) -۸

پاسخ: ()

۸۵- کمترین مقدار تابع $y = mx^2 - 12x + 5m - 1$ برابر ۲ است. محور تقارن سهمی، کدام است؟ (سراسری ۱۴۰۱)

- (۱) $x = 3/5$ (۲) $x = 2$ (۳) $x = 2/5$ (۴) $x = 3$

پاسخ: ()



۸۶- اگر سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ محور x ها را در نقطه ی $3 \pm \sqrt{2}$ و محور y ها را با عرض -14 قطع کند. حاصل $a^2 + b^2 + c^2$ کدام است؟ (سنجش ۱۴۰۰)

۳۴۰ (۴)

۳۴۲ (۳)

۳۴۶ (۲)

۳۴۴ (۱)

پاسخ: ()

۸۷- فرض کنید نقاط $(-2, 5)$ ، $(0, 5)$ و $(1, 11)$ بر سهمی $y = ax^2 + bx + c$ واقع باشند، این سهمی، از کدام یک از نقاط زیر می گذرد؟ (سراسری ۹۹)

$(2, 15)$ (۴)

$(2, 9)$ (۳)

$(-1, 4)$ (۲)

$(-1, 3)$ (۱)

پاسخ: ()

۸۸- فرض کنید $A(-1, 9)$ رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ گذرا بر نقطه $(3, 1)$ باشد. این سهمی، از کدام یک از نقاط زیر می گذرد؟ (سراسری ۹۹)

$(1, 5)$ (۴)

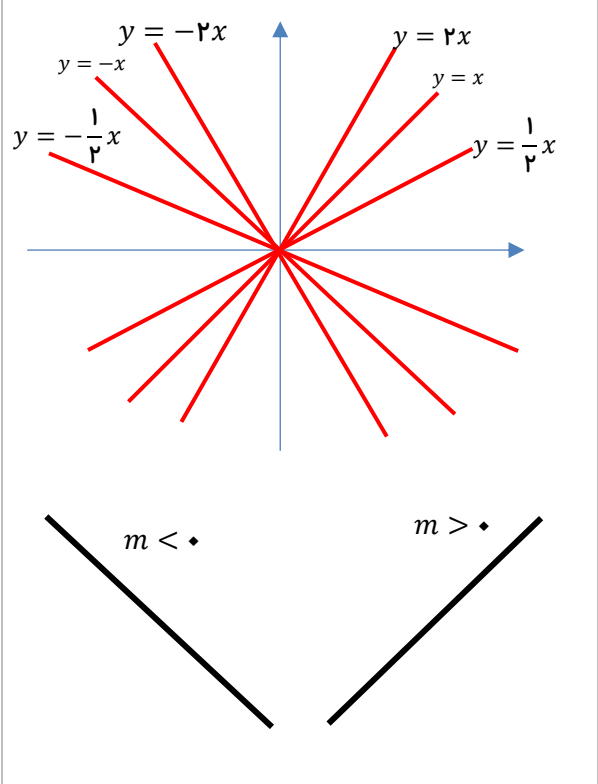
$(2, 5)$ (۳)

$(5, -9)$ (۲)

$(5, -7)$ (۱)

پاسخ: ()

چند نکته بسیار ساده و مهم

معادله خط	خط گذرنده از مبدا (عرض از مبدا صفر)
<p>راه (۱) $y = mx + h$</p> <p>راه (۲) $y - y_{\text{نقطه}} = m(x - x_{\text{نقطه}})$</p> <p>شیب خط را با m نشان می دهیم که به کمک دو نقطه قابل محاسبه است</p> $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ <p>• h عرض از مبدا است که مستقیم در سوال داده می شود یا با جایگذاری یک نقطه در معادله می توانیم آن را بدست بیاریم.</p> <p>توجه:</p> <ul style="list-style-type: none"> • دو خط موازی دارای شیب های برابرند. • دو خط عمود بر هم شیب های قرینه معکوس دارند. 	<p>خطوط گذرنده از مبدا به صورت $y = mx$ است.</p> 

فاصله و وسط دو نقطه	مثالی از معادله خط
<p>فاصله دو نقطه (x_1, y_1) و (x_2, y_2):</p> $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $d = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$ <p>وسط دو نقطه میانگین دو نقطه است: $(\frac{x_2 + x_1}{2}, \frac{y_2 + y_1}{2})$</p>	<p>مثال: معادله خط گذرنده از دو نقطه $(3, 4)$ و $(5, 10)$ را بیابید.</p>



۸۹- سهمی $y = -x^2 + 2x + 1$ خط راست گذرا از نقطه $(1, 0)$ با عرض از مبدا -1 را در نقاط A و B قطع می کند. اگر M وسط پاره خط AB باشد، فاصله راس سهمی از نقطه M کدام کدام مضرب $\sqrt{26}$ است؟ (سراسری ۱۴۰۰)

$\frac{1}{2}$ (۴)

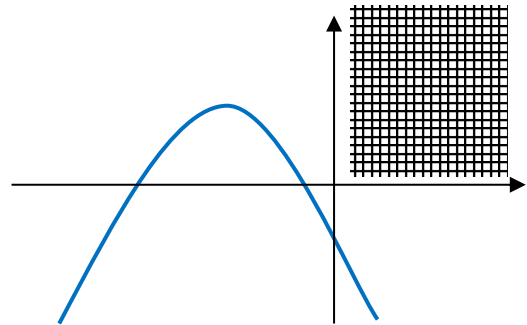
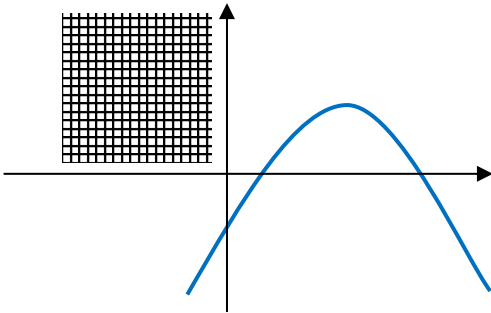
$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳)

$\sqrt{2}$ (۲)

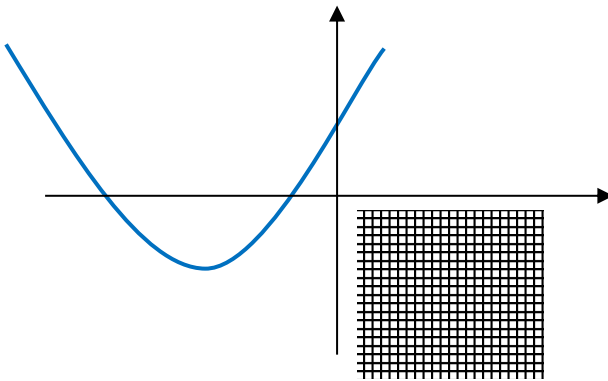
۲ (۱)

پاسخ: ()

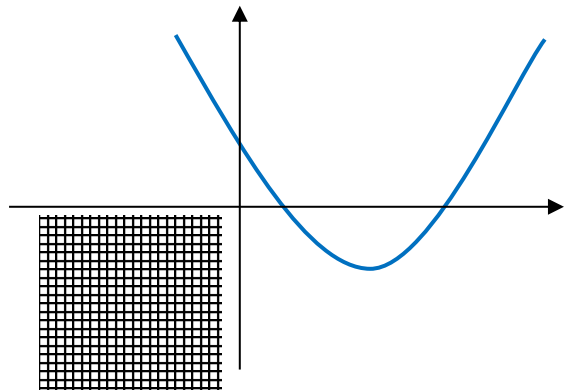
اگر سهمی فقط از یکی از ناحیه ها نگذرد



اگر سهمی فقط از ناحیه دو نگذرد



اگر سهمی فقط از ناحیه یک نگذرد



اگر سهمی فقط از ناحیه چهار نگذرد

اگر سهمی فقط از ناحیه سه نگذرد



۹۰- به ازای چه مقادیری از m سهمی به معادله $y = (m - 2)x^2 + 2x + 1 - m$ فقط از ناحیه ی دوم محور

های مختصات عبور نمی کند؟ (سراسری)

۱ ≤ m < ۲ (۴)

m > ۲ (۳)

m < ۲ (۲)

m > ۱ (۱)

پاسخ: ()

۹۱- به ازای کدام مقادیر a منحنی به معادله $y = (a - 3)x^2 + ax - 1$ از ناحیه ی اول محورهای مختصات

نمی گذرد؟ (سراسری)

۰ < a < ۳ (۴)

۲ < a < ۳ (۳)

۰ < a ≤ ۲ (۲)

a ≤ ۲ (۱)

پاسخ: ()

۹۲- به ازای چند مقدار a سهمی $y = ax^2 + (3 + 2a)x$ از ناحیه ی سوم محورهای مختصات نمی گذرد؟ (سراسری)

(۱۴۰۱)

۲ (۴)

۱ (۳)

۲ تمام مقادیر a

۱ هیچ مقدار a

پاسخ: ()

تعدادی تمرین جون دار از نمودار سهمی

۱- تابع $y = -\frac{1}{2}x^2 + 17x - 1$ از کدام نواحی دستگاه مختصات می گذرد؟

- (۱) اول و سوم (۲) سوم و چهارم (۳) دوم، سوم و چهارم (۴) اول، سوم و چهارم

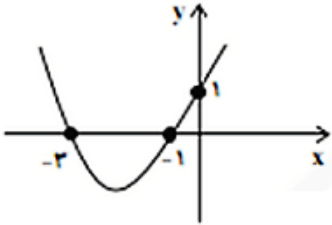
۲- معادله مربوط به سهمی شکل مقابل کدام است؟

(۱) $y = \frac{1}{9}x^2 - \frac{4}{3}x + 1$

(۲) $y = \frac{1}{9}x^2 + \frac{4}{3}x + 1$

(۳) $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 1$

(۴) $y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 1$



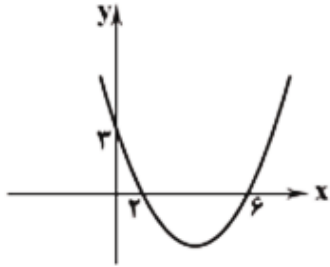
۳- ضابطه سهمی زیر کدام گزینه است؟

(۱) $y = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 3$

(۳) $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 3$

(۲) $y = \frac{1}{2}x^2 - x + 3$

(۴) $y = \frac{1}{4}x^2 - x + 3$



۴- اگر راس سهمی نقطه (۲, ۳) باشد و از نقطه (-۱, -۲) بگذرد، سهمی محور xها را با کدام طول قطع می کند؟

(۴) $2 \pm \frac{3\sqrt{15}}{5}$

(۳) $3 \pm \frac{2\sqrt{15}}{5}$

(۲) $2 \pm 3\sqrt{15}$

(۱) $3 \pm 2\sqrt{5}$

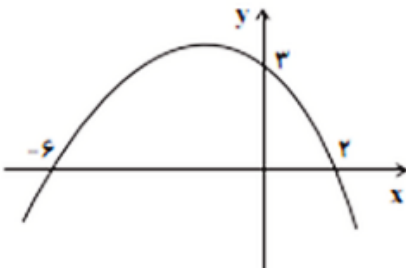
۵- بیشترین مقدار سهمی مقابل کدام است؟

(۱) ۷

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۴



۵- در منحنی سهمی درجه دوم $f(x) = x^2 - (m+2)x + 9$ که به شکل زیر

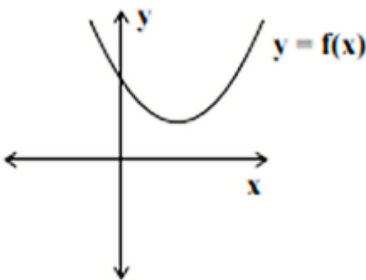
است، حدود m کدام است؟

(۱) $-2 < m < 6$

(۲) $-8 < m < 6$

(۳) $-2 < m < 4$

(۴) $-8 < m < 8$



۶- اگر نمودار سهمی $y = 2ax^2 + cx + b$ فقط از ناحیه سوم عبور نکند، آنگاه کدام گزینه همواره درست است؟

(۴) $b < 0$

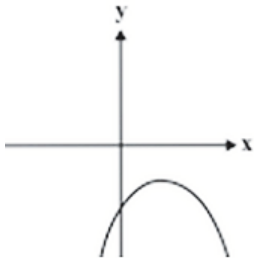
(۳) $ab < 0$

(۲) $a < 0$

(۱) $c < 0$



۷- شکل زیر مربوط به تابع $f(x) = cx^2 + ax + b$ است. کدام گزینه در مورد تابع $g(x) = ax^2 + bx + c$ همواره درست است؟



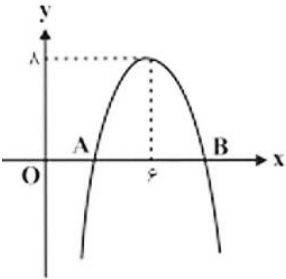
(۱) عرض راس، بیشترین مقدار سهمی است

(۲) دو ریشه حقیقی متمایز دارد.

(۳) ریشه حقیقی ندارد

(۴) طول راس سهمی منفی است.

۸- در نمودار سهمی زیر، $OA = AB$ است. سهمی محور y ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟



(۱) -۷۲

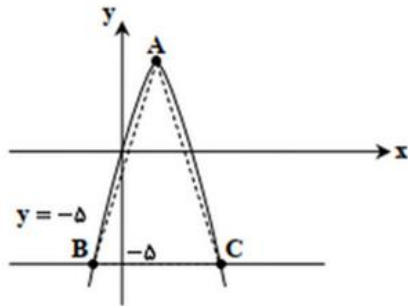
(۲) -۶۴

(۳) -۵۶

(۴) -۳۲

۹- نمودار سهمی $y = ax - x^2$ و خط $y = -5$ به صورت زیر رسم شده اند. اگر

مساحت مثلث ABC برابر ۲۷ باشد، مقدار a کدام است؟ (A رأس سهمی است.)



(۱) ۶ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰- اگر S و P به ترتیب جمع و ضرب ریشه های معادله درجه دوم $2x^2 - 3x - 4 = 0$ باشند، نمودار سهمی

$y = (x - S)(x + P)$ از کدام ناحیه نمی‌گذرد؟ (گزینه دو ۱۴۰۰)

(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

۱۱- نمودار تابع درجه دوم f نیمیاز ربع اول و سوم را در نقاطی به طول های -1 و 4 قطع می‌کند. اگر طول راس این

سهمی برابر ۲ باشد، مقدار $f(3)$ کدام است؟

(۴) ۸

(۳) ۷

(۲) ۶

(۱) ۵

۱۲- اگر نمودار مقابل مربوط به تابع $f(x) = mx^2 + (m + 7)x - 4m$ باشد،

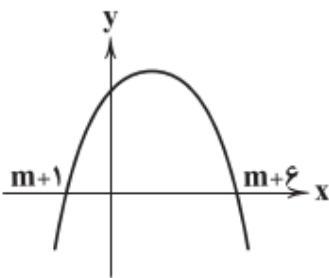
محور تقارن سهمی کدام می‌تواند باشد؟

(۲) $x = \frac{2+\sqrt{2}}{4}$

(۱) $x = \frac{1+\sqrt{2}}{2}$

(۴) $x = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$

(۳) $x = \frac{3+\sqrt{2}}{2}$



۱۳- نمودار تابع $f(x) = (a - 2)x^2 + (a - b)x + 11 - 3a$ از ناحیه سوم دستگاه مختصات عبور نمی‌کند و

از ناحیه چهارم عبور می‌کند. اگر a و b اعداد طبیعی باشند، کمترین مقدار $a + b$ کدام است؟

(۴) ۱

(۳) ۱۰

(۲) ۹

(۱) ۸

ساخت معادله به کمک ریشه ها

ساخت معادله به کمک انتقال

اگر ریشه های معادله ای α و β باشد معادله آن به صورت زیر است:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

توجه: اگر ضرایب معادله درجه دو گویا باشد ریشه ها به صورت مزدوج $x = a \pm \sqrt{b}$ هستند.

اگر ریشه های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ را تغییر دهیم معادله آن تغییر می کند:

حالت اول: اگر به ریشه ها k واحد اضافه کنیم، همه x منهای k می شود.

$$a(x - k)^2 + b(x - k) + c = 0$$

حالت دوم: اگر ریشه ها k برابر شود، همه x تقسیم بر k می شود.

$$a\left(\frac{x}{k}\right)^2 + b\left(\frac{x}{k}\right) + c = 0$$

حالت سوم: اگر ریشه ها معکوس شود، جای a و c را عوض می کنیم.

$$cx^2 + bx + a = 0$$

حالت چهارم: اگر ریشه ها قرینه شود، علامت b را عوض می کنیم.

$$ax^2 - bx + c = 0$$

ساخت معادله به کمک جدول

معادله جدید	ریشه های معادله قدیم را α و β در نظر بگیرید و جمع و ضرب آن را محاسبه کنید.
مجموع و حاصلضرب ریشه های معادله جدید را به کمک مجموع و حاصلضرب ریشه های معادله قدیم بیابید و در رابطه زیر قرار دهید: $x^2 - Sx + P = 0$	

مثال: معادله درجه دومی که ریشه های آن، مربع ریشه های معادله $x^2 - 5x - 2 = 0$ باشند، کدام است؟

$$(1) \quad x^2 - 58x + 4 = 0 \quad (2x^2 - 58x + 16 = 0)$$

$$(3) \quad x^2 - 29x + 4 = 0 \quad (4x^2 - 29x + 16 = 0)$$

معادله قدیم	معادله جدید
ریشه ها: α و β	ریشه ها: α^2 و β^2

۹۳- معادله ی درجه دومی بنویسید که ریشه هایش دو واحد از ریشه های معادله $x^2 - 3x + 1 = 0$ بزرگتر باشد؟

۹۴- معادله ای که جواب هایش از قرینه ی جواب های معادله ی $x(x+1) = 3$ ، یک واحد کم تر باشد، کدام است؟

(۱) $x^2 + x - 3 = 0$ (۲) $x^2 - x - 3 = 0$ (۳) $x^2 - 3x - 1 = 0$ (۴) $x^2 - 3x + 1 = 0$

پاسخ: ()

۹۵- اگر α, β ریشه های معادله ی $-3x^2 - 4x + 6 = 0$ باشند، مجموعه جواب های کدام معادله به صورت $\{3\alpha - 1, 3\beta - 1\}$ است؟ (قلمچی)

(۱) $x^2 - 2x - 4 = 0$ (۲) $x^2 - 6x - 13 = 0$ (۳) $x^2 + 6x - 13 = 0$ (۴) $x^2 + 2x - 4 = 0$

پاسخ: ()

۹۶- ریشه های معادله درجه دوم $x^2 + ax + b = 0$ یک واحد از ریشه های معادله $x^2 + 7x + 1 = 0$ بیشتر است، b کدام است؟ (سراسری)

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

پاسخ: ()



۹۷- اگر هر یک از ریشه های معادله $3x^2 + ax + b = 0$ ، دو برابر معکوس هر ریشه از معادله $4x^2 - 7x + 3 = 0$ باشد، a کدام است؟ (سراسری)

(۴) -۶

(۳) -۸

(۲) -۱۲

(۱) -۱۴

پاسخ: ()

۹۸- ریشه های کدام معادله، از معکوس ریشه های معادله $2x^2 - 3x - 1 = 0$ ، یک واحد کمتر است؟ (سراسری ۹۴)

(۴) $x^2 + 5x + 2 = 0$

(۳) $x^2 - 5x + 2 = 0$

(۲) $x^2 + 3x + 1 = 0$

(۱) $x^2 - 3x + 1 = 0$

پاسخ: ()

۹۹- فرض کنید x_1 و x_2 ریشه های معادله $x^2 - 5 = 0$ باشد. $\frac{1}{(x_1+1)^2}$ و $\frac{1}{(x_2+1)^2}$ ریشه های کدام معادله است؟ (۱۴۰۰ تجربی)

(۲) $125x^2 = 16x + 1$

(۱) $125x^2 + 16x = 1$

(۲) $125x^2 = 12x + 1$

(۱) $125x^2 + 12x = 1$

پاسخ: ()

تعدادی تمرین جون دار از ساخت معادله

۱- اگر از هر کدام از ریشه های معادله $x^2 - 5x - k = 0$ یک و نیم واحد کم کنیم، حاصلضرب ریشه ها چه تغییری خواهد کرد؟

(۱) $5/25$ واحد کمتر می شود. (۲) $5/25$ واحد بیشتر می شود.

(۳) $5/25$ برابر می شود (۴) $4/21$ واحد کمتر می شود.

۲- اگر $3\alpha - 1$ و $3\beta - 1$ ریشه های معادله $x^2 - 4x - 7 = 0$ باشد، ریشه های کدام معادله $\frac{1}{\alpha+1}$ و $\frac{1}{\beta+1}$ است؟

(۱) $25x^2 - 36x + 9 = 0$ (۲) $25x^2 + 36x + 9 = 0$

(۳) $25x^2 - 63x + 9 = 0$ (۴) $25x^2 + 63x + 9 = 0$

۳- فرض کنید α و β ریشه های معادله $x^2 - 1 - 3x = 0$ باشند $\frac{\alpha}{\beta^2+1}$ و $\frac{\beta}{\alpha^2+1}$ ریشه های کدام معادله است؟

(۱) $13x^2 + 39x - 1 = 0$ (۲) $13x^2 - 23x - 1 = 0$

(۳) $13x^2 + 23x - 1 = 0$ (۴) $13x^2 + 23x + 1 = 0$

۴- اگر α و β ریشه های معادله $x(1-x) = -1$ باشند، ریشه های کدام معادله $(\alpha + \beta)$ و $(\alpha^2 + \beta^2)$ است؟

(۱) $x(4+x) = 3$ (۲) $x(4+x) = 4$ (۳) $x(4-x) = 3$ (۴) $x(4-x) = 4$

۵- اگر α و β ریشه های معادله درجه دوم $x^2 + 2ax + b = 0$ باشند، کدام معادله همواره یک ریشه به صورت

$\alpha + \beta + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$ دارد؟

(۱) $x^2 + 4ax - 2b = 0$ (۲) $x^2 + 4ax + 2b = 0$

(۳) $x^2 - 4ax + 2b = 0$ (۴) $x^2 - 4ax - 2b = 0$

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

اگر درون قدر مطلق عدد مثبت باشد خودش خارج می شود

اگر درون قدر مطلق عدد منفی باشد قرینه اش خارج می شود.

اگر نمی دانید درون قدر مطلق مثبت است یا منفی تعیین علامت کنید.

۱۰۰ - حاصل عبارتهای زیر را بیابید.

۱) $|3 - \sqrt{5}| =$

۲) $|2 - \sqrt{5}| =$

۳) $|2^{-100}| =$

۴) $|x^2 + 4| =$

۵) $|-x^2 - 4| =$

۶) $|x^2 - x + 1| =$

۷) $|4 - \sin x| =$

۸) $|\sqrt{3} - 1| =$

۹) $|2\sqrt{3} - 2| =$

۱۰) $|\sqrt[4]{9} - 2| =$

نکته: هر جا در کنکور قدر مطلق دیدید تعیین علامت کنید.

۱۰۱ - قدر مطلق های زیر را بررسی کنید.

۱) $|x - 1| =$

۲) $|-x + 3| =$



• عبارت های همیشه مثبت:

نکته: اگر از توان ۲ جذر بگیریم قدر مطلق خارج می شود.

$$\sqrt{x^2} = |x| \qquad \sqrt{x^2} = x$$

پس از ساده کردن توان و فرجه در چه صورتی قدر مطلق ایجاد می شود؟

۱۰۲- حاصل عبارتهای زیر را بیابید.

$\sqrt[4]{x^4} =$	$(\sqrt[4]{x})^4 =$
$\sqrt[4]{x^2} =$	$\sqrt[4]{x^3} =$
$\sqrt[4]{x^2} =$	$\sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2} =$



$$۱) \sqrt{x^2 - 2x + 1} =$$

$$۲) \sqrt{4x^2 - 4x + 1} =$$

$$۳) \sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} - 2} =$$

۱۰۳- اگر $x \in (2, 5)$ باشد، حاصل $\sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{x^2 - 10x + 25}$ برابر کدام گزینه است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

۳ (۱) $-2x + 7$ (۲) $2x - 7$ (۳) -3 (۴)

پاسخ: ()

۱۰۴- اگر $[x - 2] = 1$ باشد، نمودارهای دو تابع $f(x) = |x - 3| - |x - 4|$ و $g(x) = 2x^2 + x - 17$ در چند نقطه مشترک هستند؟ (سراسری ۹۷)

۱ (۱) 2 (۲) 3 (۳) 4 فاقد نقطه مشترک

پاسخ: ()

۱۰۵- اگر $[x + 1] = 5$ باشد، حاصل $\sqrt{x^2 - 10x + 25} + \sqrt{x^2 - 8x + 16}$ کدام است؟ (نماد جزء صحیح است.) (قلمچی ۱۴۰۰)

۱/۵ (۱) 1 (۲) $1/5$ (۳) 2 (۴)

پاسخ: ()

خواص قدر مطلق

$$|ab| = |a||b| \quad (۱)$$

ضرب را می توان جدا کرد.

$$\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} \quad (۲)$$

تقسیم را می توان جدا کرد.

$$|x| = |-x| \quad (۳)$$

داخل قدرمطلق را می توان در منفی ضرب کرد.

$$|a - b| = |b - a| \quad (۴)$$

فاصله a تا b را نشان می دهد.

$$|x^2| = x^2 = |x|^2 \quad (۵)$$

معادلات قدر مطلق

حالت اول: اگر دو طرف معادله ای قدرمطلق باشد، درون اولی، مثبت و منفی درون دومی است.

$$|X| = |Y| \Rightarrow X = \pm Y$$

۱۰۶- مجموع ریشه های معادله $|2x| = |x - 1|$ کدام است؟

$$-\frac{4}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۳)$$

$$-\frac{2}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{4}{3} \quad (۱)$$

پاسخ: ()



حالت دوم: اگر یک طرف معادله ای قدر مطلق باشد و طرف دیگر قدر مطلق نداشته باشد، درون اولی، مثبت و

منفی دومی است. بعلاوه اینکه ریشه ها را روبروی قدر مطلق قرار دهید و باید بزرگتر مساوی صفر باشد.

$$|X| = Y \xrightarrow{Y \geq 0} X = \pm Y$$

$$|x| = 3 \rightarrow$$

$$|x| = -3 \rightarrow$$

۱۰۷- تعداد ریشه های مجموعه ریشه های معادله $||x| - 3| = 6$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (صفر)

پاسخ: ()

۱۰۸- تعداد ریشه های مجموعه ریشه های معادله $|2x| = x + 1$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (صفر)

پاسخ: ()

۱۰۹- تعداد ریشه های مجموعه ریشه های معادله $|x^2 - 1| = x^2 + x - 2$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (صفر)

پاسخ: ()

حالت سوم:

$$|X| = X \Rightarrow X \geq 0$$

$$|X| = -X \Rightarrow X \leq 0$$



حالت چهارم:

$$|A| + |B| + |C| = \diamond \Rightarrow A = B = C = \diamond \text{ اشتراک}$$

حالت پنجم: (بازه بندی) درون قدرمطلق ها را تعیین علامت می کنیم، در هر بازه با توجه به علامت درون

قدرمطلق، قدرمطلق را حذف می کنیم و ریشه ها هر معادله را پیدا می کنیم و بررسی می کنیم که آن ریشه در

بازه مورد نظر قرار دارد یا نه؟!

۱۱۰- مجموع جواب معادله $|2x - 1| + |x + 2| = 3$ کدام است؟ (سراسری)

- (۱) $-\frac{2}{3}$
 (۲) $\frac{2}{3}$
 (۳) ۱
 (۴) $\frac{4}{3}$

پاسخ: ()

۱۱۱- مجموع جواب های معادله $||x - 2| - 3| = 2$ کدام است؟

- (۱) ۷
 (۲) ۸
 (۳) ۹
 (۴) ۱۰

پاسخ: ()

۱۱۲- مجموع مربعات ریشه های معادله $\sqrt{4x^2 + 4x + 1} = |x + 2|$ کدام است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

- (۱) ۲
 (۲) ۱۰
 (۳) ۱۳
 (۴) ۲۶

پاسخ: ()



۲۳- معادله $x^2 + |x| - 4 = 0$ چند ریشه حقیقی دارد؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

پاسخ: ()

۱۱۳- معادله $|x^2 - 4x + 3| = |x^2 - 3x + 4|$ چند ریشه دارد؟

- (۱) یک جواب دارد. (۲) دو جواب دارد. (۳) سه جواب دارد. (۴) چهار جواب دارد.

پاسخ: ()

۱۱۴- معادله $|x + 6| = 2x - 4$ چند جواب دارد؟

- (۱) فاقد جواب است. (۲) یک جواب دارد. (۳) دو جواب دارد. (۴) بیشمار جواب دارد.

پاسخ: ()

۱۱۵- معادله $|x + 1| + \left|1 + \frac{1}{x}\right| + |x^3 + 2x - 3| = 0$ چند جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

پاسخ: ()



۱۱۶- مجموعه جواب معادله $x^2 + |x^2 - x - 6| = x + 6$ به کدام صورت زیر است؟

- (۱) $\mathbb{R} - (-2, 3)$ (۲) $(-3, 2)$ (۳) $\mathbb{R} - [-3, 2]$ (۴) $[-2, 3]$

پاسخ: ()

۱۱۷- معادله $x^2 + |2x - 1| = x - 1$ دارای چند جواب است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

پاسخ: ()

۱۱۸- مجموع ریشه‌های معادله $2(x-2)^2 - 3|x-2| - 5 = 0$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) -۲ (۴) صفر

پاسخ: ()

۱۱۹- معادله $2|x| + |x - 1| = 4x - 3$ چند ریشه دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) بیشمار (۴) فاقد جواب

پاسخ: ()



نامعادلات قدر مطلق

حالت اول: اگر یک طرف نامعادله ای قدر مطلق باشد و طرف دیگر قدر مطلق نداشته باشد

$$|X| \leq a \Rightarrow -a \leq x \leq a$$

پس از آن اشتراک می گیریم

$$|X| \geq a \Rightarrow x \geq a \text{ یا } x \leq -a$$

پس از آن اجتماع می گیریم

مثال:

$$|3x - 2| < x$$

$$|x + 1| \geq |2x - 1|$$

حالت دوم: اگر دو طرف نامعادله ای قدر مطلق باشد باید دو طرف را به توان دو برسانیم

$$|X| < |Y| \Rightarrow X^2 < Y^2 \Rightarrow X^2 - Y^2 < 0 \Rightarrow$$

$$(X - Y)(X + Y) < 0 \Rightarrow \text{تعیین علامت}$$

مثال:

$$|x + 3| \geq |2x - 1|$$



۱۲۰- مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $|3x + 5| < 6$ کدام بازه است؟

- (۱) $(-\frac{11}{3}, \frac{1}{3})$ (۲) $(\frac{1}{6}, \frac{1}{3})$ (۳) $(-\frac{1}{9}, \frac{1}{6})$ (۴) $(-\frac{1}{3}, \frac{11}{3})$

پاسخ: ()

۱۲۱- مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $4 < |x - 1| - |x - 3|$ به صورت (a, b) است، بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) ۱۶

پاسخ: ()

۱۲۲- مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $15 + \frac{x}{2} < |x + 2|x|$ ، بازه‌ی (a, b) است و مقدار $a + b$ کدام است؟ (سراسری)

- (۱) ۶ (۲) -۶ (۳) ۴ (۴) -۴

پاسخ: ()

۱۲۳- مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $|x - 2| < x^2 - 2x$ به صورت کدام بازه است؟ (سراسری ۹۲)

- (۱) $(-1, 1)$ (۲) $(-1, 2)$ (۳) $(0, 2)$ (۴) $(1, 2)$

پاسخ: ()



۱۲۴- مجموعه‌ی جواب نامعادله $|x^2 + 1| > |x - 2| - 2x + 1$ کدام است؟ (سراسری ۹۵)

- (۱) $(-2, 1)$ (۲) $(-1, 1)$ (۳) $(-1, 2)$ (۴) $(1, 2)$

پاسخ: ()

۱۲۵- در کدام بازه نمودار تابع $y = 3x^2$ بالاتر از نمودار تابع $y = |x - 4|$ قرار نمی‌گیرد؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

- (۱) $(-\infty, 1]$ (۲) $[-\frac{4}{3}, 1]$
(۳) $[-\frac{4}{3}, +\infty)$ (۴) $[-1, \frac{4}{3}]$

پاسخ: ()

۱۲۶- در بازه (a, b) نمودار تابع با ضابطه $y = |2x^2 - 4|$ در زیر خط $y = 2x$ واقع است. بیش‌ترین مقدار $b - a$

کدام است؟ (سراسری ۹۹)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

پاسخ: ()

۱۲۷- در بازه (a, b) نمودار تابع $y = (x - 1)^2$ بالاتر از نمودار تابع $y = 4x^2$ است. بیش‌ترین مقدار $b - a$ کدام

است؟ (سراسری ۹۹)

- (۱) ۱ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{5}{2}$

پاسخ: ()



۱۲۸- در بازه (a, b) نمودار تابع $y = -x^2 - \frac{1}{4}x + \frac{9}{4}$ y بالاتر از نمودار تابع $|x| + 2x = y$ است. طول نقطه ی وسط این بازه کدام است؟ (سراسری)

۴) -0.5

۳) -1

۲) $-1/5$

۱) -2

پاسخ: ()

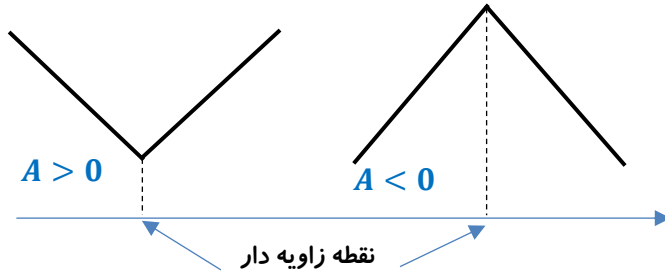
نمودارهای قدر مطلق

تک قدر مطلق های درجه یک

$$y = A|ax + b| + B$$

نقطه زاویه دار ریشه درون قدر مطلق است. $ax + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$

این x را درون تابع قرار می دهیم و y را محاسبه می کنیم، این نقطه زاویه دار تابع است.



۱۲۹- تابع $f(x) = 2|2x - 1| - 1$ از چند ناحیه می گذرد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: ()

۱۳۰- مساحتی که تابع $y = -|x - 2| + 3$ با محور x ها می سازد کدام است؟

- ۳ (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۱۸ (۴)

پاسخ: ()



۱۳۱- مساحت ناحیه محدود به نمودار های دو تابع $y = |x|$ و $y = |x - 1| - 5$ کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

پاسخ: ()

۱۳۲- مساحت محدود بین نمودار توابع به معادله ی $y = |x|$ و $y = |x + 4|$ و محور x ها کدام است؟

۱۶ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: ()

۱۳۳- مساحت ناحیه ی محدود به نمودار های دو تابع $y = \frac{1}{4}x + 2$ و $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

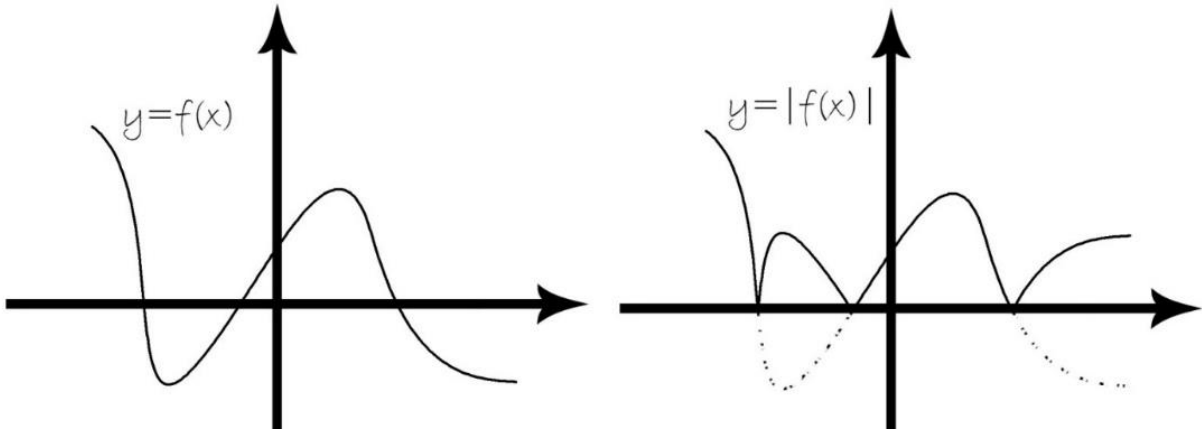
۸ (۱)

پاسخ: ()

$y = |f(x)|$ دور کل تابع قدر مطلق

۱- قدر مطلق را حذف و تابع را رسم می کنیم

۲- هر قسمتی از نمودار که زیر محور x ها است را به سمت بالای محور x ها تا می کنیم.



۱۳۴- توابع زیر را رسم کنید.

۱) $y = |\sin x|$

۲) $y = |x^2 - 1|$

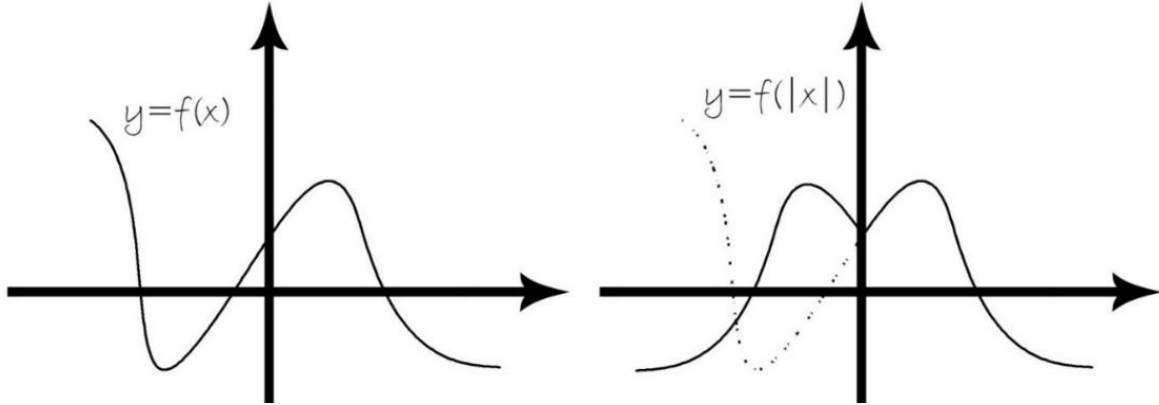
۳) $y = |(x - 1)^2 - 1|$

۴) $y = ||x| - 2|$

$y = f(|x|)$ دور همه ی x ها قدر مطلق

۱- قدر مطلق را حذف و تابع را رسم می کنیم

۲- قسمتهایی از نمودار سمت چپ محور y ها است را پاک می کنیم و سمت راست نمودار را به طور متقارن به سمت چپ محور y کپی می کنیم.



۱۳۵- توابع زیر را رسم کنید.

۲) $y = (|x| - ۱)^۲$

۱) $y = \sin|x|$

۴) $y = \sqrt{|x|}$

۳) $y = (|x| - ۱)^۳$

۶) $y = \sqrt{|x| + ۲}$

۵) $y = \sqrt{|x| - ۲}$



۱۳۶- خط $y = y$ ، با منحنی به معادله $y = |x^2 - 2x - 3|$ ، فقط ۳ نقطه ی مشترک دارد. مقدار y کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: ()

۱۹- به ازای کدام مجموعه مقادیر از m معادله $|x^2 + x - ۱۲| = m - ۱$ دقیقاً دارای ۴ جواب است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

(۲) $(1, \frac{49}{4})$

(۱) $[1, \frac{11}{4}]$

(۴) $(1, \frac{53}{4})$

(۳) $(1, \frac{11}{4}]$

پاسخ: ()

بازه بندی:

بازه بندی برای رسم قدرمطلق هایی استفاده می شود که یک متغیر درون و دیگری بیرون قدرمطلق باشد. برای رسم به کمک بازه بندی باید درون قدرمطلق را تعیین علامت کنیم و در بازه های مختلف تابع را رسم کنیم.

۱۳۷- توابع زیر را رسم کنید.

۱) $y = |x| + x$

۲) $y = x|x|$



$$۳) y = x + ۲|x|$$

$$۴) y = x|x - ۴|$$

$$۵) y = x^۲|x|$$

۱۳۸- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = ۲x - x|x|$ در بازه $(-۱, ۱)$ چگونه است؟

(۲) صعودی

(۱) ابتدا نزولی ، سپس صعودی

(۴) نزولی

(۳) ابتدا صعودی، سپس نزولی

پاسخ: ()

۱۳۹- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = ۲x + \frac{|x-۱|}{x-۱}$ در دامنه خود چگونه است؟

(۲) اکیداً نزولی

(۱) اکیداً صعودی

(۴) غیر یکنوا

(۳) هم صعودی و هم نزولی

پاسخ: ()



۱۴۰- مساحت ناحیه محدود به نمودارهای دو تابع $y = x + |x|$ و $y = 2 - |x|$ کدام است؟ (سراسری ۹۵)

۳ (۴)

$\frac{8}{3}$ (۳)

$\frac{7}{3}$ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: ()

مجموع یا تفاضل قدرمطلق های درجه یک

نقطه زاویه دار ریشه داخل قدرمطلق است.

ابتدا نقاط زاویه دار را پیدا کنید و به هم وصل کنید، سپس یک نقطه قبل و بعد نقاط زاویه دار در نظر بگیرید.

۱۴۱- توابع زیر را رسم کنید.

$$۱) y = |x| + |x - 2|$$

$$۲) y = |x - 2| - |x + 1|$$

$$۳) y = 2|x| - |x - 2| - x$$



۱۴۲- در بازه ای که تابع با ضابطه $f(x) = |x - 2| + |x - 3|$ اکیداً نزولی است، نمودار آن با نمودار تابع $g(x) = 1 - x - 2x^2$ در چند نقطه مشترک هستند؟ (سراسری ۹۶)

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: ()

۱۴۳- تابع با ضابطه $f(x) = |x + 2| + |x - 1|$ در کدام بازه، اکیداً نزولی است؟ (سراسری ۹۸)

۱ (۱) $(-\infty, -2)$ ۲ (۲) $(-\infty, 1)$ ۳ (۳) $(-2, 1)$ ۴ (۴) $(1, +\infty)$

پاسخ: ()

۱۴۴- تابع با ضابطه $f(x) = |x + 1| - |x - 2|$ در کدام بازه، اکیداً صعودی است؟ (سراسری ۹۸)

۱ (۱) $(-\infty, 2)$ ۲ (۲) $(-1, +\infty)$ ۳ (۳) $(-1, 2)$ ۴ (۴) $(2, +\infty)$

پاسخ: ()

۱۴۵- نمودارهای دو تابع $y = |x - 2| + |x + 1|$ و $y = x + 7$ در دو نقطه A و B متقاطع هستند. اندازه پاره خط AB کدام است؟ (سراسری ۹۹)

۱ (۱) $8\sqrt{2}$ ۲ (۲) ۱۲ ۳ (۳) ۱۳ ۴ (۴) $10\sqrt{2}$

پاسخ: ()

تعدادی تمرین جون دار از قدر مطلق

۱- نمودار تابع $f(x) = |x - 3| - |x - 1|$ در دو نقطه بر نمودار سهمی $g(x) = ax^2 + b$ مماس است. مجموع طول نقاط تماس کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{5}{2}$

۲- مجموعه جواب نامعادله $0 < \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1}$ به صورت $(-\infty, a) \cup (b, c)$ است حاصل $a+b+c$ چقدر است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳- اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{2-\frac{1}{|x|}}{4-\frac{1}{|x+1|}}$ بصورت $\mathbb{R} - A$ باشد، مجموعه A شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) ۳

۴- دامنه تابع با ضابطه $y = \sqrt[4]{\frac{x}{6} + 4 - |x|}$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۹ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴) ۸

۵- نامعادله $\left| \frac{x}{2} + 1 \right| < \frac{1}{3}$ را به صورت $A < 3x + 1 < B$ تبدیل می‌کنیم. در این صورت $A+B$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) ۴ (۳) ۱۰ (۴) -۱۰

۶- نمودار تابع $f(x) = -x|x|$ نمودار وارون خود را در چند نقطه قطع می‌کند؟

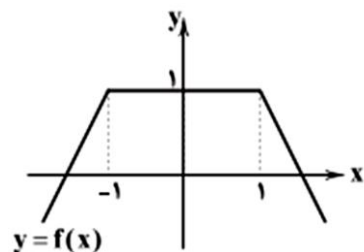
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۷- اگر $x = a$ جواب معادله $|x - \sqrt{x}| = \sqrt{1 - x^2} - x$ باشد، حاصل $2a + 1$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5} - 1$ (۲) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

۸- اگر نمودار $f(x)$ به صورت زیر باشد، معادله $|x|f(x) = 1$ چند ریشه دارد؟

- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه



۹- معادله $x|x| = kx$ چند جواب دارد؟ ($k > 0$)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۱

۱۰- معادله $|x - a| + |x + 3| = 10$ دارای بی شمار ریشه است، a کدام است؟

- (۱) ۱۳ یا -۷ (۲) ۱۳ یا -۷ (۳) ۷ یا -۷ (۴) ۶ یا -۶

۱۱- اگر $|2x| + |3 - 12y| = 18$ باشد، حدود تغییرات y کدام است؟

- (۱) $[-\frac{5}{4}, \frac{3}{4}]$ (۲) $[-\frac{3}{4}, \frac{5}{4}]$ (۳) $[-\frac{5}{4}, \frac{7}{4}]$ (۴) $[-\frac{3}{4}, \frac{7}{4}]$

۱۲- اگر $[A, B]$ بزرگ‌ترین بازه ای باشد که برای دو تابع $f(x) = |x - 2| + 1$ و $g(x) = 3 - |x|$ رابطه

$g(x) \geq f(x)$ برقرار است. حاصل $g(B) - f(A)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) -۳

۱۳- اگر $x < -2$ باشد، ساده شده عبارت $A = |2 - |x|| - \sqrt{x^2}$ همواره کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $2 - 2x$ (۳) $2x - 2$ (۴) -2

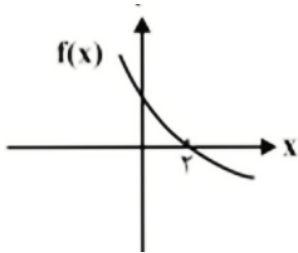
۱۴- در مجموعه جواب نامعادله $|\frac{1-2x}{x+3}| > 1$ ، چند عدد صحیح بزرگتر از ۲ وجود ندارد؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۲ (۴) ۷

۱۵- مجموعه مقادیر k برای آن که معادله $|2x - 1| = -x^2 + x + k$ دقیقاً دو ریشه داشته باشد، کدام است؟

- (۱) $(-\frac{1}{4}, +\infty)$ (۲) $(\frac{1}{4}, +\infty)$
(۳) $(-\infty, -\frac{1}{4})$ (۴) $(-\infty, \frac{1}{4})$

۱۶- شکل زیر، مربوط به تابع $f(x)$ است. خط $y = \frac{1}{x}$ نمودار تابع $g(x) = |x^2 - \frac{f(x)}{|f(x)|}|$ را در چند نقطه قطع می کند؟



- (۱) صفر (۲) ۲

- (۳) ۳ (۴) ۴

۱۷- مساحت ناحیه محصور بین نمودارهای دو تابع $y = |x + 1| + 1$ و $y = -x + 5$

$|x - 2|$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶

۱۸- اگر $f(x) = x^2 - 6x + 2m$ حدود m چقدر باشد تا معادله $|f(x)| = 0$ دارای ۴ جواب متمایز باشد؟

- (۱) $m > \frac{9}{4}$ (۲) $m > \frac{9}{2}$ (۳) $m < \frac{9}{4}$ (۴) $m < \frac{9}{2}$

۱۹- اگر α و β ریشه های معادله $\frac{|2x-1|}{|x+1|} = 3$ باشند و $\alpha < \beta$ چند عدد صحیح در بازه مجموعه جواب $|x - \alpha| < |\beta|$ قرار دارند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۰- دو تابع با ضابطه های $f(x) = x^2 + x - 12$ و $g(x) = x + |x|$ یکدیگر را در دو نقطه قطع می کنند. فاصله این دو نقطه از یکدیگر کدام است؟ (گزینه دو ۱۴۰۰)

- (۱) $\sqrt{13}$ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) $6\sqrt{2}$ (۴) $8\sqrt{2}$

۲۱- مجموعه جواب نامعادله $|\frac{2x-1}{x-1}| > 1$ به صورت $(-\infty, 0) \cup (a, 1) \cup (b, +\infty)$ است. مقدار ab کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{2}{2}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۲۲- اگر جواب نامعادله $\sqrt{x^2 + 1} - 2|x| < \sqrt{x + 3}$ به صورت (a, b) باشد $b - a$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5+\sqrt{17}}{2}$ (۲) $\frac{7+\sqrt{17}}{2}$ (۳) $\frac{3+\sqrt{17}}{2}$ (۴) $\frac{9+\sqrt{17}}{2}$

۲۳- مساحت ناحیه محدود به نمودار توابع $f(x) = x + 3 - |x - 2|$ و $g(x) = |x - 1|$ برابر چند واحد مربع است؟

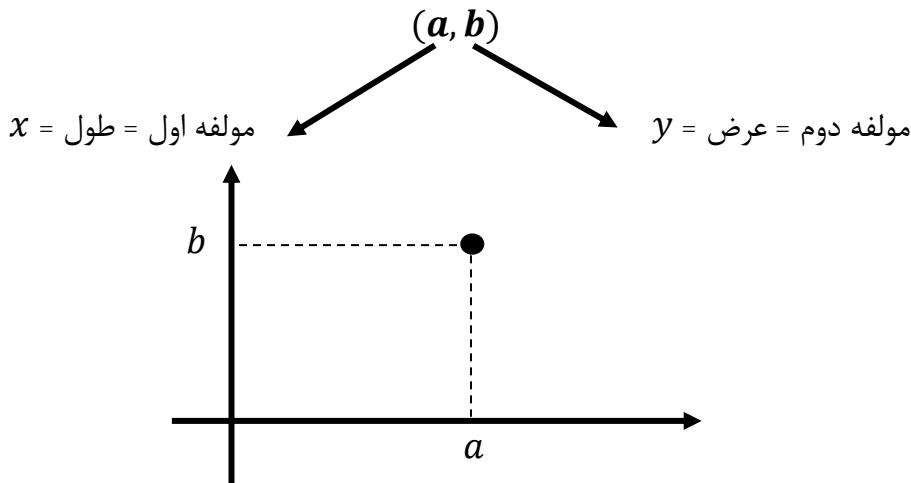
- (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴) ۱۴

۲۴- مساحت ناحیه ی محدود به نمودارهای دو تابع $y = |x| - x$ و $y = 2 - \frac{3}{4}x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{8}{3}$ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۲۵- نمودار تابع $y = |x||x - 2|$ در چند نقطه نمودار تابع $y = \frac{1}{x}$ را قطع می کند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳



- زوج های مرتب زمانی تابع هستند که اگر مولفه های اول برابر باشد مولفه های دوم نیز برابر هستند.

$$x_1 = x_2 \rightarrow y_1 = y_2$$

- به مجموعه مولفه های اول زوج مرتب دامنه تابع می گوئیم و با نماد D_f نشان می دهیم و به مجموعه مولفه های دوم زوج مرتب برد تابع می گوئیم و با نماد R_f نشان می دهیم.

مثال:

$$f = \{(1,2), (3,4), (1,5)\}$$

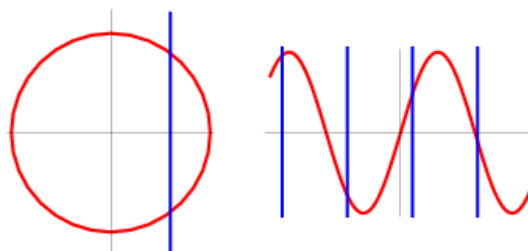
$$f = \{(0,3), (-1,2), (1,5)\}$$

نمودار ون

از هر عضو دامنه یک پیکان خارج شده باشد و از همه اعضای دامنه حتما پیکان خارج شده باشد.

مثال: $f = \{(1,2), (3,2), (5,7), (9,8)\}$

نمودار تابع هر شکلی نمودار تابع نیست، شکل هایی در محور های مختصات نمودار تابع هستند که هر خط موازی محور y ها تابع را حداکثر در یک نقطه قطع کند.



تابع نیست

تابع است

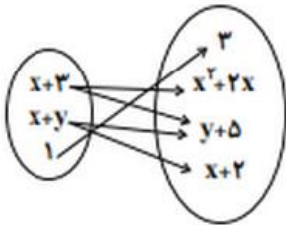
دامنه و برد در نمودارها

۱۴۶- به ازای چند مقدار m رابطه‌ی $f = \{(1,0), (2,1), (1, m^2 - m), (2, n), (n, m^2 - 1)\}$ یک تابع است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

پاسخ: ()

۱۴۷- اگر نمودار پیکانی زیر، نشان دهنده یک تابع باشد، چند حالت ممکن برای (x, y) وجود دارد؟ (فلمچی ۱۴۰۰)



- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) صفر
(۴) ۳

پاسخ: ()

۱۴۸- اگر $f(x) = \begin{cases} mx^2 - x & , x \geq 2 \\ 4x - m & , x \leq 2 \end{cases}$ تابع باشد، مقدار $f(m)$ کدام است؟ (الگو)

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

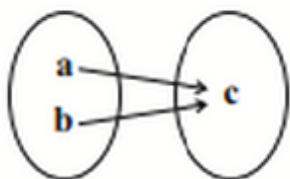
پاسخ: ()

۱۴۹- به ازای چه مقدار a رابطه $f = \{(-1, a^2 + 3a), (-a, a + 4), (-1, 4), (4, 4)\}$ یک تابع را نمایش می دهد؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

- (۱) ۱ (۲) هیچ مقدار a (۳) ۲ (۴) بیشمار

پاسخ: ()

۱۵۰- نمودار پیکانی $f = \{(x, 4x - 2), (7, 2x + 8)\}$ به صورت روبه رو رسم شده است.



مقدار $a + b + c$ کدام است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

- (۱) ۱۸ (۲) ۳۰

- (۳) ۱۷ (۴) ۳۱

پاسخ: ()

۱۵۱- به ازای چند مقدار از a ، رابطه زیر بیانگر یک تابع است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

$$f = \left\{ (2, a^2 - 2a), (1, 2), \left(\frac{1}{3}, (a-1)^2, -1 \right), (2, 1) \right\}$$

- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) بیشمار

پاسخ: ()

۱۵۲- در کدام رابطه y تابعی از x است؟ (الگو)

- (۱) $|y| = |x|$ (۲) $(y-1)^3 = |x-1|$ (۳) $|y| = x^2 + 1$ (۴) $|y^3| = x - 1$

پاسخ: ()



مقدار دهی به تابع

اگر تابع $y = f(x)$ به شما داده شود و (عبارت) f خواسته شود، آن عبارت را به جای x قرار می دهیم.
• مثال. اگر $f(x) = 3x + 2$ باشد آنگاه:

الف) $f(3) =$

ب) $f(f(3)) =$

ج) $f(3f(0)) =$

د) $f(x^2) =$

ه) $(f(x))^2 =$

• مثال. اگر $f(x) = \begin{cases} 4x + 1 & x > 1 \\ x + 1 & x \leq 1 \end{cases}$ حاصل عبارت های زیر را بیابید.

الف) $f(2) =$

ب) $f(\sqrt{3} - 1) =$

ج) $f(f(1)) =$

د) $f(f(-2)) =$

۱۵۳- اگر $f(x) = x^2 - 2x$ ساده شده عبارت $f(x-1) + f(x+1)$ کدام است؟ (الگو)

$2f(x) + 2(4)$

$2f(x) - 2(3)$

$f(x) + 2(2)$

$2f(x) (1)$

پاسخ: ()

۱۵۴- در تابع با ضابطه ی $f(x) = \begin{cases} \cot \frac{\pi x}{4} & x \leq 1 \\ \sqrt{x^2 + 1} & x > 1 \end{cases}$ مقدار $f(f(\frac{2}{3}))$ کدام است؟ (سراسری)

$4(4)$

$\frac{4\sqrt{3}}{3}(3)$

$2(2)$

$\frac{\sqrt{22}}{3}(1)$

پاسخ: ()



۱۵۵- در تابع با ضابطه $f(x) = x^2(2-x)^2$ حاصل $f(1+x) - f(1-x)$ کدام است؟ (سراسری ۸۵)

$4x^2$ (۴)

$2x^2$ (۳)

$4x$ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: ()

۱۵۶- در مورد تابع $f(x) = 3x - 2$ می دانیم $f(2a) + f(a) = 5$ مقدار a کدام است؟ (نشر الگو)

4 (۴)

3 (۳)

2 (۲)

1 (۱)

پاسخ: ()

۱۵۷- اگر نمودار تابع $f(x) = a(b)^x - 1$ از دو نقطه $A\left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$ و $B(1, 11)$ بگذرد، $f(-1)$ کدام است؟

(سراسری ۹۳)

$\frac{3}{4}$ (۴)

$-\frac{1}{4}$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

$-\frac{3}{4}$ (۱)

پاسخ: ()

۱۵۸- اگر $5f(x) + f(-x) = 4x + 9$ باشد، آنگاه $f(3)$ کدام است؟

$5/5$ (۴)

5 (۳)

$4/5$ (۲)

4 (۱)

پاسخ: ()



- **روش t:** عبارت درون تابع را برابر t قرار می دهیم، سپس x را برحسب t پیدا می کنیم و درون آن تساوی جایگذاری می کنیم به طوری که همه متغیرهای x به t تبدیل شود، در نهایت بجای متغیر t ها x قرار می دهیم.

۱۵۹- اگر $f(x-3) = 2x + 1$ باشد $f(x)$ کدام است؟

$2x - 7$ (۴) $2x + 7$ (۳) $2x + 5$ (۲) $2x - 5$ (۱)

پاسخ: ()

۱۶۰- اگر $f(2x-3) = 4x + 1$ باشد $f(x)$ کدام است؟

$2x - 7$ (۴) $2x + 7$ (۳) $2x + 5$ (۲) $2x - 5$ (۱)

پاسخ: ()

۱۶۱- اگر $f(2x+1) = 4x^2 + 6x$ باشد $f(7)$ کدام است؟

50 (۴) 52 (۳) 54 (۲) 56 (۱)

پاسخ: ()

۱۶۲- اگر $f(2x-3) = 4x^2 - 14x + 13$ ، آنگاه ضابطه $f(x)$ کدام است؟ (سراسری ۹۷)

$x^2 - 2x - 1$ (۲) $x^2 - x + 3$ (۱)

$x^2 - x + 1$ (۴) $x^2 - 2x + 1$ (۳)

پاسخ: ()



۱۶۳- اگر $f(x + \frac{1}{x}) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ باشد، آنگاه $f(\sqrt{5})$ کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: ()

• تابع ثابت = چند جمله ای درجه صفر = عدد $f(x)$ = خط افقی

• در تابع ثابت برد تک عضوی است.



۱۶۴- تابع $y = 2$ و $y = \frac{3-x}{x-3}$ را رسم کنید.

۱۶۵- اگر $g = \{(3, k^2 + 6), (-1, \frac{b}{4}), (0, 7k)\}$ تابعی ثابت باشد، بیشترین مقدار $b - k$ کدام می تواند باشد؟

(قلمچی ۱۴۰۰)

۲۷ (۴)

۱۳ (۳)

۷۸ (۲)

۸۴ (۱)



۱۶۶- دو تابع $f(x) = b - 3ax$ و $g(x) = c - (3b - b)x$ ثابت هستند. اگر $f + g = 5$ باشد، حاصل bc چقدر است؟ (سراسری ۱۴۰۱)

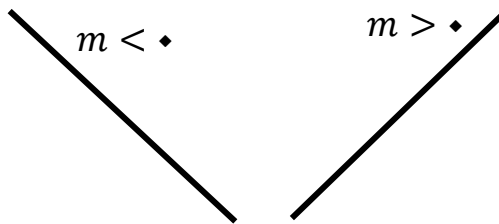
۶ (۴)

۴ (۳)

-۴ (۲)

-۶ (۱)

• تابع خطی = چند جمله ای درجه یک: تابع $y = mx + h$ که در آن $m \neq 0$ است.



$m < 0$ تابع اکیداً نزولی

$m > 0$ تابع اکیداً صعودی

• مثال: تابع $y = 3x + 2$ اکیداً صعودی و تابع $y = -x$ اکیداً نزولی است.

رسم توابع چند ضابطه ای: برای رسم توابع چند ضابطه ای باید حتماً مرز تابع را در هر دو ضابطه قرار دهید و مشخص کنید آن نقطه توپر یا توخالی هست.

۱۶۷- تابع $y = \begin{cases} 2x & x \geq 0 \\ x + 1 & x < 0 \end{cases}$ از نظر یکنوایی چگونه است؟

(۴) هم صعودی و هم نزولی

(۳) غیر یکنوا

(۲) نزولی

(۱) صعودی

پاسخ: ()

۱۶۸- تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x & x \geq 1 \\ x^2 - 1 & x < 1 \end{cases}$ در چه بازه ای نزولی است؟

(۴) $[2, +\infty)$

(۳) $(1, 4]$

(۲) $(-\infty, 2]$

(۱) $[1, 2]$

پاسخ: ()



۱۶۹- اگر f تابعی خطی باشد و محل برخورد با محور x ها ۳ باشد و $f(1) = 4$ باشد، محل برخورد با محور y ها کدام

است؟

-۶(۴)

۶(۳)

-۲(۲)

۲(۱)

پاسخ:

۱۷۰- در یک تابع خطی می دانیم: $f(0) = 7$ و $f(2) = 11$ ، نسبت $f(5)$ به $f(-1)$ کدام است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

۳/۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱/۷ (۱)

پاسخ:

۱۷۱- اگر $f(x)$ یک تابع خطی و $f(3) = f(-3) + 4$ و $f(2) = 1$ باشد، آنگاه نمودار تابع f محور y ها را با چه عرضی قطع می کند؟

$-\frac{1}{3}$ (۴)

$-\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

پاسخ: ()

۱۷۲- برای تابع خطی f ، اگر $f(x-3) + f(x+2) = 6x + 7$ باشد، مقدار $f(-1)$ کدام است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ:



۱۷۳- تابع f ثابت، تابع g همانی است و $g(4) + f(1) = 6$ می باشد. مجموعه جواب نامعادله $\frac{f(3)}{g(3-x)} > 1$ کدام گزینه می تواند باشد؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

- (۱) $(0, 1)$ (۲) $(0, 3)$ (۳) $(2, 3)$ (۴) $(-1, 2)$

پاسخ:

۱۷۴- تابع f همانی، تابع g ثابت است و $g(5) = 3$ می باشد. مقدار $4f(g(-2)) - 2g(f(7))$ کدام است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

- (۱) ۶ (۲) -۶ (۳) ۱۲ (۴) -۱۲

پاسخ:

۱۷۵- اگر $f(x) = (a-2)x^2 + (b-3)x + a + b - c$ ضابطه تابع همانی با دامنه \mathbb{R} باشد، مقدار c کدام است؟ (الگو)

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

پاسخ:



تعدادی تمرین جون دار از مفاهیم مقدماتی

۱- اگر $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & , x^2 \geq |x| \\ 2x^4 + c & , x^2 \leq |x| \end{cases}$ تابع باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) -۲

۲- به ازای چند مقدار صحیح a ، رابطه زیر یک تابع نیست؟

$$f = \{(0, 5), (a(a^2 - 1), 2), (10, 2), (a, 5)\}$$

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۵

۳- اگر رابطه $\{(-2, -1), (0, m), (k, n)\}$ تابعی از مجموعه $\{-2, 0, 4\}$ به مجموعه $\{-1, 2\}$ باشد، حاصل $m + n + k$ کدام می تواند باشد؟

- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۷

۴- اگر $g = \{(3, k^2 + 6), (-1, \frac{b}{4}), (0, 7k)\}$ تابعی ثابت باشد، بیشترین مقدار $b - k$ کدام می تواند باشد؟

- (۱) ۸۴ (۲) ۷۸ (۳) ۱۳ (۴) ۲۷

۵- اگر $f(x) = (a - 1)x^2 + bx - 1$ یک تابع خطی و $g(x) = (b - 1)x + 2c - 4$ تابع همانی باشد، $a + b - 2c$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۶- برای تابع خطی f ، اگر $f(x - 3) + f(x + 2) = 6x + 7$ باشد، مقدار $f(-1)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷- اگر $f(x)$ یک تابع خطی، $f(3x) - 3f(x) = 0$ و $f(x + 1) + f(2x) = -21x + k$ باشد، شیب خط تابع $f(4x)$ کدام است؟

- (۱) -۷ (۲) -۲۸ (۳) ۲۸ (۴) ۷

۸- تابع خطی f با دامنه $A = \{0, 1, -1\}$ و برد $B = \{2, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}\}$ می باشد. عرض از مبدأ نمودار f کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) صفر

۹- تابع f ثابت، تابع g همانی است و $g(4) + f(1) = 6$ می باشد. مجموعه جواب نامعادله $\frac{f(3)}{g(3-x)} > 1$ کدام گزینه می تواند باشد؟

- (۱) $(0, 1)$ (۲) $(0, 3)$ (۳) $(2, 3)$ (۴) $(-1, 2)$

۱۰- تابع خطی $f(x) = (a^2 - 5a + 4)x^2 + (a - 2)x + \frac{a+2}{2} + b$ فقط از نواحی اول و سوم عبور می کند. نقاط تلاقی توابع $f(x)$ و $g(x) = x^2 + b$ کدامند؟

- (۱) ۱ و ۳ (۲) -۱ و -۳ (۳) -۱ و ۳ (۴) ۱ و -۳



ریشه های مخرج باید از دامنه حذف شود

مدل اول: کسری {ریشه مخرج} - \mathbb{R}

۱۷۶- دامنه توابع زیر را بیابید.

الف) $y = \frac{x}{x^2-1}$

ب) $y = \frac{x-1}{x-1}$

ج) $y = \frac{x+2}{x^2+1}$

توجه: اگر دامنه تابع کسری \mathbb{R} باشد یعنی مخرج ریشه ندارد پس دلتای مخرج منفی است.

مدل دوم: رادیکالی

زوج $\sqrt{\blacksquare} \rightarrow \blacksquare \geq 0$

فرد $\sqrt{\blacksquare} \rightarrow \blacksquare \in \mathbb{R}$

۱۷۷- دامنه توابع زیر را بیابید.

الف) $y = \sqrt[3]{\frac{x-2}{x-1}}$

ب) $y = \sqrt{3-|x|}$

ج) $y = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$



$$د) y = \frac{1}{\sqrt{x-1}-1}$$

$$و) y = \frac{1}{[x]-3}$$

جز صحیح []

جز صحیح اعداد صحیح خودش است.

برای بقیه اعداد، عدد صحیح قبلش است.

$$[-5] = -5$$

$$[3] = 3$$

$$[3/7] = 3$$

$$[-3/7] = -4$$

$$[x] = n \implies n \leq x < n + 1 \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$[x] = 3 \rightarrow 3 \leq x < 4$$

کارهایی که در جز صحیح ممنوع است

$$[-x] \neq -[x]$$

$$[2x] \neq 2[x]$$

$$[x^n] \neq [x]^n$$

$$[x + y] \neq [x] + [y]$$



عدد صحیح اگر جمع یا منها شود از درون جز صحیح خارج

می شود

$$[x + 3] = [x] + 3$$

محاسبه تقریبی رادیکال فرجه دو

$$\sqrt{x} \cong \frac{x + y}{2\sqrt{y}}$$

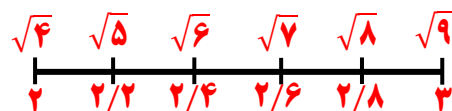
برای محاسبه تقریبی رادیکال x عددی نزدیک

x در نظر می گیریم که رادیکال آن به سادگی

قابل محاسبه باشد به نام y

$$\sqrt{10} = \frac{10 + 9}{2\sqrt{9}} = \frac{19}{6} = 3/16$$

$$\sqrt{3/7} = \frac{3/7 + 4}{2\sqrt{4}} = \frac{7/7}{4} = 1/92$$



دنباله حسابی که هر بار 0.2 اضافه می شود



مدل سوم : لگاریتمی

نکاتی اولیه در مورد لگاریتم

$$\log_g f : f > 0 \text{ و } g > 0 \text{ و } g \neq 1$$

۱۷۸- دامنه توابع زیر را بیابید.

الف) $y = \log_2(x - 1)$

ب) $y = \log_x(3 - x)$

ج) $y = \sqrt{1 - \log_2 x}$

توجه : اگر تعدادی تابع با هم جمع، تفریق، ضرب شوند از دامنه های آنها اشتراک می گیریم.

• تعدادی از خواص لگاریتم:

$$\log_a 1 = 0 \quad \log_a a = 1 \quad \log_a A^n = n \log_a A$$

$$\log_a AB = \log_a A + \log_a B \quad \log_a \frac{A}{B} = \log_a A - \log_a B$$

نکته:

دامنه	تابع
$a \leq x \leq b$	$f(x)$
$a \leq \text{عبارت} \leq b$	$f(\text{عبارت})$



۱۷۹- اگر دامنه تابع $y = f(x)$ بازه $[-1, 2]$ باشد، دامنه $g(x) = f(2x - 1)$ کدام است؟

(۱) $[0, 3]$ (۲) $[-2, 1]$

(۳) $\left[0, \frac{3}{2}\right]$ (۴) $[-3, 3]$

۱۸۰- اگر دامنه تابع $f(x) = \sqrt{x^3 - x^2}$ کدام است؟

(۱) $[1, +\infty)$ (۲) $[1, +\infty) \cup \{0\}$

(۳) $[0, +\infty)$ (۴) $[0, +\infty) - \{1\}$

۱۸۱- اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{x}{x+|x|}$ کدام است؟

(۱) $(1, +\infty)$ (۲) $(-\infty, 0)$ (۳) $(0, +\infty)$ (۴) $(-\infty, 1)$

۱۸۲- اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{3-x-1}}$ شامل چند عدد صحیح است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) بیشمار

۱۸۳- اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2-x}$ کدام است؟

- (۱) $\mathbb{R} - \{2\}$
 (۲) $(2, +\infty) \cup [0, 2)$
 (۳) $(0, +\infty) - \{2\}$
 (۴) $(2, +\infty)$

۱۸۴- مجموع اعداد صحیح درون دامنه تابع $f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x-3}$ کدام است؟

- (۱) ۳
 (۲) -۳
 (۳) ۲
 (۴) -۲

۱۸۵- اگر دامنه تابع $y = \sqrt{x^2 + ax + 1}$ کل اعداد حقیقی باشد، حدود a کدام است؟

- (۱) $\mathbb{R} - (-2, 2)$
 (۲) $\mathbb{R} - [-2, 2]$
 (۳) $(-2, 2)$
 (۴) $[-2, 2]$

۱۸۶- اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{x}{2x^2 + ax + b}$ به صورت $\mathbb{R} - \{3\}$ باشد، $a - b$ کدام است؟

- (۱) -۳۰
 (۲) ۳۰
 (۳) ۶
 (۴) -۶

پاسخ: ()



۱۸۷- به ازای کدام مقدار m دامنه تابع $f(x) = \frac{x+1}{(m-1)x^2+(2m-1)x-1}$ مجموعه اعداد حقیقی است؟

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq m \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq m \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4)$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} < m < \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} < m < \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (3)$$

پاسخ: ()

۱۸۸- اگر عبارت $f(x) = \sqrt[4]{\frac{2}{x^2} - \frac{9}{2}} + \sqrt{2x - x^2}$ عدد حقیقی باشد، مجموعه مقادیر x در کدام بازه است؟

(سراسری ۹۶)

$$\left[-\frac{2}{3}, 0\right) \cup \left(0, \frac{2}{3}\right] \quad (4)$$

$$\left[-\frac{2}{3}, 0\right) \cup (0, 2] \quad (3)$$

$$\left[-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right] \quad (2)$$

$$\left[\frac{2}{3}, 2\right] \quad (1)$$

پاسخ: ()

۱۸۹- دامنه ی تابع $f(x) = \sqrt{1 - \log(x^2 - 3x)}$ شامل چند عدد صحیح است؟ (سنجش ۱۴۰۰)

۳ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: ()

۱۹۰- اگر $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$ ، دامنه ی تابع $f(3-x)$ کدام است؟ (سراسری ۹۲)

$$[1, 3] \quad (4)$$

$$[1, 2] \quad (3)$$

$$[0, 3] \quad (2)$$

$$[0, 2] \quad (1)$$

پاسخ: ()



۱۹۱- اگر $f(x) = \sqrt{x + |x + 2|}$ دامنه ی تابع $f(-x)$ کدام است؟ (سراسری ۹۲)

$x \geq 1$ (۴)

$x \leq 1$ (۳)

$x \geq -1$ (۲)

$x \leq -1$ (۱)

پاسخ: ()

۱۹۲- اگر f و g دو تابع با دامنه های $D_f = [-7, 5]$ و $D_g = [-2, 1]$ باشند دامنه تابع $h(x) = f(2x - 1) + g(\frac{x}{2})$ شامل چند عدد صحیح است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

۴ (۴)

۵ (۳)

۶ (۲)

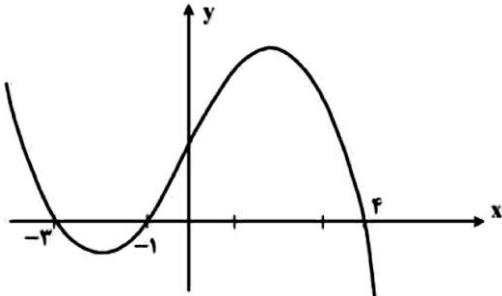
۷ (۱)

پاسخ: ()

تشخیص دامنه از روی نمودار:

• زمانی داریم $f(x) > 0$ که نمودار بالای محور x ها باشد و اگر $f(x) < 0$ نمودار زیر محور x ها است.

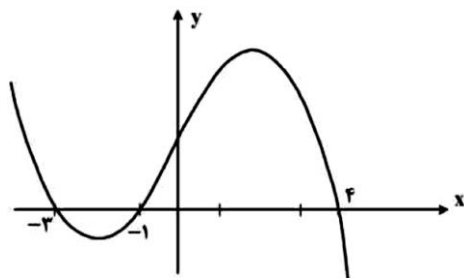
۱۹۳- شکل روبرو نمودار تابع $y = f(x)$ است. دامنه توابع زیر را تشخیص دهید:



۱) $y = f(x)$

۲) $y = \sqrt{f(x)}$

۳) $y = \frac{1}{f(x)}$



۱۹۴- شکل روبرو نمودار تابع $y = f(x)$ است. دامنه تابع $y = \sqrt{xf(x)}$

کدام است؟

$[-3, 4]$ (۲)

$(-\infty, -3] \cup [-1, 4]$ (۱)

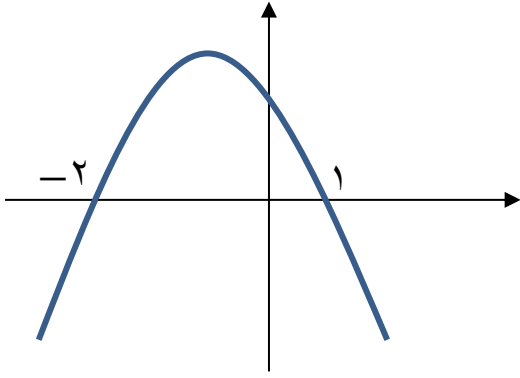
$(-\infty, -3] \cup [0, 4]$ (۴)

$[-3, -1] \cup [0, 4]$ (۳)



۱۹۵- شکل روبرو نمودار تابع $y = f(x)$ است. دامنه تابع $y = \sqrt{(x^2 - 1)f(x)}$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) بیشمار

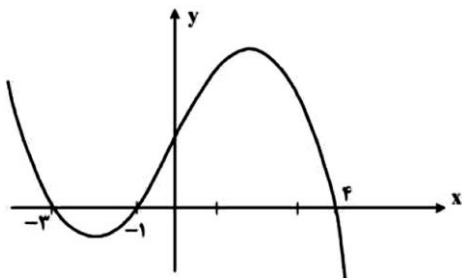


پاسخ: ()

۱۹۶- شکل روبرو نمودار تابع $y = f(x - 2)$ است، دامنه تابع $y = \sqrt{xf(x)}$

کدام است؟ (سراسری ۹۴ خارج)

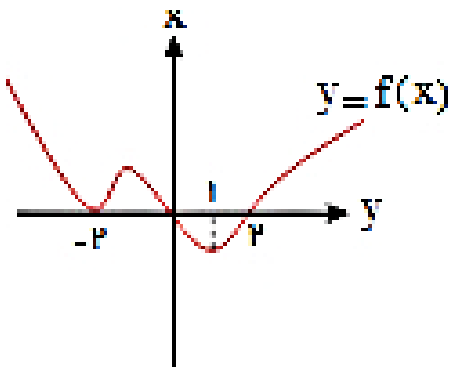
- (۱) $[-1, 1] \cup [0, 6]$
(۲) $[-3, 1] \cup [0, 2]$
(۳) $[-5, -3] \cup [-1, 2]$
(۴) $[-5, -3] \cup [0, 2]$



پاسخ: ()

۱۹۷- شکل روبرو نمودار $y = f(x)$ است دامنه تعریف تابع با ضابطه $y = \sqrt{(2x - 2)f(x)}$ کدام است؟

- (۱) $\{-2, 0, 2\}$
(۲) \mathbb{R}
(۳) $[0, 1] \cup [2, +\infty) \cup \{-2\}$
(۴) $[0, +\infty) \cup \{-2\}$



پاسخ: ()

تعدادی تمرین جون دار از دامنه

۱- اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{x+1}{x^2+ax+(a+2)}$ مجموعه اعداد حقیقی باشد، چند عدد صحیح را می توان به جای a قرار داد؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۲- اگر دامنه و برد تابع $y = a + 1 - \sqrt{2x+3}$ به ترتیب بازه های $[b, +\infty)$ و $(-\infty, 5]$ باشد، حاصل ab کدام است؟

(۱) -۶ (۲) -۱۲ (۳) ۶ (۴) ۱۲

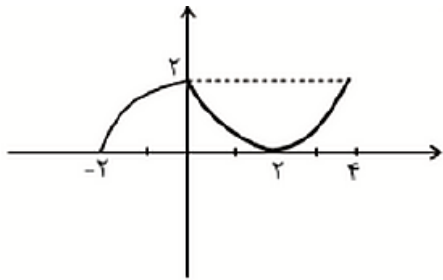
۳- دامنه تابع $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-6x+5}{x-3}}$ کدام است؟

- (۱) $(-\infty, 1] \cup [5, +\infty)$ (۲) $(-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$
(۳) $[1, 5]$ (۴) $[1, 3] \cup [5, +\infty)$

۴- تابع $f(x) = \frac{x^3-x}{x-1}$ با دامنه $R - \{a, b\}$ و برد $\{2\} - [c, +\infty)$ مفروض است. حاصل $a + b + c$ کدام است؟

(۱) $\frac{7}{4}$ (۲) $-\frac{9}{4}$ (۳) $\frac{2}{4}$ (۴) $-\frac{5}{4}$

۵- شکل زیر نمودار تابع $y = f(x)$ است. دامنه و برد تابع $f(|x|) - 1$ ، کدام است؟



(۱) $D = [-4, 4] . R = [-1, 1]$

(۲) $D = [-2, 4] . R = [-1, 1]$

(۳) $D = [-4, 2] . R = [-2, 0]$

(۴) $D = [-2, 2] . R = [0, 2]$

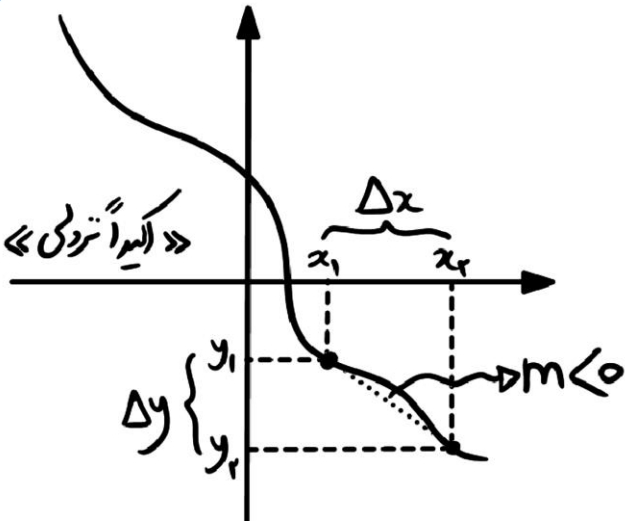
۶- دامنه تابع $f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(2x - x^2)}$ کدام است؟ (سنجش ۱۴۰۰)

- (۱) $(0, 1)$ (۲) $(1, 2)$ (۳) $(1, 4)$ (۴) $(0, 2)$

۷- دامنه تابع $f(x) = \frac{\log(2x^2+7x+5)}{\sqrt{1-x+6}}$ کدام است؟

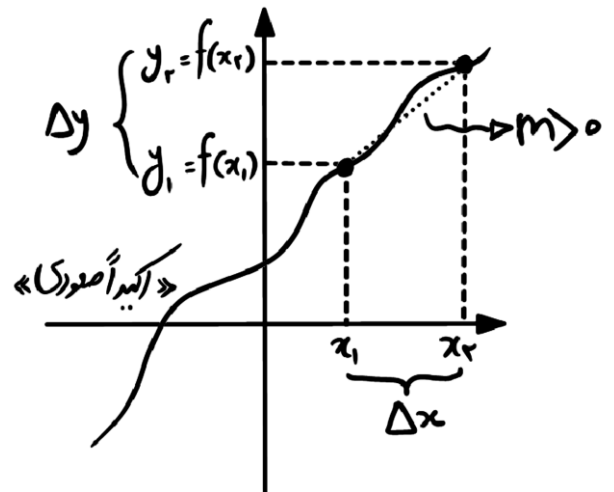
- (۱) $(-\infty, 1)$ (۲) $(-\infty, -\frac{5}{2}) \cup (-1, 1)$
(۳) $(-\frac{5}{2}, 1]$ (۴) $(-\frac{5}{2}, -1) \cup [1, +\infty)$

توابع صعودی و نزولی (دوازدهم)



اکیداً نزولی = فقط پایین

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$



اکیداً صعودی = فقط بالا

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

« همیشه نمودارها را از چپ به راست ببینید. »

اگر از دو طرف نامعادله ای f را حذف کنیم دو حالت دارد:

$$f \text{ اکیداً صعودی} \Rightarrow f(a) \geq f(b) \xrightarrow{\text{علامت عوض نمی شود}} a \geq b$$

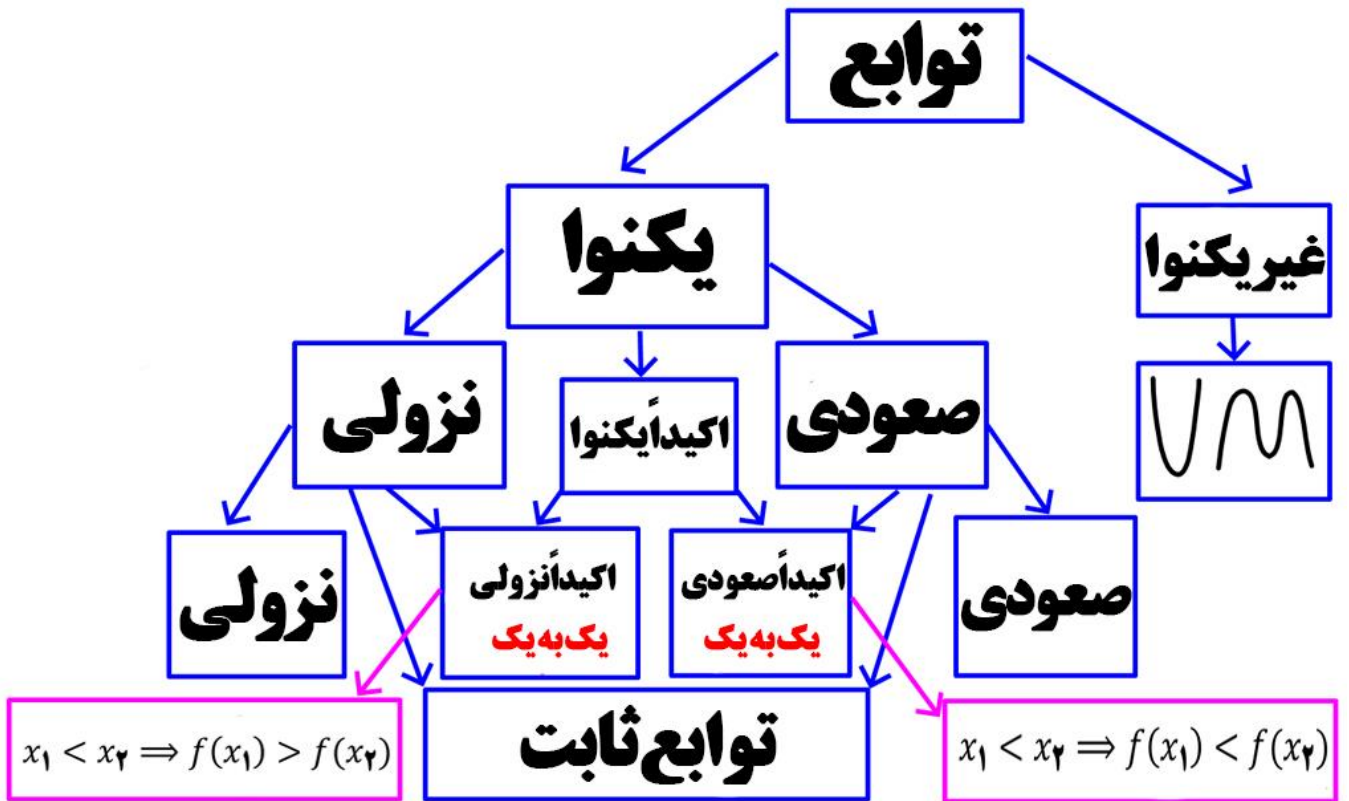
$$f \text{ اکیداً نزولی} \Rightarrow f(a) \geq f(b) \xrightarrow{\text{علامت عوض می شود}} a \leq b$$

اگر از دو طرف نامساوی f را حذف کنیم، اگر تابع اکیداً صعودی باشد علامت عوض نمی شود و اگر اکیداً نزولی باشد علامت عوض می شود.

۱۹۸- اگر f اکیداً نزولی باشد، جواب نامساوی $f(2x+1) < f(4x-1)$ کدام است؟

- (۱) $(1, +\infty)$ (۲) $(-\infty, 1)$ (۳) $\mathbb{R} - \{1\}$ (۴) $[0, +\infty) \cup \{-2\}$

پاسخ:



یکنوا = صعودی یا نزولی اکیداً یکنوا = اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی

۱۹۹- صحیح یا غلط؟؟

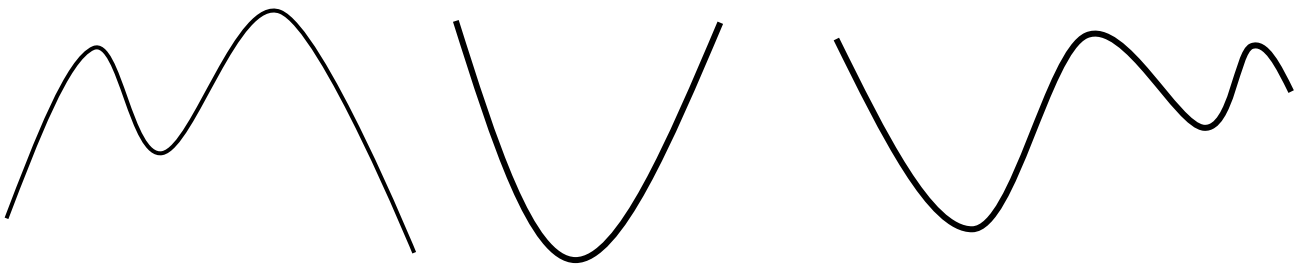
- تابع ثابت هم صعودی و هم نزولی است.
- هر تابع صعودی، اکیداً صعودی است.
- هر تابع اکیداً صعودی، صعودی است.
- هر تابع اکیداً یکنوا، یکنوا است.
- توابع اکیداً صعودی و اکیداً نزولی یک به یک هستند.

تابع یک به یک تابعی است که هر خط افقی را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

اکیداً صعودی = صعودی + یک به یک

اکیداً نزولی = نزولی + یک به یک

نکته: تابعی که از گاهی بالا و گاهی پایین می رود نه صعودی و نه نزولی است که آن را غیر یکنوا می گوئیم.

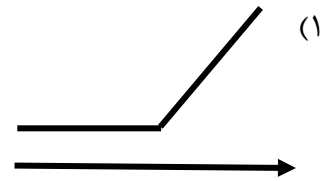


- اگر تابع $f(x)$ صعودی باشد، $-f(x)$ و $f(-x)$ نزولی است.
- اگر دو تابع صعودی (نزولی) باشد، مجموع آنها نیز صعودی (نزولی) است.

برای تشخیص صعودی و نزولی بودن توابع باید آن را رسم کنیم.

۲۰۰- صعودی و نزولی بودن توابع زیر را بررسی کنید.

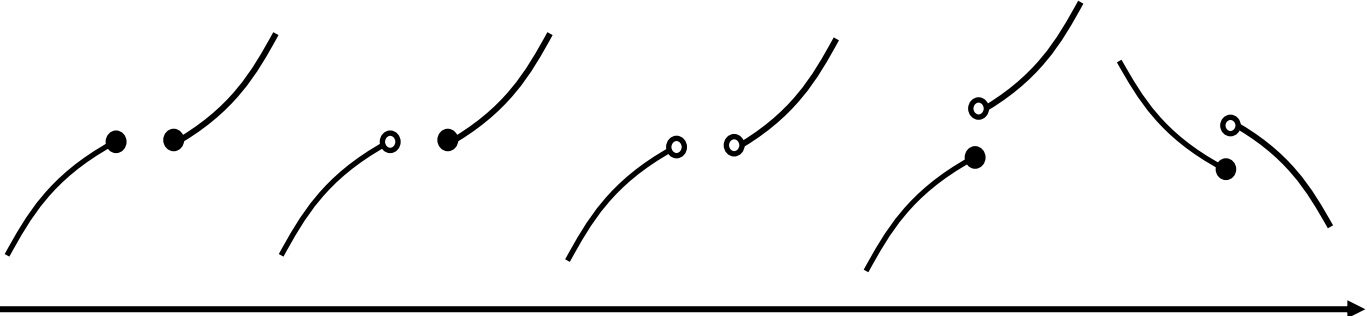
$y = -x^2$ (۲)



$y = x^3$ (۴)

$y = \sqrt{x}$ (۳)

۲۰۱- صعودی و نزولی بودن توابع زیر را بررسی کنید.



۲۰۲- تابع روبرو در چه بازه ای صعودی است؟

در چه بازه ای اکیداً صعودی است؟

در چه بازه ای نزولی است؟

۲۰۳- شکل زیر نمودار تابع به ضابطه $y = f(x)$ را نشان می دهد. بزرگترین بازه ای که تابع f روی آن صعودی است،

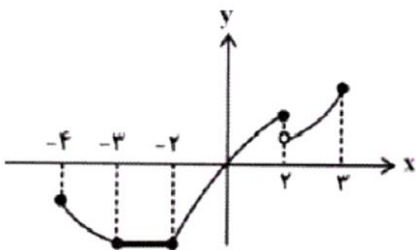
کدام است؟

$[-3, 2]$ (۲)

$[0, 3]$ (۱)

$[-2, 3]$ (۴)

$[-2, 2]$ (۳)



پاسخ: ()



۲۰۴- تابع $f(x) = 2 \sin x$ در کدام یک از بازه های زیر اکیداً نزولی است؟

(۴) $(-\frac{\pi}{2}, 0)$

(۳) $(\pi, \frac{3\pi}{2})$

(۲) $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$

(۱) $(0, \frac{\pi}{2})$

پاسخ: ()

۲۰۵- تابع $f = \{(0, -1), (2, 1), (1, 0)\}$ از نظر یکنوایی چگونه است؟

(۴) هم صعودی و نزولی

(۳) غیر یکنوا

(۲) اکیداً نزولی

(۱) اکیداً صعودی

۲۰۶- تابع $f = \{(-2, 5), (3, 0), (0, 1)\}$ از نظر یکنوایی چگونه است؟

(۴) هم صعودی و نزولی

(۳) غیر یکنوا

(۲) اکیداً نزولی

(۱) اکیداً صعودی

۲۰۷- تابع $f = \{(1, 2), (3, 0), (2, 2)\}$ از نظر یکنوایی چگونه است؟

(۴) هم صعودی و نزولی

(۳) غیر یکنوا

(۲) اکیداً نزولی

(۱) اکیداً صعودی

۲۰۸- تابع $f = \{(-1, 4m + 1), (1, m^2 + 1), (0, 5)\}$ یک تابع نزولی است. m متعلق به کدام بازه است؟

(۴) $(1, 2)$

(۳) $(0, 2)$

(۲) $[1, 2]$

(۱) $[0, 2]$

پاسخ: ()



۲۰۹- به ازای $x \in [a, b]$ تابع $f = \{(1, 2x + 7), (-2, 10 - x), (0, x^2 + 4)\}$ یک تابع صعودی است. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

۲(۴)

۱(۳)

۴(۲)

۳(۱)

پاسخ: ()

۲۱۰- اگر f تابعی اکیداً نزولی و دامنه آن \mathbb{R} باشد، دامنه تابع $y = \sqrt{f(2) - f(|x - 1|)}$ کدام است؟

$[-1, 3]$ (۲)

$(-\infty, -3] \cup [1, +\infty)$ (۱)

\mathbb{R} (۴)

$(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$ (۳)

پاسخ: ()

۲۱۱- اگر f اکیداً صعودی باشد و $f(1) = 0$ دامنه $y = \sqrt{xf(x)}$ شامل چند عدد صحیح نیست؟

سه(۴)

دو(۳)

یک(۲)

صفر(۱)

پاسخ: ()

۲۱۲- اگر f اکیداً نزولی است و $f(2) = 0$ باشد، آنگاه دامنه $y = \sqrt{(x+1)f(x)}$ شامل چند عدد صحیح است؟

بیشمار(۴)

چهار(۳)

دو(۲)

صفر(۱)

پاسخ: ()

چند جمله ای ها (دوازدهم)

○ چند جمله ای ها عبارت هایی هستند که توان های x عددی حسابی است و کسری و رادیکالی نیستند.

○ درجه یعنی بزرگترین توان آن عبارت است. در واقع در تابع به صورت:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a.$$

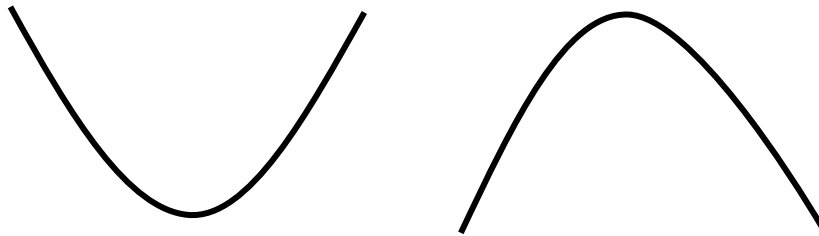
○ که در عبارت بالا a_i ها ضرایب را نشان می دهد، اگر $a_n \neq 0$ باشد آنگاه درجه این چند جمله ای n است.

مثال: $y = 3x^3 + 4x - 1$ درجه سه است.

مثال: عبارت های $p(x) = \sqrt{x}$ و $p(x) = \frac{1}{x}$ چند جمله ای نیستند.

$$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}} \quad \frac{1}{x} = x^{-1}$$

• سهمی = چند جمله ای درجه دو $y = ax^2 + bx + c$



۲۱۳- سهمی $y = x^2 - 6x + 1$ در کدام بازه اکیداً نزولی است؟

(۴) $[-1, 4]$

(۳) $[-2, 1]$

(۲) $[3, 7]$

(۱) $[2, 6]$

پاسخ:

۲۱۴- اگر تابع $f(x) = x^2 - 6x - 1$ در بازه $[a, +\infty)$ اکیداً صعودی باشد، حداقل مقدار a کدام است؟

(۴) ۶

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

پاسخ: ()

۲۱۵- تابع $f(x) = -3x^2 + kx + 3k^2$ در بازه $[-2, +\infty)$ نزولی باشد، حدود k کدام است؟

(۴) $k \leq 12$

(۳) $k \geq 12$

(۲) $k \leq -12$

(۱) $k \geq -12$

پاسخ: ()



۲۱۶- اگر ضابطه تابع f به صورت $-2 \leq x \leq 3$ $x > 3$ $x < -2$ $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 6x - 5 & x > 3 \\ \frac{4}{5}x + \frac{1}{5} & -2 \leq x \leq 3 \\ x^2 + 6x + 8 & x < -2 \end{cases}$ باشد، آنگاه طول بزرگترین بازه ای که در آن $f(x)$ اکیداً صعودی باشد، کدام است؟

۲(۱) ۳(۲) ۵(۳) ۶(۴)

پاسخ: ()

رسم منحنی های درجه ۳:

۲۱۷- نمودارهای $y = x^3$ و $y = -x^3$ را رسم کنید.

راه اول: انتقال $y = a \left(\underbrace{x - x_1}_{\text{راست-چپ}} \right)^3 + \underbrace{y_1}_{\text{پایین-بالا}}$

۲۱۸- تابع درجه سه $y = (x - 1)^3 + 2$ را رسم کنید.

پاسخ:

۲۱۹- تابع $y = (1 - x)^3 - 2$ را رسم کنید.

پاسخ:

راه دوم: اگر به صورت فرم گسترده باشد

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

مرحله (۳)

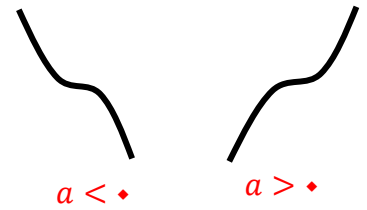
محل برخورد با محور y ها را پیدا کنید.

مرحله (۲)

$$x_{\text{مرکز تقارن}} = -\frac{b}{3a}$$

مرکز تقارن x را در معادله قرار می دهیم و y آن نقطه را پیدا می کنیم.

مرحله (۱)



۲۲۰- منحنی $y = -x^3 + 6x^2 - 12x + 7$ از چند ناحیه عبور می کند؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ:

۲۲۱- منحنی $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$ از چند ناحیه عبور می کند؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

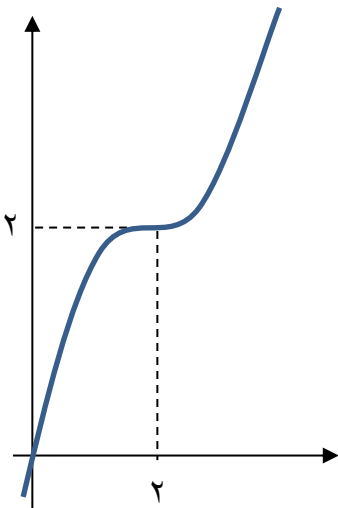
پاسخ:

۲۲۲- اگر نمودار $y = a(x - x_1)^3 + y_1$ به صورت روبرو باشد a کدام است؟

$\frac{1}{4}$ (۲)
 $\frac{1}{6}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۱)
 $\frac{1}{4}$ (۳)

پاسخ:





۲۲۳- اگر $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x$ باشد، با کدام مراحل انتقال، از نمودار f به نمودار تابع $g(x) = \frac{x^3}{3}$ خواهیم رسید؟

- (۱) یک واحد به سمت چپ - ۳ واحد به پایین
- (۲) یک واحد به سمت چپ - $\frac{1}{3}$ واحد به پایین
- (۳) یک واحد به سمت راست - ۳ واحد به پایین
- (۴) یک واحد به سمت راست - $\frac{1}{3}$ واحد به پایین

پاسخ:

۲۲۴- کدام گزینه در مورد ریشه های معادله $x^3 = -|x| + 2$ درست است؟
(۱) فاقد ریشه (۲) فقط یک ریشه مثبت (۳) فقط یک ریشه منفی (۴) دو ریشه مختلف علامه

پاسخ: ()

مقایسه نمودار $y = x^2$ و $y = x^3$

- **محل برخورد**
 $y_1 = y_2 \rightarrow x^2 = x^3 \rightarrow x^3 - x^2 = 0$
 $\rightarrow x^2(x - 1) = 0 \rightarrow x = 0, x = 1$
- تابع $y = x^3$ اکیداً صعودی است.
- در بازه $0 < x < 1$ هر چقدر توان بیشتر باشد عدد کوچکتر می شود.
 $0 < x < 1 \rightarrow x^3 < x^2$
- در بازه $x > 1$ هر چقدر توان بیشتر باشد عدد بزرگتر می شود.
 $x > 1 \rightarrow x^3 > x^2$



• زوج $y = x^2$ همگی شبیه به سهمی هستند

• فرد $y = x^3$ همگی لر هستند.

• رادیکال های فرجه فرد:

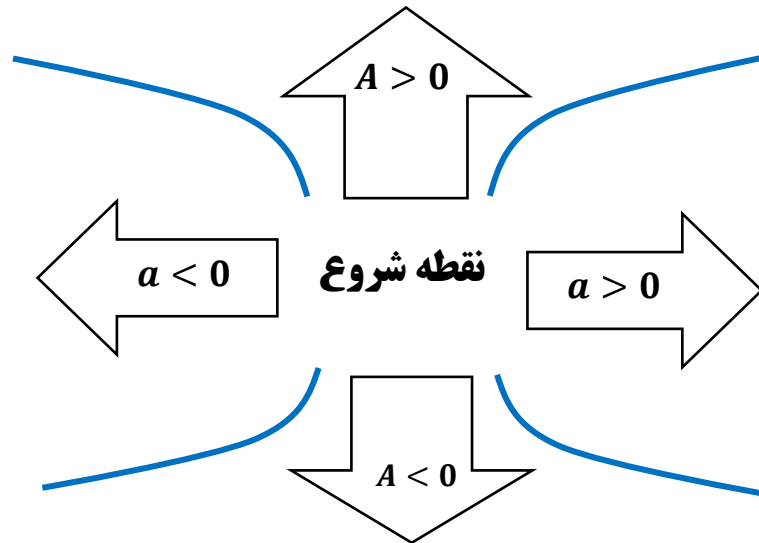
• رادیکال های فرجه زوج:

$$y = A\sqrt{ax + b} + B$$

نقطه شروع ریشه زیر رادیکال است. $ax + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$

این x را درون تابع قرار می دهیم و y را محاسبه می کنیم، این نقطه شروع است.

A ضریب پشت رادیکال و a ضریب x



۲۲۵- توابع زیر را رسم کنید.

(۱) $y = -\sqrt{1-x} + 1$

پاسخ:

(۲) $y = -\sqrt{2x-1}$

پاسخ:

۲۲۶- معادله $\sqrt{x+1} = (x-1)^3$ چند جواب دارد؟

(۱) یک جواب مثبت (۲) یک جواب منفی (۳) دو جواب هم علامت (۴) دو جواب مختلف علامت

پاسخ:



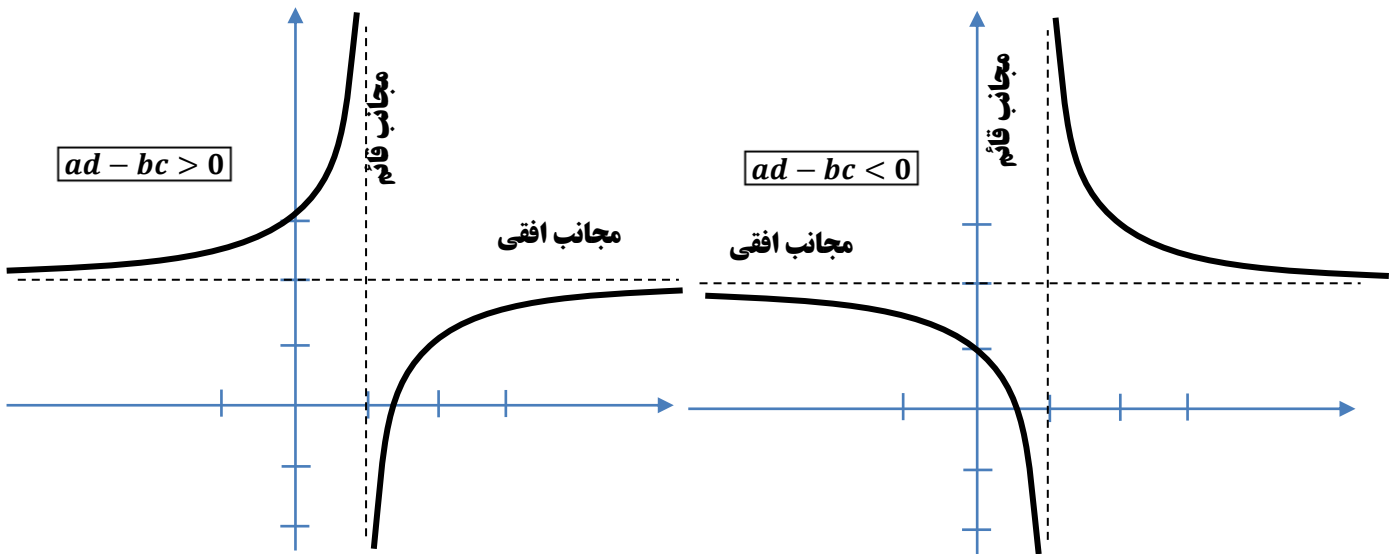
۲۲۷- معادله $x^3 + \sqrt{2-x} = 0$ چند ریشه دارد؟ (IQ)

(۱) یک جواب مثبت (۲) یک جواب منفی (۳) ریشه ندارد (۴) دو جواب مختلف علامت
پاسخ:

۲۲۸- نمودار $f(x) = x^3$ در ناحیه اول و در بازه (a, b) پایین تر از $g(x) = x^2$ می باشد، بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟ (IQ)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
پاسخ:

تابع هموگرافیکی $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$



مرحله (۱): اگر مخرج را برابر صفر قرار دهیم مجانِب قائم بدست می آید. $x = -\frac{d}{c}$

مرحله (۲): مجانِب افقی از تقسیم ضرایب x بر هم بدست می آید. $y = \frac{a}{c}$

مرحله (۳): محاسبه $p = ad - bc$ برای تشخیص نوع منحنی



۲۲۹- منحنی $y = \frac{2x-1}{x-1}$ از چند ناحیه عبور می کند؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۳۰- منحنی $y = \frac{-x-2}{x+1}$ از کدام ناحیه عبور نمی کند؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

نکته: اگر $ad - bc = 0$ باشد یعنی صورت و مخرج ساده می شود و تابع خط افقی است.

نکته: تابع های هموگرافیکی یک به یک و غیر یکنواست.

۲۳۱- منحنی $y = \frac{ax+3}{b-x}$ یک خط افقی است. ab کدام است؟ (کتاب IQ)

-۶ (۴)

۶ (۳)

-۳ (۲)

۳ (۱)

تعدادی تمرین جون دار از صعودی و نزولی، چند جمله ای

۱- تابع $f(x) = x^2 - 4|x - 1|$ روی بازه $[a, 1]$ اکیداً صعودی و روی بازه $[1, b]$ اکیداً نزولی است. حداکثر مقدار $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۲- کدام تابع روی دامنه اش نزولی است؟ ($[\]$ ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $y = x + |x|$ (۲) $y = x - [x]$ (۳) $y = |x| + |x - 1|$ (۴) $y = x \left(\frac{1}{[x] + [-x]} \right)$

۳- کدام مورد درباره تابع $f(x) = x^3 + 3x|x| + 3x + \frac{x}{|x|}$ درست نیست؟

- (۱) وارون پذیر است. (۲) اکیداً صعودی است.

(۳) نمودار آن فقط از دو ناحیه صفحه مختصات عبور می کند. (۴) برد آن $\mathbb{R} - \{0\}$ است.

۴- تابع $f(x) = -x|x - 2|$ مفروض است. در کدام بازه برای هر x_1 و x_2 رابطه $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ برقرار است؟

- (۱) $(-\infty, 1)$ (۲) $(2, +\infty)$ (۳) $(\frac{1}{2}, 1)$ (۴) $(1, \frac{3}{2})$

۵- تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} -2x - 1, & x < -5 \\ -2, & -5 \leq x < 1 \\ 3x + a, & x \geq 1 \end{cases}$ مفروض است. اگر این تابع در بازه $[0, +\infty)$ یکنوا باشد،

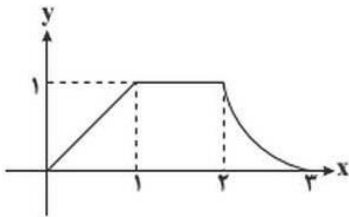
مجموعه مقادیر ممکن برای a کدام است؟

- (۱) $a \leq -5$ (۲) $a > 5$ (۳) $a \geq -5$ (۴) $-5 < a < 5$

۶- وضعیت یکنوایی تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x^3}}$ کدام است؟

- (۱) ابتدا صعودی، سپس نزولی (۲) ابتدا نزولی، سپس صعودی
(۳) همواره صعودی (۴) همواره نزولی

۷- اگر نمودار تابع $f(x)$ به صورت روبه رو باشد، آن گاه تابع $f(-x - 1) - 3$ در کدام بازه اکیداً نزولی می باشد؟



- (۱) $[2, 3]$

- (۲) $[-3, -2]$

- (۳) $[-4, -3]$

- (۴) $[1, 2]$

۸- اگر $f(x) = (a^2 - 4) \log(ax)$ نزولی اکید باشد، a چند مقدار طبیعی می تواند داشته باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) بی شمار

۹- به ازای کدام مقادیر m ، تابع $f(x) = 3mx + m + |(2 - m)x - 2|$ اکیداً نزولی بوده و از ناحیه اول عبور نمی کند؟

- (۱) $-2 \leq m \leq 2$ (۲) $m \leq -2$ (۳) $-1 \leq m \leq \frac{1}{2}$ (۴) $m \leq -1$

۱۰- نمودار توابع $\begin{cases} f(x) = -x^3 - 3x^2 - 3x \\ g(x) = \log_2 x \end{cases}$ در چه نقطه (نقاطی) متقاطع اند؟

- (۱) در یک نقطه در بازه $(1, 2)$ (۲) در یک نقطه در بازه $(0, 1)$

- (۳) در دو نقطه با طول های مختلف علامت (۴) در یک نقطه در فاصله $(2, 3)$



انتقال

عمودی: کل تابع تغییر می کند

بالا $f(x) + k$

پایین $f(x) - k$

افقی: x ها تغییر می کند

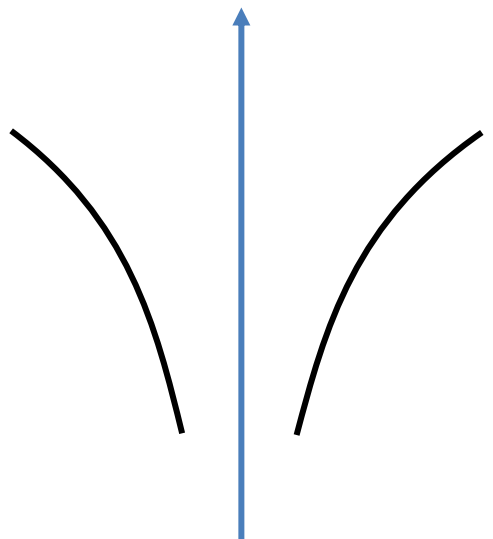
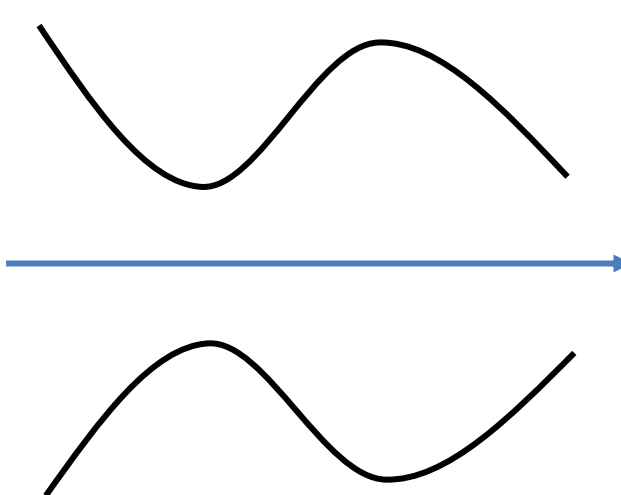
راست $f(x - k)$

چپ $f(x + k)$

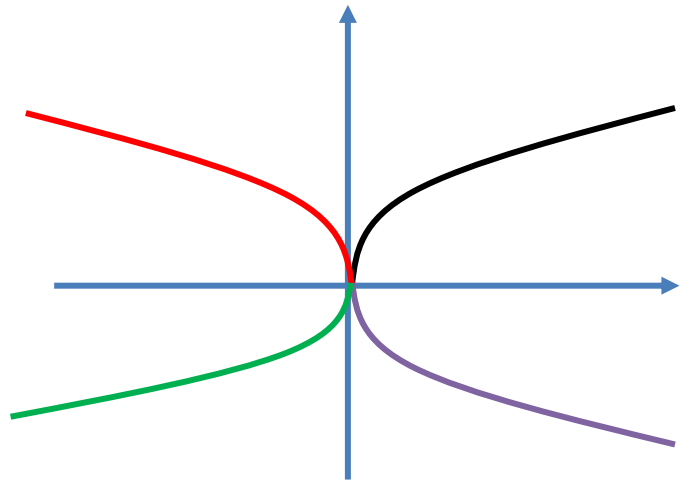
$\sqrt{x-1}$	$\sqrt{x}-1$	$(x-2)^2$	$(x+2)^2$	x^2-3	x^2+3

۲۳۲- تابع $y = x^2 - x + 3$ را یک واحد به سمت راست و پایین انتقال می دهیم تابع حاصل را بیابید.

۲۳۳- تابع $y = \sqrt{2x-1} - 3$ را یک واحد به سمت چپ و یک واحد بالا انتقال می دهیم تابع حاصل را بیابید.

<p style="text-align: center;">$f(-x)$</p> <p style="text-align: center;">قرینه نسبت به محور y ها</p> <p style="text-align: center;">x ها در منفی ضرب می شود.</p> <div style="text-align: center;">  </div>	<p style="text-align: center;">$-f(x)$</p> <p style="text-align: center;">قرینه نسبت به محور x ها</p> <p style="text-align: center;">کل تابع در منفی ضرب می شد</p> <div style="text-align: center;">  </div>
---	--

قرینه نسبت به مبدا یعنی
قرینه نسبت به محور x ها و y ها
قرینه نسبت به مبدا
 $f(x) \implies -f(-x)$



۲۳۴- تابع $y = \sqrt{-x+3}$ را نسبت به محور طول ها قرینه می کنیم تابع حاصل را بیابید.

۲۳۵- تابع $y = \sqrt{2x+1}$ را سه واحد به راست و سپس نسبت به محور عرض ها قرینه می کنیم تابع حاصل را بیابید.

۲۳۶- نمودار تابع $f(x) = x^3$ را یک واحد به راست و دو واحد به طرف بالا انتقال می دهیم تا به نمودار $y = g(x)$ برسیم. مقدار $g(\sqrt[3]{4} + 1)$ کدام است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

انبساط و انقباض عمودی ($k > 1$)

$\frac{1}{k}f(x)$	$kf(x)$
y ها تقسیم بر k می شود	y ها k برابر می شود

۲۳۷- توابع $y = \sin x$ ، $y = 2\sin x$ ، $y = -\sin x$ و $y = \frac{1}{4}\sin x$ را رسم کنید.



$f\left(\frac{1}{k}x\right)$	$f(kx)$
x ها k برابر می شود - y ثابت	x ها تقسیم بر k می شود - y ثابت

۲۳۸- توابع $y = \sqrt{x}$ ، $y = \sqrt{2x}$ ، $y = \sqrt{\frac{x}{2}}$ را رسم کنید.

۲۳۹- توابع $y = \sin x$ ، $y = \sin 2x$ ، $y = \sin\left(\frac{x}{2}\right)$ را رسم کنید.

اولویت های رسم

$Af(ax + b) + B$

(۳) بالا و پایین

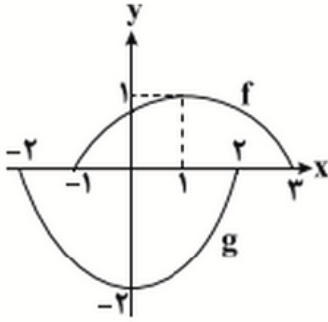
(۲) ضرایب

(۱) چپ و راست

۲۴۰- مراحل رسم $y = -\sqrt{-x+2} - 3$ را رسم کنید؟

۲۴۱- تابع $y = 3 \sin(2x - \pi)$ را رسم کنید؟

۲۴۲- در شکل زیر نمودار تابع g از روی نمودار f ساخته شده است. ضابطه تابع g کدام است؟ (قلمچی)



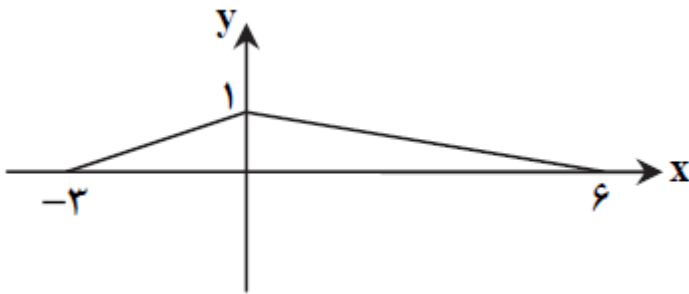
(۱) $2f(x)$

(۲) $-2f(x)$

(۳) $-2f(x-1)$

(۴) $-2f(x+1)$

۲۴۳- شکل مقابل نمودار تابع $y = f(x)$ است. مساحت محدود به نمودار تابع $y = 3f(3x)$ و محور x ها در بازه $[0, 2]$



چقدر است؟ (قلمچی)

۲(۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

۴(۴)

۳(۳)

پاسخ: ()

۲۴۴- شکل زیر نمودار تابع $y = f(x)$ نمودار تابع $y = f(1-x)$

در کدام فاصله اکیداً نزولی است؟ (قلمچی)

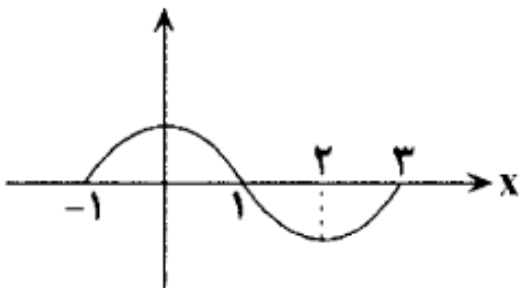
(۲) $(-3, -1)$

(۱) $[-4, -3]$

(۴) $[1, 2]$

(۳) $(-1, 1)$

پاسخ: ()





۲۴۵- اگر نقطه $(-1, 2)$ روی نمودار تابع $f(x) = y$ قرار دارد. کدام یک از نقاط زیر حتماً روی نمودار $y = 2f(2x) - 3$

قرار دارد؟ (قلمچی)

$(4, 1)$ (۴)

$(1, -5)$ (۳)

$(4, -5)$ (۲)

$(1, 1)$ (۱)

پاسخ: ()

۲۴۶- نمودار تابع $f(x) = \left| \frac{1}{4}x \right| - 2$ را ۴ واحد به طرف x های منفی و یک واحد به طرف y های مثبت انتقال می

دهیم. نمودار جدید و نمودار اولیه، با کدام طول متقاطع اند؟ (سراسری ۹۳)

-2 (۴)

$-2/5$ (۳)

-3 (۲)

$-3/5$ (۱)

پاسخ: ()

۲۴۷- نمودار تابع با ضابطه $y = x^2 - 3x - 10$ را، حداقل چند واحد به طرف x های مثبت انتقال دهیم، تا طول نقاط

تلاقی نمودار حاصل با محور x ها غیر منفی باشد؟ (سراسری ۹۳ خارج)

۳(۴)

۲(۳)

$1/5$ (۲)

۱(۱)

پاسخ: ()

۲۴۸- نمودار تابع $y = -x^2 + 2x + 5$ را ۳ واحد به طرف x های مثبت و سپس ۲ واحد به طرف y های منفی انتقال

می دهیم. نمودار جدید در کدام بازه، بالای نیمساز ربع اول است؟ (سراسری ۹۸)

$(2, 6)$ (۴)

$(3, 5)$ (۳)

$(2, 5)$ (۲)

$(3, 4)$ (۱)

پاسخ: ()



۲۴۹- نمودار تابع $y = x^2 - x - 3$ را ۲ واحد به طرف x های منفی سپس ۹ واحد به طرف y های منفی انتقال می

دهیم. نمودار جدید، در کدام بازه، زیر محور x ها است؟ (سراسری ۹۸)

- (۱) $(-5, 2)$ (۲) $(-5, 3)$ (۳) $(-2, 3)$ (۴) $(-2, 5)$

پاسخ: ()

۲۵۰- ابتدا قرینه تابع $f(x) = (x - 1)^2$ را نسبت به مبدا مختصات رسم کرده، سپس منحنی حاصل را ۴ واحد به

سمت بالا انتقال می دهیم. طول نقطه تلاقی منحنی اخیر با منحنی اصلی کدام است؟ (سراسری ۹۹)

- (۱) ۰ و ۲ (۲) ۱ و ۱- (۳) ۳ و ۱- (۴) ۱ و ۲-

پاسخ: ()

۲۵۱- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - 2x; (x > 1)$ مفروض است. قرینه نمودار آن نسبت به محور x ها را، ۱۶

واحد در امتداد محور y ها در جهت مثبت انتقال می دهیم. فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f از مبدا

مختصات کدام است؟ (سراسری ۹۹)

- (۱) $4\sqrt{5}$ (۲) $6\sqrt{2}$ (۳) $5\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{5}$

پاسخ: ()



۲۵۲- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را در امتداد محور x ها، ۱۲ واحد در جهت مثبت و سپس در امتداد y ها، ۲ واحد در جهت مثبت، انتقال می دهیم. فاصله نقطه برخورد منحنی حاصل با نمودار f از مبدا مختصات، کدام است؟ (سراسری ۹۹)

- (۱) $4\sqrt{15}$ (۲) $6\sqrt{7}$ (۳) $4\sqrt{17}$ (۴) $6\sqrt{10}$

پاسخ: ()

۲۵۳- قرینه نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را در نسبت به محور y ها تعیین کرده، سپس منحنی حاصل را ۴ واحد به سمت راست، انتقال می دهیم. منحنی اخیر و منحنی اصلی نسبت به کدام خط، متقارن هستند؟ (سراسری ۹۹)

- (۱) $x = 1$ (۲) $x = 1/5$ (۳) $x = 2$ (۴) $x = 2/5$

پاسخ: ()

۲۵۴- تابع $y = 2^{x+|x|}$ را ۳ واحد در امتداد x در جهت منفی و سپس در امتداد محور y ها ۲ واحد در جهت منفی انتقال می دهیم. منحنی حاصل، محور x ها را با کدام طول قطع می کند؟ (سراسری ۱۴۰۰)

- (۱) $-\frac{5}{2}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{7}{2}$

پاسخ: ()

۲۵۵- نمودار تابع $y = 2|\sin x|$ را ابتدا به اندازه $\frac{\pi}{4}$ در امتداد محور x ها در جهت مثبت و سپس $\frac{3}{4}$ در امتداد محور y ها در جهت منفی انتقال می دهیم. تعداد محل تقاطع نمودار حاصل با محور x ها در فاصله $[0, \pi]$ کدام است؟ (سراسری ۱۴۰۰)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

پاسخ: ()



۲۵۶- اگر دامنه و برد تابع f به ترتیب $D_f = [-۱, ۳]$ و $R_f = [۱, ۵]$ باشد، تفاضل برد از دامنه تابع $g(x) = ۳ -$

$f(1 - \frac{x}{۳})$ کدام است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

(۴) $[-۴, ۴]$

(۳) $[-۴, ۱]$

(۲) $(۱, ۴]$

(۱) $[-۷, -۴]$

پاسخ: ()

تعدادی تمرین جون دار از انتقال

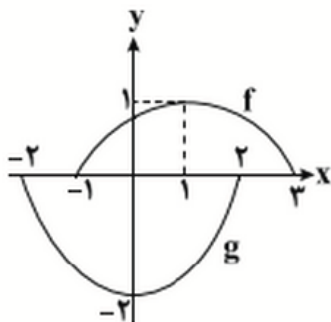
۱- اگر $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x$ باشد، با کدام مراحل انتقال، از نمودار f به نمودار تابع $g(x) = \frac{x^3}{3}$ خواهیم رسید؟

- (۱) یک واحد به سمت چپ - ۳ واحد به پایین
 - (۲) یک واحد به سمت چپ - $\frac{1}{3}$ واحد به پایین
 - (۳) یک واحد به سمت راست - ۳ واحد به پایین
 - (۴) یک واحد به سمت راست - $\frac{1}{3}$ واحد به پایین
- ۲- نمودار تابع $f(x) = x^3$ را یک واحد به راست و دو واحد به طرف بالا انتقال می دهیم تا به نمودار $y = g(x)$ برسیم. مقدار $g(\sqrt[3]{4} + 1)$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۳- برای رسم نمودار تابع $y = 1 + \sqrt{9x - 18}$ با استفاده از نمودار $y = \sqrt{x}$ کدام ترتیب مراحل تبدیل نمودار درست است؟

- (۱) ۹ برابر کردن طول نقاط، انتقال ۱۸ واحد به راست و یک واحد به بالا.
- (۲) $\frac{1}{9}$ برابر کردن طول نقاط، انتقال ۱۸ واحد به راست و یک واحد به بالا.
- (۳) انتقال ۲ واحد به راست، ۳ برابر کردن عرض نقاط، انتقال یک واحد به بالا.
- (۴) انتقال ۲ واحد به راست، $\frac{1}{9}$ برابر کردن طول نقاط، انتقال یک واحد به بالا.



۴- در شکل زیر نمودار تابع g از روی نمودار f ساخته شده است. ضابطه تابع g کدام است؟

(۱) $2f(x)$

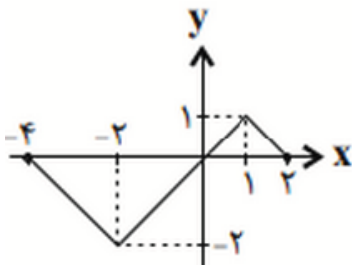
(۲) $-2f(x)$

(۳) $-2f(x-1)$

(۴) $-2f(x+1)$

۵- با کدام نواح انتقال می توان تابع $f(x) = -x^2 + 4x - 3$ را به تابع $g(x) = x^2$ تبدیل کرد؟

- (۱) در راستای عمودی ۳ واحد به پایین و سپس قرینه نسبت به محور Xها، در راستای افقی انقباض با ضریب $\frac{1}{3}$
- (۲) در راستای عمودی ۱ واحد به پایین و سپس قرینه نسبت به محور Xها، در راستای افقی ۲ واحد به چپ
- (۳) در راستای عمودی قرینه نسبت به محور Xها و سپس یک واحد به بالا، در راستای افقی ۲ واحد به راست.
- (۴) در راستای عمودی قرینه نسبت به محور Xها و سپس ۳ واحد به پایین، در راستای افقی ۲ واحد به چپ.



۶- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = -f(2x)$ چند نقطه مشترک با نمودار تابع $h(x) = f(-x)$ دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷- اگر دامنه و برد تابع f به ترتیب $D_f = [-1, 3]$ و $R_f = [1, 5]$ باشد، تفاضل برد از دامنه $g(x) = 3 - 2f(1 - \frac{x}{2})$ کدام است؟

- (۱) $[-7, -4]$ (۲) $(1, 4]$ (۳) $(-4, 1]$ (۴) $[-4, 4]$

۸- قرینه نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & , x \geq 0 \\ x^2 + 2x & , x < 0 \end{cases}$ نسبت به محور y ها را یک واحد به راست و هشت واحد به پایین منتقل می کنیم. فاصله نقطه های برخورد نمودار تابع جدید با محور x ها از یکدیگر کدام است؟

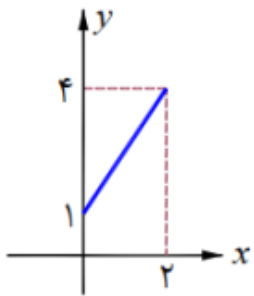
- (۱) ۵۳ (۲) ۳۵ (۳) ۵۸ (۴) ۶۸

۹- نمودار تابع $f(x) = x - 2[\frac{x}{2}]$, $x \notin Z$ را ابتدا نسبت به محور طول ها قرینه می کنیم، سپس نمودار به دست آمده را نسبت به محور عرض ها قرینه می کنیم تا نمودار تابع g به دست آید. نمودار تابع g را چند واحد و در کدام سمت باید انتقال دهیم تا بر نمودار تابع f منطبق شود؟ $[]$ ، نماد جزء صحیح است.

- (۱) یک واحد به بالا (۲) دو واحد به بالا (۳) یک واحد به پایین (۴) دو واحد به پایین

۱۰- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را ابتدا نسبت به محور عرض ها قرینه کرده، سپس ۸ واحد به راست منتقل می کنیم و در انتها نمودار تابع را در راستای افقی سه برابر منبسط می کنیم. طول نقطه برخورد منحنی به دست آمده با منحنی اصلی کدام است؟ (گزینه دو ۱۴۰۰)

- (۱) -۶ (۲) ۱۲ (۳) ۶ (۴) -۱۲



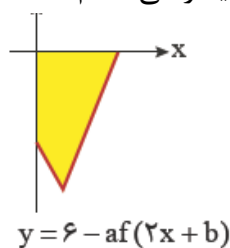
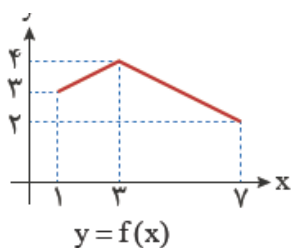
۱۱- اگر شکل روبرو نمودار تابع $y = f(1 - 2x) + 2$ باشد، طول پاره خط نمودار تابع $y = 1 - 3f(x + 2)$ برابر کدام است؟

- (۱) $\sqrt{10}$ (۲) $\sqrt{17}$ (۳) $\sqrt{82}$ (۴) $\sqrt{97}$

۱۲- تابع $f(x) = x^2 + x + 1$ را دو واحد به سمت چپ و یک واحد به سمت بالانتقال می دهیم تا تابع $g(x)$ به دست آید. وسیع ترین بازه ای که تابع $h(x) = (f + g)(x)$ زیر تابع $y = x^2$ قرار نمی گیرد، کدام است؟

- (۱) $x \geq 1$ (۲) $x \leq 1$ (۳) $x \in \mathbb{R}$ (۴) $x < 0$

۱۳- با توجه به نمودار دو تابع رسم شده در شکل روبرو، مساحت ناحیه رنگی کدام است؟



- (۱) ۹ (۲) ۹/۵ (۳) ۱۰ (۴) ۱۰/۵



اعمال جبری روی لا توابع

در این مبحث x ها یکسان هستند و اعمال جبری روی لاها انجام می شود.

۲۵۷- اگر $f = \{(1,5), (2,3), (3,1)\}$ و $g = \{(1,4), (2,1), (4,-3)\}$ آنگاه تابع $f + g$ و $f \times g$ و $f - 2g$ را بیابید.

پاسخ:

$$D_{f \pm g} = D_f \cap D_g$$

$$D_{f \times g} = D_f \cap D_g$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x : g(x) = 0\}$$

۲۵۸- اگر $f = \{(1,5), (4,1), (-2,3)\}$ و $g(x) = \sqrt{x}$ آنگاه تابع $f + g$ را بیابید.

پاسخ:

۲۵۹- اگر $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 4}$ و $f(x) = x + \sqrt{x^2 - 4}$ آنگاه تابع $f \times g$ را رسم کنید.

پاسخ:

۲۶۰- اگر $f = \{(1,2), (2,3), (3,4)\}$ و $g = \{(1,5), (2,6), (3,0)\}$ باشد، آن گاه تابع $\frac{f}{g}$ کدام است؟ (سراسری ۸۹)

۱) \emptyset ۲) $\{(1, \frac{4}{5}), (3, 1)\}$ ۳) $\{(1, \frac{4}{5}), (2, \frac{1}{2})\}$ ۴) $\{(1, \frac{4}{5}), (2, 1)\}$

پاسخ: ()



۲۶۱- اگر $f = \{(1, m), (m, 2), (4, 1), (1, m^2 - 12)\}$ یک تابع باشد و $g(x) = \sqrt{x}$ ، آنگاه دامنه تابع $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ چند عضو دارند؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: ()

۲۶۲- اگر $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ و $g = \{(-1, 1), (0, 4), (2, 0), (1, 2)\}$ باشد، مجموع اعضای برد تابع $2g - 3f$ کدام است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

۱۳ (۴)

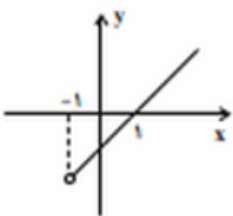
۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

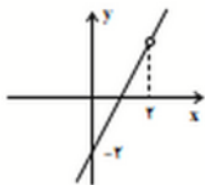
۱۰ (۱)

پاسخ: ()

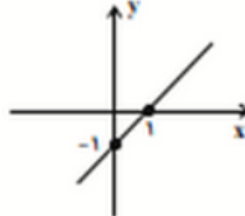
۲۶۳- اگر $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-2}$ و $g(x) = \frac{x^2-3x+2}{\sqrt{x+1}}$ باشد، نمودار تابع $(f \times g)(x)$ کدام است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)



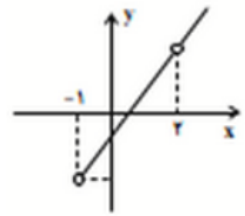
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

پاسخ: ()

۲۶۴- برای دو تابع $f(x) = \sqrt{m-x} + n$ و $g(x) = \sqrt{2x+2}$ ، اگر $D_{f \cdot g} = [-1, 7]$ و $(f-g)(3) = 6\sqrt{2}$ باشد، حاصل $m+n$ کدام است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

۵ + ۸√۲ (۴)

۸√۲ - ۲ (۳)

۸√۷ - ۷ (۲)

۶√۲ + ۷ (۱)

پاسخ: ()

تعدادی تمرین جون دار از اعمال جبری

۱- اگر $2f - 1 = \{(-1, 3), (2, 7), (3, -5), (0, 0)\}$ و $g = \{(2, 4), (-3, 6), (-1, -4), (5, 0)\}$ باشد. برد تابع

$\frac{2g}{f+g}$ کدام است؟

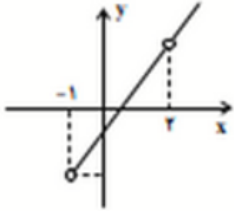
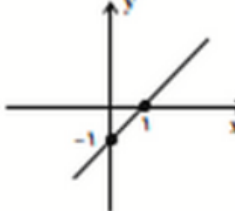

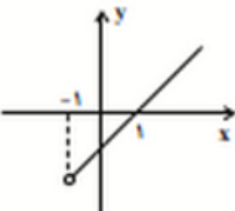
- (۱) $\{1, 4\}$ (۲) $\{4\}$ (۳) $\{1, 2\}$ (۴) $\{2\}$

۲- اگر $g = \{(-1, 1), (0, 4), (2, 0), (1, 2)\}$ و $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ باشد، مجموع اعضای برد تابع $2g - 3f$ کدام

است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۳- اگر $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-2}$ و $g(x) = \frac{x^2-3x+2}{\sqrt{x+1}}$ باشد، نمودار تابع $(f \times g)(x)$ کدام است؟

- (۱)  (۲)  (۳)  (۴) 

۴- اگر نمودار دو تابع f و g به شکل زیر باشد، برد $\frac{f}{g}$ کدام است؟ (f سهمی است.)

(۱) \mathbb{R}

(۲) $\mathbb{R} - \{4\}$

(۳) $\mathbb{R} - \{-6\}$

(۴) $\mathbb{R} - \left\{-\frac{4}{3}\right\}$

۵- برای دو تابع $f(x) = \sqrt{m-x} + n$ و $g(x) = \sqrt{2x+2}$ ، اگر $D_{f \cdot g} = [-1, 7]$ و $(f-g)(3) = 6\sqrt{2}$ باشد،

حاصل $m+n$ کدام است؟

- (۱) $6\sqrt{2} + 7$ (۲) $8\sqrt{7} - 7$ (۳) $8\sqrt{2} - 2$ (۴) $5 + 8\sqrt{2}$

۶- اگر $f(x) = k - \sqrt{x}$ و $g(x) = k + \sqrt{x}$ باشد، برد تابع $f \cdot g$ بازه $(-\infty, k+2]$ است. مجموع مقادیر قابل قبول

برای k کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) ۲

۷- نمودار تابع $f(x) = (x+1)(x^2+1-x)$ را دو واحد به سمت راست و یک واحد به سمت پائین انتقال می‌دهیم تا

نمودار تابع g به دست آید. دامنه تابع $\frac{f}{g}$ کدام است؟

- (۱) \mathbb{R}^+ (۲) $\mathbb{R} - \{2\}$ (۳) $\mathbb{R} - \{1\}$ (۴) $(-1, +\infty)$



ترکیب توابع

$$g \circ f(x) = g(f(x))$$

$$f \circ g(x) = f(g(x))$$

$$g \circ g(x) = g(g(x))$$

$$f \circ f(x) = f(f(x))$$

$$f \circ g \neq g \circ f$$

تیب ۱: f و g داده شود و $f \circ g$ یا $g \circ f$ خواسته شود:

$f \circ g$ یعنی در تابع f بجای x قرار دهید $g(x)$

$g \circ f$ یعنی در تابع g بجای x قرار دهید $f(x)$

۲۶۵- اگر $f(x) = 4x - 1$ و $g(x) = 3x + 2$ آنگاه:

۱) $f \circ g(2) =$

۲) $g \circ f(1) =$

۳) $f \circ f(\cdot) =$

۴) $g \circ g(\cdot) =$

۵) $f \circ g(x) =$

۲۶۶- اگر $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ و $g(x) = 2x - 1$ آنگاه:

۱) $g \circ f(x) =$

۲) $f \circ (f + g)(2) =$



۲۶۷- اگر $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$ و $g(x) = \frac{x+1}{x-2}$ باشد تابع $g \circ f(x)$ را محاسبه کنید.

پاسخ: ()

۲۶۸- اگر $f(g(x)) = \sqrt{x^2 + 3}$ باشد $f(x)$ و $g(x)$ را بیابید.

پاسخ: ()

۲۶۹- اگر $g(f(x)) = \sqrt[3]{2x-1}$ باشد $f(x)$ و $g(x)$ را بیابید.

پاسخ: ()

۲۷۰- اگر $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ و $g(x) = \frac{2x+2}{2-x}$ باشند، ضابطه تابع $g(f(x))$ کدام است؟ (سراسری ۹۶)

$2x(4)$

$x(3)$

$x+1(2)$

$x-1(1)$

پاسخ: ()

۲۷۱- اگر $f(x) = (2x-3)^2$ و $g(x) = x+2$ نمودارهای دو تابع f و $g \circ f$ با کدام طول متقاطعند؟ (سراسری ۹۲)

$\frac{3}{2}(4)$

$1(3)$

$\frac{1}{2}(2)$

$-1(1)$

پاسخ: ()



۲۷۲- اگر $f(x) = x^2 + 3x$ و $g(x) = -\frac{1}{3}x + 2$ ، مجموعه ی طول نقاط از منحنی تابع $g(f(x))$ که در بالای محور x ها قرار گیرد، برابر کدام بازه است؟ (سراسری ۹۱)

- (۱) $(-4, 1)$ (۲) $(-3, 2)$ (۳) $(-2, 1)$ (۴) $(-1, 4)$

پاسخ: ()

۲۷۳- فرض کنید $g(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$ و $f(x) = 1 - x^2$ تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $g \circ f$ کدام است؟ (سراسری ۱۴۰۰)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

پاسخ: ()

۲۷۴- فرض کنید $f(x) = x(1 - x^2)$ و $g(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$ ، تعداد نقاط ناپیوستگی تابع $(f \circ f) \circ g$ کدام است؟ (سراسری ۱۴۰۰)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

پاسخ: ()



تیب ۲: اگر f و g به صورت زوج مرتب داده شود و $f \circ g$ خواسته شود.

ابتدا از g شروع می کنیم و نتیجه را در تابع f جایگذاری می کنیم. اگر زوج مرتب (a, b) در g باشد و زوج مرتب (b, c) در f باشد، زوج مرتب (a, c) در $f \circ g$ است.

۲۷۵- $f = \{(1, 2), (-1, 0), (0, 1), (2, -1)\}$ و $g = \{(1, -1), (0, 2), (2, 3), (-1, 4)\}$ آنگاه تابع $f \circ g$ و $g \circ f$ را پیدا کنید.

پاسخ: ()

۲۷۶- اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g = \{(1, 2), (5, 4), (6, 5), (2, 3)\}$ و $g \circ f(a) = 5$ باشد، عدد a کدام است؟ (سراسری ۹۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: ()

۲۷۷- دو تابع با ضابطه های $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$ و $g = \{(2, -1), (-1, 4), (-2, 3), (-4, -3)\}$ مفروض اند. اگر $g \circ f(a) = 3$ باشد، a کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

-۴ (۱)

پاسخ: ()

۲۷۸- تابع $f = \{(2, 1), (3, 2), (4, 5), (1, 7)\}$ و $g = \{(1, 2), (3, 1), (a, 3), (b, 1)\}$ مفروض اند، اگر $(4, 2) \in f \circ g$ و $(4, 1) \in g \circ f$ باشند، دو تایی (a, b) کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۰)

(۵, ۴) (۴)

(۴, ۵) (۳)

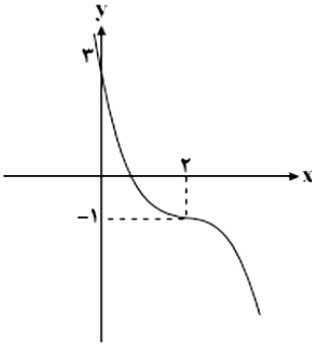
(۴, ۳) (۲)

(۳, ۴) (۱)

پاسخ: ()



۲۷۹- نمودار تابع $g(x) = a(x - b)^3 + c$ به صورت مقابل است. اگر $f = \{(1, 5), (-1, -2), (-3, 1)\}$ و $(g \circ f)(-3) = \frac{m}{2}$ باشد، در این صورت $(f + 2g)(-m)$ کدام است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)



- (۱) -۱
- (۲) -۳
- (۳) ۴
- (۴) ۷

پاسخ: ()

تیب ۳: $f(x)$ و $f \circ g(x)$ داده شود و $g(x)$ خواسته شود:

باید $f \circ g$ را به کمک تابع $f(x)$ تشکیل دهیم.

۲۸۰- اگر $f(x) = 3x + 1$ و $f(g(x)) = 5x - 1$ آنگاه $g(x)$ را بیابید.

پاسخ:

تیب ۴: $g(x)$ و $f \circ g(x)$ داده شود و $f(x)$ خواسته شود:

از روش t استفاده کنیم یعنی $g(x) = t$ در نظر می گیریم

۲۸۱- اگر $g(x) = 3x + 1$ و $f(g(x)) = 5x - 1$ آنگاه $f(x)$ را بیابید.

پاسخ:



تیب ۵: $g(x)$ و $fog(x)$ داده شود و f (عدد) خواسته شود:

درون تابع f را برابر آن عدد قرار می دهیم.

۲۸۲- اگر $g(x) = 2x - 1$ و $fog(x) = \frac{x}{x-3}$ مقدار $f(3)$ کدام است؟ (سراسری ۹۱ ریاضی)

۴ (۴) ۲ (۳) -۲ (۲) -۴ (۱)

پاسخ: ()

۲۸۳- اگر $f(x) = 2x + 3$ و $g(f(x)) = 8x^2 + 22x + 20$ باشد، آنگاه $g(2)$ کدام است؟

۱۳ (۴) ۱۲ (۳) ۱۱ (۲) ۱۰ (۱)

پاسخ: ()

۲۸۴- اگر توابع f و g به عنوان ماشین به صورت $x \rightarrow [f] \rightarrow [g] \rightarrow 2x$ باشند و $g(x) = 3x + 4$ مقدار $f(5)$ کدام است؟ (سراسری ۹۱)

۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

پاسخ: ()

۲۸۵- اگر $f(x) = x^2 - x - 2$ و $fog(x) = x^2 + x - 2$ آنگاه $(f + g)(x)$ کدام گزینه می تواند باشد؟ (سراسری ۹۰)

$x^2 + 2x(4)$ $x^2 - 2x(3)$ $x^2 + 1(2)$ $x^2 - 1(1)$

پاسخ: ()



۲۸۶- اگر $g(x) = 2x - 3$ و $(f \circ g)(x) = 4(x^2 - 4x + 5)$ باشند، تابع $f(x)$ کدام است؟ (ریاضی ۹۳)

(۱) $x^2 - 4x + 3$ (۲) $x^2 - 4x + 5$ (۳) $x^2 - 2x + 5$ (۴) $x^2 - 2x + 3$

پاسخ: ()

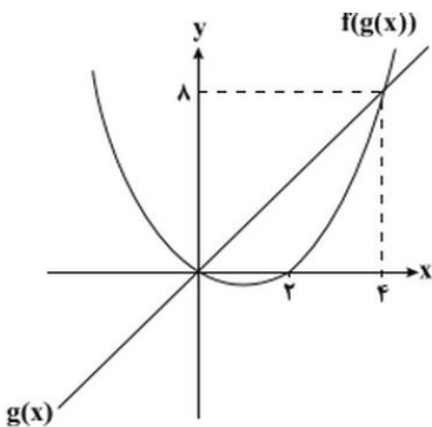
۲۸۷- اگر $f(x) = \frac{x}{3-x}$ و $(g \circ f)(x) = 2x - 1$ باشد، حاصل $g(2x + 1)$ کدام است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

(۱) $\frac{5x-1}{x+1}$ (۲) $\frac{5x+2}{x+1}$ (۳) $\frac{1 \cdot x + 2}{2x+2}$ (۴) $\frac{2x}{x-1}$

پاسخ: ()

۲۸۸- اگر نمودار توابع $g(x)$ و $f(g(x))$ به شکل مقابل باشند، حاصل $f(1)$

کدام است؟ ($f(g(x))$ نمودار یک سهمی است). (قلمچی ۱۴۰۰)



(۱) $-\frac{1}{4}$

(۲) $-\frac{1}{2}$

(۳) $-\frac{3}{4}$

(۴) $\frac{1}{4}$

پاسخ: ()

۲۸۹- اگر $f(x+1) = 3x - 2$ و $g(x-2) = 5x$ ، جواب معادله $f(x) - 1 = g(f(3))$ کدام است؟

(۴) ۱۲

(۳) ۱۱

(۲) ۱۰

(۱) ۹

پاسخ:



دامنه ترکیب توابع

راه ۱) اگر گزینه ها به صورت بازه باشد می توان از گزینه استفاده کرد و عدد گذاری کرد.

راه ۲) می توانیم تابع fog را تشکیل بدهیم و قبل از ساده کردن آن دامنه را از روی ضابطه محاسبه کنیم.

راه ۳) تعریف (نهایی از این راه بروید)

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

$$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

مراحل:

۲) محاسبه D_f و D_g و جایگذاری در رابطه

۴) اشتراک گیری از دو طرف خط

۱) نوشتن رابطه

۳) محاسبه دو طرف خط

۲۹۰- اگر $f(x) = \sqrt{3-x}$ و $g(x) = 2x + 1$ آنگاه دامنه تابع $y = fog(x)$ را پیدا کنید.

پاسخ: ()

۲۹۱- اگر $f(x) = \sqrt{1-x}$ و $g(x) = \sqrt{x+2}$ آنگاه دامنه تابع $y = fog(x)$ را پیدا کنید.

پاسخ: ()

۲۹۲- اگر $f(x) = \frac{x-1}{x-2}$ و $g(x) = \frac{x}{x+1}$ آنگاه دامنه تابع $y = gof(x)$ را پیدا کنید.

پاسخ: ()



۲۹۳- اگر $f(x) = \sqrt{x-6}$ و $g(x) = 5x - x^2$ باشد، دامنه ی $f \circ g$ کدام است؟

- (۱) $[-1, 6]$ (۲) $[-6, 1]$ (۳) $[2, 3]$ (۴) $[1, 5]$

پاسخ: ()

۲۹۴- اگر $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ و $g(x) = \frac{x}{x+1}$ باشد، دامنه ی $f \circ g$ کدام بازه است؟

- (۱) $[-1, 1]$ (۲) $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ (۳) $(-\frac{1}{2}, +\infty)$ (۴) $(-\frac{1}{2}, +\infty)$

پاسخ: ()

۲۹۵- اگر $f(x) = \sqrt{x+|x|}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2-4x}$ باشد، دامنه ی $g \circ f$ کدام است؟ (سراسری ۸۷)

- (۱) $(0, 8) \cup (8, +\infty)$ (۲) $\mathbb{R} - \{0, 8\}$ (۳) $\mathbb{R} - \{0\}$ (۴) $(0, +\infty)$

پاسخ: ()

۲۹۶- تابع $f(x) = 4x - 3$ با دامنه ی $[-2, 1]$ مفروض است. اگر دامنه ی تابع $f \circ f$ بازه ی $[a, b]$ باشد، $b - a$

کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) ۲ (۴) ۳

پاسخ: ()



۲۹۷- اگر $f(x) = \sqrt{3-x}$ و $g(x) = \log_7(x^2 + 2x)$ باشد، دامنه ی $f \circ g$ کدام است؟ (سراسری ۹۴)

- (۱) $[-4, 2]$ (۲) $[-2, 0]$ (۳) $[-4, -1] \cup (1, 2]$ (۴) $[-4, -2) \cup (0, 2]$

پاسخ: ()

۲۹۸- اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{-x^2+x+2}}$ و $g(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ باشد، دامنه ی $f \circ g$ کدام است؟ (سراسری ۹۴ خارج)

- (۱) $(-\frac{1}{4}, +\infty)$ (۲) $(\frac{1}{4}, +\infty)$ (۳) $(-2, 0)$ (۴) $(-1, \frac{1}{4})$

پاسخ: ()

برد ترکیب

۲۹۹- اگر $f(x) = x - [x]$ و $g(x) = \frac{1-x}{x}$ ، برد تابع $g \circ f$ کدام بازه است؟ (سراسری ۸۶ ریاضی)

- (۱) $(0, +\infty)$ (۲) $[0, +\infty]$ (۳) $(1, +\infty)$ (۴) $[1, +\infty)$

پاسخ: ()



۳۰۰- اگر $f(x) = [x] - x$ و $g(x) = \frac{1-2x}{x+1}$ باشند، برد تابع $g \circ f$ کدام است؟ (سراسری ۹۹)

(۱) $[-1, 1]$ (۲) $(-1, 1]$ (۳) $[1, +\infty)$ (۴) $(-\infty, 1]$

پاسخ: ()

۳۰۱- اگر $f(x) = 2x - [2x]$ و $g(x) = -x^2 + 4x$ باشند، برد تابع $g \circ f$ کدام است؟ (سراسری ۹۹)

(۱) $[0, 2)$ (۲) $[0, 3]$ (۳) $[0, 4)$ (۴) $[1, 4)$

پاسخ: ()

۳۰۲- اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = x^2 + 6$ باشند، برد تابع $g \circ f$ کدام است؟ (نشرالگو)

(۱) $[1, +\infty)$ (۲) $[6, +\infty)$ (۳) $[1, 6]$ (۴) \mathbb{R}

پاسخ: ()

۳۰۳- اگر $f(x) = 4 - x^2$ و $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$ باشند، برد تابع $f \circ g(x)$ کدام است؟ (خیلی سبز)

(۱) $[4, +\infty)$ (۲) $(-\infty, 0]$ (۳) $(-\infty, 4]$ (۴) $[0, 4]$

پاسخ: ()

• اگر f و g دو تابع باشند صعودی + و نزولی - بودن ترکیب آنها به صورت زیر است:

fog	g	f
+	+	+
-	-	+
-	+	-
+	-	-

۳۰۴- تابع f اکیداً یکنوا است. تابع $f \circ f$ چگونه است؟

- (۱) اکیداً نزولی (۲) اکیداً صعودی (۳) ثابت (۴) معلوم نیست

پاسخ: ()

تعدادی تمرین چون دار از ترکیب

۱- نمودار تابع $g(x) = a(x-b)^3 + c$ به صورت مقابل است. اگر $f = \{(1,5), (-1,-2), (-3,1)\}$ و

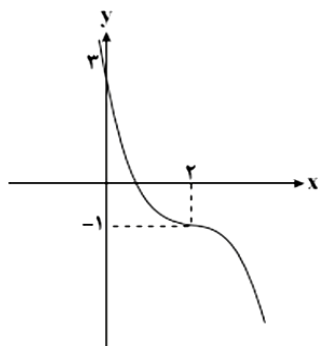
$(g \circ f)(-3) = \frac{m}{2}$ باشد، در این صورت $(f + 2g)(-m)$ کدام است؟

(۱) -۱

(۲) -۳

(۳) ۴

(۴) ۷



۲- با توجه به نمودارهای دو تابع $y = f(x)$ و $y = g(x)$ ، چند عدد صحیح در دامنه تعریف تابع $y = f \circ g(x)$ وجود

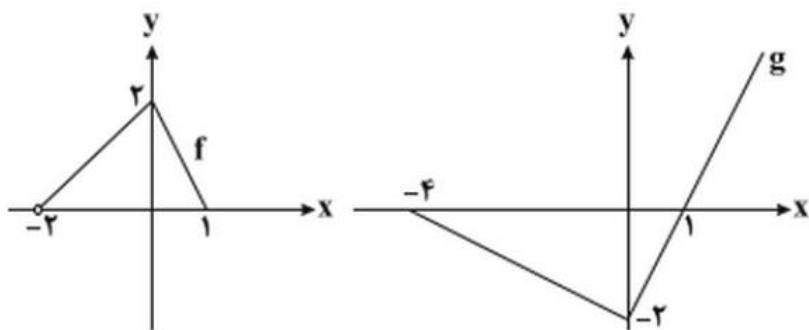
دارد؟

(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۷

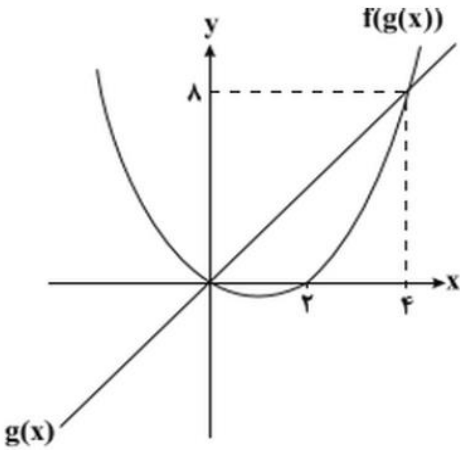
(۴) ۸



۳- اگر $g(x) = 3x + a$ ، $f(x) = x^2 - bx + c$ و $(gof)(x) = 3x^2 + 6x - 2$ باشند، حاصل $3c + 2b + a$ کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) -۴ (۳) ۲ (۴) -۲

۴- اگر نمودار توابع $g(x)$ و $f(g(x))$ به شکل مقابل باشند، حاصل $f(1)$ کدام است؟ $f(g(x))$ نمودار یک سهمی است.



- (۱) $-\frac{1}{4}$
(۲) $-\frac{1}{2}$
(۳) $-\frac{2}{4}$
(۴) $\frac{1}{4}$

۵- اگر $f(x) = \frac{x}{3-x}$ و $(gof)(x) = 2x - 1$ باشد، حاصل $g(2x + 1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5x-1}{x+1}$ (۲) $\frac{5x+2}{x+1}$ (۳) $\frac{10x+3}{2x+2}$ (۴) $\frac{2x}{x-1}$

۶- اگر $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x$ و $(fog)(x) = x^2 - 2x$ باشد، تابع $g(x)$ با کدام انتقال از تابع $y = \sqrt[3]{x^2 - 9}$ ساخته می‌شود؟

- (۱) ۱ واحد به چپ و ۲ واحد به سمت پایین
(۲) ۱ واحد به راست و ۲ واحد به سمت بالا
(۳) ۲ واحد به راست و ۱ واحد به سمت بالا
(۴) ۱ واحد به راست و ۲ واحد به سمت پایین

۷- اگر $f(x) = \begin{cases} 2x - 5, & x > 2 \\ |x - 1|, & x < 2 \end{cases}$ ، مجموع ریشه‌های معادله $f(f(x)) = 3$ کدام است؟

- (۱) $1/5$ (۲) $2/5$ (۳) $3/5$ (۴) $4/5$

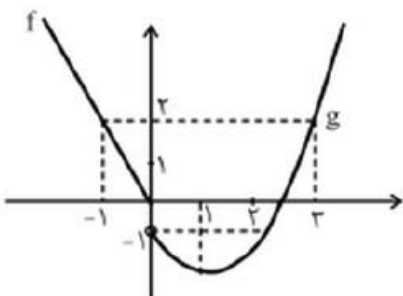
۸- نمودار تابع $f(x) = 2\sqrt{x+3} - 1$ را سه واحد به راست و دو واحد به پایین منتقل می‌کنیم. تابع به دست آمده را $g(x)$ می‌نامیم. دامنه تابع $(gof)(x)$ شامل چند عدد صحیح نامثبت است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۱

۹- اگر $g(x) = \begin{cases} \sqrt{7-x}, & 0 \leq x < 7 \\ [\Delta x] - 5x, & x \geq 7 \end{cases}$ و $f(x) = -x^2 + 4x - 3$ باشد، برد تابع fog به صورت بازه $(a, b]$ است. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۹ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰- در شکل زیر نمودار دو تابع f و g رسم شده است. با توجه به شکل، دامنه تابع fog کدام است؟



- (۱) $[0, \sqrt{2} - 1]$
(۲) $[\sqrt{2} + 1, +\infty]$
(۳) $(0, \sqrt{2} + 1]$
(۴) $(-\infty, \sqrt{2} - 1]$

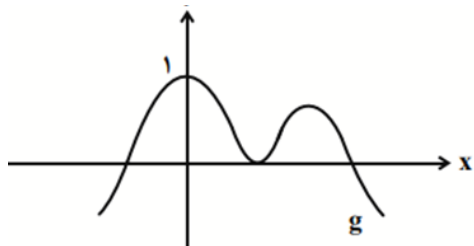


۱۱- اگر $f(g(x)) = \frac{|x|}{2(x^2-1)}$ و $g(x) = 4x^2 + 1$ باشد، دامنه تابع $y = f(x)$ کدام است؟

- (۱) $[1, +\infty)$ (۲) $(0, +\infty)$ (۳) $[1, +\infty) - \{5\}$ (۴) $(0, +\infty) - \{1\}$

۱۲- نمودار تابع g در شکل زیر رسم شده است. اگر $f(x) = \sqrt{(x^2 + 2x - 3)(3x^2 - 2x^3 - x^4)}$ دامنه تابع

$f \circ g$ شامل چند عضو است؟ (قلمچی جامع ۱۴۰۰)



- (۱) ۵ (۲) ۶

- (۳) ۷ (۴) بیشمار

۱۳- اگر $f(x) = \sqrt{5-x}$ و $g(x) = \log(-x^2 + 3x + 4)$ ، دامنه تابع $g \circ f$ کدام است؟ (گزینه دو ۱۴۰۰)

- (۱) $(-11, 5]$ (۲) $(-11, 4)$ (۳) $(-11, 5)$ (۴) $[-11, 4]$

۱۴- اگر f یک تابع خطی نزولی با دامنه $[-2, 3]$ و برد $[-9, 1]$ باشد و دامنه تعریف تابع $f \circ f$ بازه $[a, b]$ شود، مقدار

$b - a$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) $\frac{5}{2}$

۱۵- اگر $g(x) = \sqrt{1-x}$ و $f(g(x)) = \sqrt{2 - \sqrt{1-x} - x}$ می باشد، برد تابع $f + g$ در بازه $(-3, -1)$

کدام است؟

- (۱) $(0, 1)$ (۲) $(\sqrt{3} - 2\sqrt{2}, 1)$ (۳) $(2 + \sqrt{2}, 6)$ (۴) $(\sqrt{2}, 2)$

۱۶- اگر $f = \{(1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 3)\}$ و $g(x) = x - 1$ باشد، برد تابع $f \circ g - g \circ f$ چند عضو دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۷- اگر $f(x) = x^2 - 2x + 4$ و $g(x) = x^2 - 8x$ باشد، تابع $g \circ f$ در کدام بازه اکیداً نزولی است؟

- (۱) $(-\infty, 1]$ (۲) $[0, 1]$ (۳) $[1, 2]$ (۴) $[2, +\infty)$

توابع یک به یک = تابع وارون پذیر

y ها با هم برابر نباشند، اگر y ها برابر بودند باید x هم با هم برابر باشند.

$$y_2 = y_1 \Rightarrow x_2 = x_1$$

○ زوج مرتب

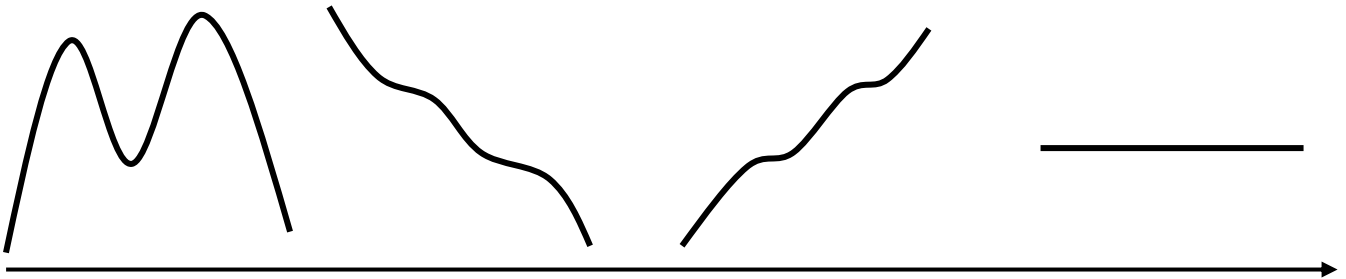
مثال: $f = \{(3,2), (4,1), (5,2)\}$

$$f = \{(3,2), (4,1)\}$$

$$f = \{(3,2), (4,1), (3,3)\}$$

○ نمودار تابع

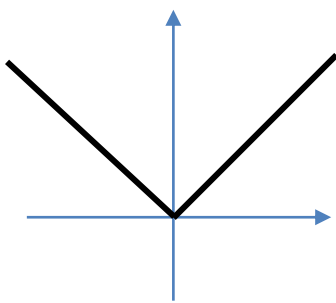
در توابع یک به یک هر خط موازی افقی را حداکثر در یک نقطه قطع کند.



اکیدا صعودی یا نزولی ← یک به یک

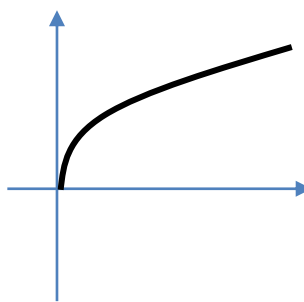
بهترین راه برای تشخیص یک به یک بودن رسم است.

مثال:



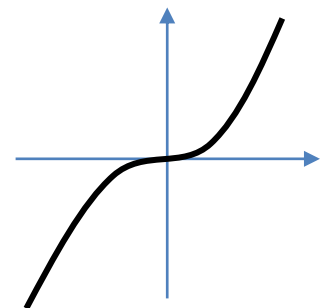
$$y = |x|$$

یک به یک نیست



$$y = \sqrt{x}$$

یک به یک



$$y = x^3$$

یک به یک



○ **مثال نقض** یعنی دو x مختلف با یک y ثابت در نظر بگیریم. مثال نقض را برای اثبات یک به یک نبودن استفاده می کنیم.

مثال: $y = [x]$

• مثال: $y = x^2$

○ **تعداد ریشه ها**

اگر تعداد ریشه بیشتر مساوی ۲ باشد یک به یک نیست.
اگر تعداد ریشه ها صفر یا یک باشد معلوم نیست.

• مثال: $y = \frac{x^2-1}{x^2+x+1}$

• مثال: $y = x^3 - x$

○ **چندجمله ای ها**

چندجمله ای های درجه زوج کلاً یک به یک نیستند
چندجمله ای های درجه فرد معلوم نیست

• مثال: $y = x^6 - 3x + 1$

• مثال: $y = x^3$

○ **سهمی** $y = ax^2 + bx + c$ در صورتی یک به یک است که:

حالت (۱) $a = 0$ (تبدیل به خط شود) حالت (۲) دامنه اش محدود به قبل و بعد راس شود

○ **توابع هموگرافیکی** $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ یک به یک هستند مگر $ad - bc = 0$

مثال: یک به یک بودن توابع زیر را بررسی کنید.

۱) $y = 4$	۲) $y = 5x - 1$
۳) $y = x^2 + x - 1$	۴) $y = x^3$
۵) $y = x $	۶) $y = [x]$
۷) $y = \sin x$	۸) $y = x^3 - x$
۹) $y = x^6 + 3x - 1$	۱۰) $y = x^3 - x^2$



۳۰۵- اگر رابطه $f = \{(3, 2), (a, 5), (3, a^2 - a), (b, 2), (-1, 4)\}$ تابع یک به یک باشد، دوتایی (a, b) کدام است؟ (سراسری ۸۶)

- (۱) $(-1, 1)$ (۲) $(-1, 3)$ (۳) $(2, 1)$ (۴) $(2, 3)$

پاسخ: ()

۳۰۶- اگر $f = \{(1, m^2 - m), (m, 4), (1, 6), (5, m + 1), (0, m^2 + 1)\}$ تابع یک به یک باشد، مجموعه مقادیر m کدام است؟ (کتاب IQ)

- (۱) $\{-2, 3\}$ (۲) $\{3\}$ (۳) $\{-2\}$ (۴) \emptyset

پاسخ: ()

۳۰۷- اگر $f = \{(1, -2), (2, 4), (a + 1, -2), (6, a), (b + 2, 0), (c, b + a)\}$ تابع یک به یک باشد، $\frac{b}{c}$ کدام است؟ (قلمچی)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

پاسخ: ()

۳۰۸- کدام تابع یک به یک است؟ (سراسری)

- (۱) $y = x^2$ (۲) $y = |x|$ (۳) $y = \sqrt[3]{x}$ (۴) $y = \sqrt{x^2}$

پاسخ: ()

۳۰۹- اگر تابع $f(x) = (a - 3)x^2 + 2x - 3$ بر روی \mathbb{R} یک به یک باشد، مقدار $af(3)$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) -۱۲ (۳) -۸ (۴) ۹

پاسخ: ()



۳۱۰- اگر بازه $(-\infty, 1]$ بزرگترین بازه باشد که تابع $f(x) = 3x^2 + ax$ در آن وارون پذیر است، a کدام است؟

۳ (۴)

-۳ (۳)

۶ (۲)

-۶ (۱)

پاسخ: ()

۳۱۱- اگر $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & x \geq 2 \\ x + a & x < 2 \end{cases}$ یک به یک باشد، حدود a کدام است؟

$a \in \mathbb{R}$ (۴)

$a = 2$ (۳)

$a \leq 1$ (۲)

$a \geq 1$ (۱)

پاسخ: ()

۳۱۲- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & x \geq 0 \\ ax + b & x < 0 \end{cases}$ یک به یک باشد، حدود a و b کدام است؟

$a > 0$
 $b \geq 2$ (۴)

$a < 0$
 $b \leq 2$ (۳)

$a = 1$
 $b \geq 2$ (۲)

$a > 0$
 $b \leq 2$ (۱)

پاسخ: ()

۳۱۳- اگر تابع $f(x) = |x + 2a| + 3$ در بازه $(-3, 5)$ وارون پذیر نیست، مجموع مقادیر صحیح برای a کدام است؟

-۲ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: ()

۳۱۴- تابع با ضابطه $f(x) = |x^3|$ با دامنه اعداد حقیقی چگونه است؟ (سراسری ۹۵ خارج)

- (۱) نزولی (۲) صعودی (۳) وارون ناپذیر (۴) یک به یک

پاسخ: ()

وارون

○ نکته (۱): وارون تابع $f \rightarrow f^{-1}$ جای x و y را عوض کنید.

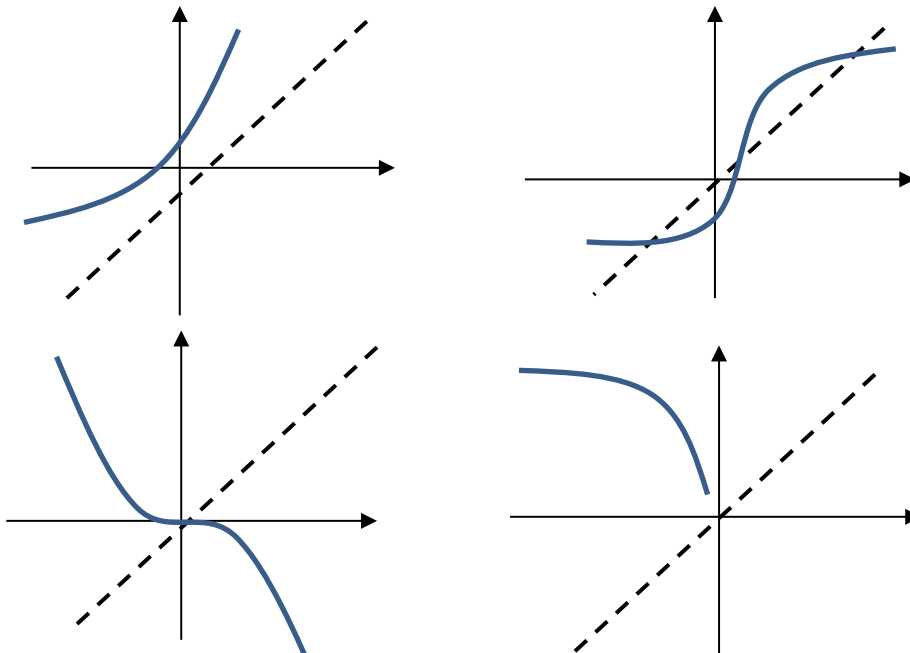
$$f = \{(2,1), (3,2), (4,0)\} \rightarrow f^{-1} =$$

○ نکته (۲): شرط وارون پذیری: یک به یک بودن

$$f = \{(1,2), (3,2)\} \rightarrow f^{-1} =$$

○ نکته (۳):

زمانی که نموداری را وارون می کنیم نسبت به نیمساز ربع اول و سوم ($y = x$) قرینه می شود.



تابع	ناحیه اول	ناحیه دوم	ناحیه سوم	ناحیه چهارم
وارون	ناحیه اول	ناحیه چهارم	ناحیه سوم	ناحیه دوم

تابع	اکیداً صعودی	اکیداً نزولی
وارون	اکیداً صعودی	اکیداً نزولی



۳۱۵- اگر $f = \{(1,2), (3,5)\}$ و $g = \{(3,4), (1,7)\}$ تابع $g \circ f^{-1}$ کدام است؟

(۱) $\{(4,5), (7,2)\}$

(۲) $\{(2,7), (5,4)\}$

(۳) $\{(3,7), (1,4)\}$

(۴) $\{(2,4), (5,7)\}$

۳۱۶- اگر $f = \{(1,5), (2,0), (3,4), (4,6)\}$ و $g = \{(-1,4), (2,1), (0,3)\}$ باشند، حاصل ضرب اعضای برد تابع

$\frac{2f}{g^{-1}}$ کدام است؟

۳۶(۴)

صفر (۳)

-۶۰ (۲)

-۷ (۱)

پاسخ: ()

۳۱۷- دو تابع $f = \{(1,2), (2,3), (4,5), (3,4)\}$ و $g = \{(2,1), (3,2), (5,4)\}$ تابع $g^{-1} \circ f^{-1}$ کدام است؟

(۱) $\{(4,4), (1,1), (3,4)\}$

(۲) $\{(3,3), (5,5), (4,3)\}$

(۳) $\{(2,2), (1,1), (4,4)\}$

(۴) $\{(2,2), (3,3), (5,5)\}$

پاسخ: ()

۳۱۸- اگر $f = \{(1,2), (2,5), (0,3), (4,-1)\}$ و $g = \{(2,3), (-1,4), (4,1), (3,0)\}$ تابع $g \circ f^{-1}$ کدام

است؟

(۱) $\{(1,3), (0,0)\}$

(۲) $\{(2,4), (3,5)\}$

(۳) $\{(2,0), (-1,4)\}$

(۴) $\{(5,3), (-1,1)\}$

پاسخ: ()



۳۱۹- اگر $f = \{(1,2), (2,5), (3,4), (4,6)\}$ و $g = \{(2,3), (4,2), (5,6), (3,1)\}$ دو تابع باشند، برد تابع $(g^{-1} \circ f) - f$ کدام است؟ (سراسری ۹۸)

(۱) $\{-1, 4\}$ (۲) $\{2, 3\}$ (۳) $\{3, 4\}$ (۴) $\{2, -1\}$

پاسخ: ()

۳۲۰- اگر $f = \{(1,2), (2,5), (3,4), (4,6)\}$ و $g = \{(2,3), (4,2), (5,6), (3,1)\}$ باشند، تابع $\frac{g}{g \circ f^{-1}}$ کدام است؟ (سراسری ۹۸)

(۱) $\{(4,2), (5,2)\}$ (۲) $\{(4,2), (3,5)\}$ (۳) $\{(5,2), (2,4)\}$ (۴) $\{(3,5), (2,4)\}$

پاسخ: ()

۳۲۱- نمودار وارون تابع $f(x) = 1 - \sqrt{x+3}$ از کدام ناحیه های محور های مختصات عبور نمی کند؟

(۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

پاسخ: ()

۳۲۲- تابع معکوس $f(x) = x^3 + x - 1$ از کدامیک از نقاط زیر می گذرد؟

(۱) $(1, 0)$ (۲) $(0, -1)$ (۳) $(-1, 0)$ (۴) $(-1, 1)$

پاسخ: ()



۳۲۳- شکل روبرو نمودار تابع $y = f(x)$ و نیمساز ناحیه اول و سوم است. دامنه

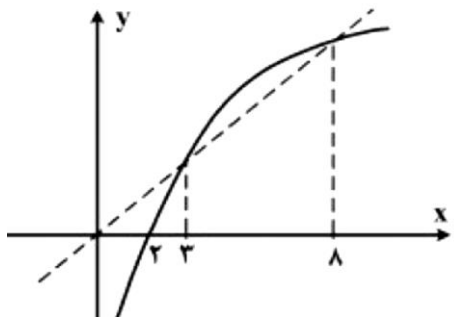
تابع با ضابطه $\sqrt{x - f^{-1}(x)}$ کدام است؟ (سراسری ۹۴)

(۲) $[2, 3]$

(۱) $(0, 2]$

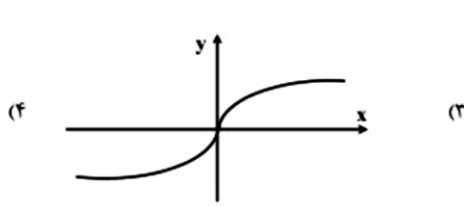
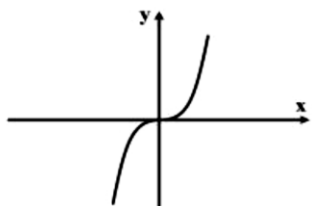
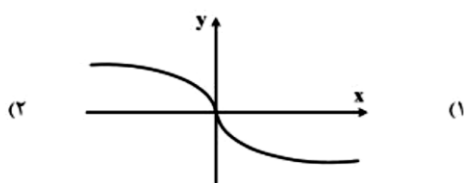
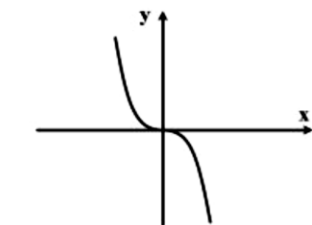
(۴) $[3, 8]$

(۳) $[2, 8]$



پاسخ: ()

۳۲۴- اگر $f(x) = x|x|$ باشد، نمودار تابع $y = f^{-1}(x)$ کدام است؟ (سراسری ۹۵)



نکته (۴): برای محاسبه f به جای x آن عدد را قرار می دهیم و برای محاسبه f^{-1} یعنی

کل تابع آن را برابر آن عدد قرار می دهیم.

۳۲۵- اگر $f(x) = 4x - 1$ حاصل $f(3) - f^{-1}(3)$ کدام است؟

(۴) ۱۲

(۳) ۱۱

(۲) ۱۰

(۱) ۹

۳۲۶- اگر $g(x)$ وارون تابع $f(x) = x + \sqrt{x}$ باشد، مقدار $g(6) + g(12)$ کدام است؟ (سراسری ۹۹)

(۴) ۱۴

(۳) ۱۳

(۲) ۱۱

(۱) ۱۰

پاسخ: ()



۳۲۷- اگر $f(x) = -x + \sqrt{-2x}$ مقدار $f^{-1}(4)$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۸۸)

- ۱) -۸ ۲) -۵ ۳) -۲ ۴) تعریف نشده

پاسخ: ()

۳۲۸- اگر $f(x) = \frac{2}{5}x - 4$ و $g(x) = x^3 + x$ ، آنگاه حاصل $(g^{-1} \circ f^{-1})(8)$ کدام است؟ (سراسری ۹۸)

- ۱) $\frac{1}{5}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{2}{5}$ ۴) ۳

پاسخ: ()

۳۲۹- با فرض $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{9x+6}{1-x}$ باشند، مقدار $(g^{-1} \circ f^{-1})(20)$ کدام است؟ (سراسری ۹۹)

- ۱) $\frac{2}{5}$ ۲) $\frac{2}{5}$ ۳) $\frac{2}{2}$ ۴) $\frac{2}{4}$

پاسخ: ()

۳۳۰- برای دو تابع f و g داریم: $x > 0$ ، $f(x) = x - \frac{6}{x}$ و $g(x) = -\frac{1}{4}f^{-1}(-2x + 6) + 4$. مقدار $g^{-1}(3)$

کدام است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

- ۱) ۱ ۲) $\frac{5}{2}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{7}{2}$

پاسخ: ()

○ نکته (۵) نحوه وارون کردن ضابطه ها:

(۱) بجای $f(x)$ متغیر y را قرار می دهیم.

(۲) x را تنها کنیم و بر حسب y بنویسیم.

(۳) جای x و y را عوض می کنیم.

۳۳۱- وارون توابع زیر را بیابید.

۱) $f(x) = 4x - 1 \rightarrow$

۲) $y = x^3 \rightarrow$

۳) $y = (x - 1)^3 + 2 \rightarrow$

۴) $y = \sqrt{x - 3} + 4 \rightarrow$

۵) $y = \frac{1}{x} \rightarrow$

○ نکته (۶) وارون تابع هموگرافیکی

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx + b}{cx - a}$$

۷) $y = \frac{5x+4}{2x+3} \rightarrow$

۶) $y = \frac{2x-3}{4x-5} \rightarrow$

۳۳۲- وارون تابع $f(x) = \frac{2x-1}{x-2}$ در چند نقطه خط $y = 3x$ را قطع می کند؟
 ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

پاسخ: ()



۳۳۳- قرینه خط به معادله $y = x$ نسبت به خط $3y - 2x = 4$ را نسبت به خط d می نامیم. عرض از مبدا خط d کدام است؟

(سراسری ۹۷)

۲(۴)

۱(۳)

-۱(۲)

-۲(۱)

پاسخ: ()

۳۳۴- ضابطه وارون تابع $f(x) = 2 - \sqrt{x-1}$ به کدام صورت است؟ (سراسری ۹۲)

$y = -x^2 + 4x - 5 ; x \leq 2(2)$

$y = x^2 - 4x + 5 ; x \leq 2(1)$

$y = -x^2 + 4x - 5 ; x \geq 1(4)$

$y = x^2 - 4x + 5 ; x \geq 1(3)$

پاسخ: ()

۳۳۵- ضابطه ی وارون تابع $y = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & x < 0 \end{cases}$ کدام است؟ (سراسری ۹۶)

$y = -x|x|(4)$

$y = x|x|(3)$

$y = x^2(2)$

$y = -x^2(1)$

پاسخ: ()

۳۳۶- قرینه نمودار تابع $y = 2 + \sqrt{x-1}$ نسبت به خط $y = x$ را رسم کرده و سپس نمودار را ۲ واحد در جهت مثبت محور x ها و ۳ واحد در جهت منفی محور y ها انتقال می دهیم و آن را $y = g(x)$ می نامیم. مقدار $g(4)$ کدام است؟

(سراسری ۱۴۰۰)

-۴(۴)

-۲(۳)

-۳(۲)

۳(۱)

پاسخ: ()



برای محاسبه وارون توابع درجه دو باید آن را مربع کامل کنید.

$$y = ax^2 + bx + c = a(x - x_S)^2 + y_S : \text{مربع کامل}$$

$$y = x^2 - 8x + 3, x > 4 \rightarrow$$

۳۳۷- ضابطه معکوس $f(x) = x^2 - 4x, x < 2$ کدام است؟

$$f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{x - 4} \quad (2) \quad f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{x + 4} \quad (1)$$

$$f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x - 4} \quad (4) \quad f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x + 4} \quad (3)$$

پاسخ: ()

۳۳۸- تابع $f(x) = x^2 - 6x + 3$ را با دامنه محدود شده $D_f = (-\infty, 0)$ در نظر بگیرید. وارون این تابع در کدام

گزینه آمده است؟

$$f^{-1}(x) = 3 + \sqrt{x + 6}; x > 3 \quad (2) \quad f^{-1}(x) = 3 + \sqrt{x + 6}; x < 3 \quad (1)$$

$$f^{-1}(x) = 3 - \sqrt{x + 6}; x > 3 \quad (4) \quad f^{-1}(x) = 3 - \sqrt{x + 6}; x < 3 \quad (3)$$

پاسخ: ()



○ نکته (۷) خنثی سازی

$$f(f^{-1}(\text{☁})) = \text{☁}$$

$$f^{-1}(f(\text{☁})) = \text{☁}$$

۳۳۹- اگر $f(x) = x^2 - 2x - 3; x \geq 1$ باشد، نمودار های دو تابع f^{-1} و $g(x) = \frac{x-9}{2}$ با کدام طول، متقاطع هستند؟ (سراسری ۹۸)

۲۱(۴)

۱۸(۳)

۱۵(۲)

۱۲(۱)

پاسخ: ()

۳۴۰- تابع f با ضابطه $f(x) = x - \frac{2}{x}$ در دامنه $D_f = (-\infty, 0)$ را در نظر بگیرید. نمودار تابع f^{-1} نیمساز ناحیه چهارم را با کدام طول، قطع می کند؟ (سراسری ۹۹)

۲(۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

۱(۲)

$\frac{3}{4}$ (۱)

پاسخ: ()

۳۴۱- تابع f با ضابطه $f(x) = x - \frac{1}{2x}$ بر دامنه $D_f = (0, +\infty)$ مفروض است. نمودار تابع f^{-1} نیمساز ناحیه دوم را با کدام طول، قطع می کند؟ (سراسری ۹۹)

$-\frac{1}{2}$ (۴)

-۱(۳)

$-\frac{3}{4}$ (۲)

$-\frac{3}{2}$ (۱)

پاسخ: ()



۳۴۲- دو تابع $f = \{(5,2), (7,3), (1,4), (3,6), (9,1)\}$ و $g(x) = \sqrt{5x+9}$ مفروض اند. اگر $(g^{-1} \circ f^{-1})(a) = 8$ باشد، کدام است؟ (سراسری ۹۶ خارج)

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۷

پاسخ: ()

۳۴۳- اگر f تابعی وارون پذیر و ترکیب دو تابع f و g امکان پذیر باشد، و داشته باشیم: $f^{-1}(5x+1) = g(x+2)$ آنگاه مقدار $(f \circ g)(3)$ کدام گزینه است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

پاسخ: ()

○ نکته (۸) برای پیدا کردن محل برخورد یک تابع با وارونش کافی است آن تابع را برابر x قرار دهیم یعنی $f(x) = x$ (صعودی) در غیر اینصورت $f(x) = f^{-1}(x)$

محل برخورد f و f^{-1} و $f(x) = x \leftarrow f^{-1}$ (اکیداً صعودی راحت) و $f(x) = f^{-1}(x)$ (در غیر اینصورت سخت)

۳۴۴- فاصله محل برخورد تابع $y = x^3 + x + 8$ با وارونش از مبدا کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) $4\sqrt{2}$

پاسخ: ()



۳۴۵- نمودار تابع $f(x) = \frac{x+4}{x-2}$ با دامنه ی $\mathbb{R} - \{2\}$ ، نمودار وارون خود را با کدام طول قطع می کند؟ (سراسری ۹۶)

۱, ۴ (۴)

۱, -۴ (۳)

-۱, ۴ (۲)

-۱, -۴ (۱)

پاسخ: ()

۳۴۶- فرض کنید M نقطه تلاقی منحنی $y = \sqrt{x+3} - 1$ با تابع وارون خود باشد. فاصله نقطه M از مبدا مختصات، کدام است؟ (سراسری ۱۴۰۰)

$2\sqrt{2}$ (۴)

۳ (۳)

$\sqrt{2}$ (۲)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)

پاسخ: ()

۳۴۷- نمودار منحنی $y = \sqrt{\sqrt{x}+3}$ را k واحد در راستای قائم چنان انتقال می دهیم، که منحنی جدید وارون تابع خود را در نقطه ای با عرض ۱ قطع کند. سپس منحنی حاصل را نسبت به محور x ها قرینه کرده و ۴ واحد در جهت افقی به سمت چپ انتقال می دهیم. کدام یک از نقاط زیر روی نمودار منحنی به دست آمده، قرار دارد؟ (سراسری ۱۴۰۰)

$(0, -\sqrt{5})$ (۴)

$(0, 1 - \sqrt{5})$ (۳)

$(-\sqrt{5}, 0)$ (۲)

$(1 - \sqrt{5}, 0)$ (۱)

پاسخ: ()

$$y = f \circ f^{-1}(x) = x \quad x \in R_f$$

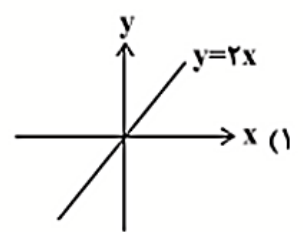
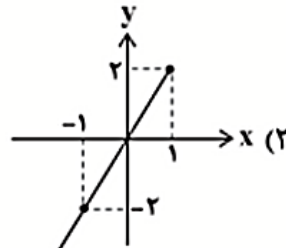
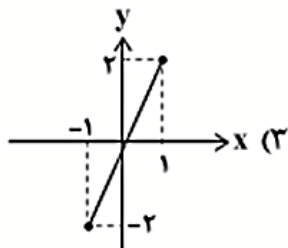
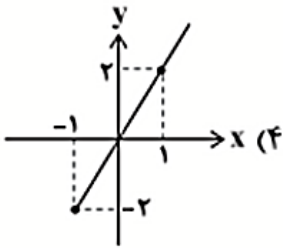
$$y = f^{-1} \circ f(x) = x \quad x \in D_f$$

هر جا $f \circ f^{-1}(x)$ یا $f^{-1} \circ f(x)$ دیدید به جای آن x قرار دهید.

۳۴۸- اگر $f(x) = \sqrt{x-1} + 2$ آنگاه تابع $y = f^{-1} \circ f(x)$ و $y = f \circ f^{-1}(x)$ را رسم کنید؟

۳۴۹- اگر $f(x) = -1 + \sqrt{1-x}$ باشد، نمودار تابع $g(x) = f^{-1} \circ f(x) + f \circ f^{-1}(x)$ کدام است؟

(قلمچی ۱۴۰۰)



تعدادی تمرین جون دار از وارون

۱- تابع $f = \{(a, 2), (-1, 4), (a^2 - 2, 2)\}$ وارون پذیر است. وارون آن کدام است؟
 (۱) $\{(2, 2), (-1, 4)\}$ (۲) $\{(2, 2), (4, -1)\}$

(۳) $\{(4, -1), (2, 1)\}$ (۴) $\{(4, -1), (-1, 2)\}$

۲- اگر $f(x) = \frac{5\sqrt{x+5}}{\sqrt{x+2}} + 6\sqrt{x}$ باشد، حاصل $f(\frac{1}{4}) \cdot f^{-1}(6)$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{2}{4}$

۳- تابع $f(x) = -x|x|$ وارون خود را در چند نقطه قطع می کند؟

(۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه

۴- تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + b & , x \leq 1 \\ -2\sqrt{x+3} & , x > 1 \end{cases}$ یک به یک است. کمترین مقدار $a + b$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲

۵- برای دو تابع f و g داریم: $f(x) = x - \frac{6}{x}, x > 0$ و $g(x) = -\frac{1}{2}f^{-1}(-2x + 6) + 4$. مقدار $g^{-1}(3)$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{7}{2}$

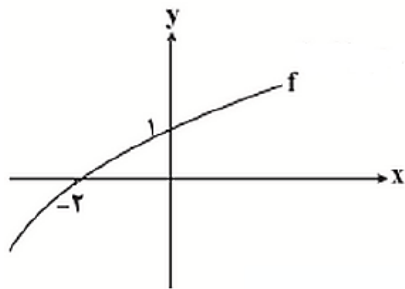
۶- ضابطه تابع وارون تابع $f(x) = \sqrt{x^3 - a}$ به صورت $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x^b - 4}$ است. مقدار $b - a$ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) -۴

۷- مجموع طول نقاط مشترک نمودار تابع $f(x) = k - \sqrt[3]{x - k}$ با نمودار تابع وارونش همواره کدام است؟

(۱) k (۲) $2k$ (۳) $3k$ (۴) $4k$

۸- اگر نمودار تابع $f(x)$ به صورت مقابل باشد، دامنه $y = \sqrt{\frac{-f^{-1}(x-1)}{x+1}}$ شامل چند عدد صحیح می باشد؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۹- اگر $f(x) = 3 - \sqrt{x-1}$ باشد، برد تابع $y = f^{-1} \circ f(x) + f^{-1}(x)$ کدام است؟

(۱) $[\frac{5}{2}, +\infty)$ (۲) $[\frac{15}{4}, 6]$ (۳) $[4, 6]$ (۴) $[1, \frac{15}{4}]$

۱۰- اگر $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$ و $g(x) = \frac{2}{\sqrt{4-x^2}}$ ، دامنه تابع $g \circ f^{-1}$ شامل چند عدد صحیح نیست؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۱- اگر f تابعی وارون پذیر و ترکیب دو تابع f و g امکان پذیر باشد، و داشته باشیم: $f^{-1}(5x + 1) = g(x + 2)$

آنگاه مقدار $(f \circ g)(3)$ کدام گزینه است؟

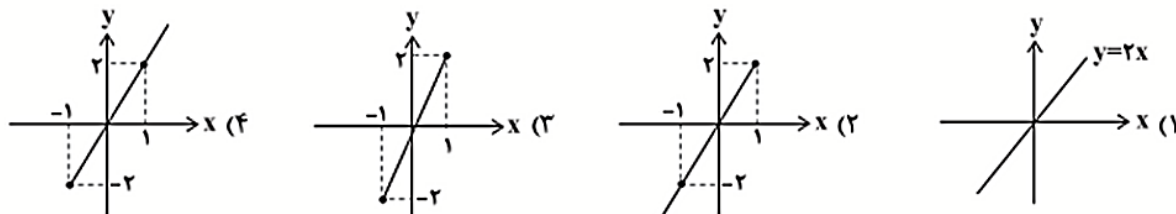
(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷



۱۲- اگر $f(x) = \sqrt{x}$ و $f = \{(-1, 4), (4, -2), (3, -3), (-2, -1)\}$ باشد، g تابع $f^{-1} + g^{-1}$ از چند زوج مرتب تشکیل شده است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳- اگر $f(x) = -1 + \sqrt{1-x}$ باشد، نمودار تابع $g(x) = f^{-1} \circ f(x) + f \circ f^{-1}(x)$ کدام است؟



۱۴- دامنه و برد تابع f به ترتیب بازه های $[-1, 1]$ و $[2, 4]$ هستند. اگر $g(x) = -f\left(\frac{1-2x}{3}\right) + 1$ ، اشتراک دامنه و برد تابع $g^{-1}(x)$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) بیشمار

۱۵- اگر $f(x) = \frac{x}{3-x}$ و $(g \circ f)(x) = 2x - 1$ باشد، حاصل $g(2) + g^{-1}(8)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) -۲

۱۶- اگر $g = \{(2, 1), (4, 3), (6, 5)\}$ و $f = \{(2, 4), (4, 8), (6, 0)\}$ و $h = \{(1, 2), (3, 4), (4, 1), (5, 1)\}$ داشته باشیم، تعداد اعضای برد تابع $\frac{h}{f \circ g^{-1}}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۱۷- اگر $g(2x - 1) = 2x^2$ و $f^{-1}(x - 1) = 2x + 1$ باشد، آنگاه حاصل $(g \circ f)(9)$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۱۸- اگر دامنه تابع f اعداد حقیقی مثبت باشد، و در رابطه $f(1 - 3x) - 2x^2 f(1) = 5x^2 - 6x + 2$ صدق کند، آنگاه $f^{-1}(4)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{3}$

۱۹- اگر $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$ و $g(x) = \frac{2}{\sqrt{4-x^2}}$ دامنه تابع $g \circ f^{-1}$ شامل چند عدد صحیح نیست؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۰- تابع وارون تابع $f(x) = x + 2\sqrt{x}$ را یک واحد به سمت راست منتقل می کنیم. نمودار تابع حاصل، نمودار تابع $f(x)$ را در نقطه ای با کدام عرض قطع می کند؟

- (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{9}{8}$ (۳) $\frac{1}{16}$ (۴) $\frac{9}{16}$

۲۱- برای تابع $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x$ ضابطه $f^{-1}(x) = a + \sqrt[m]{bx + C}$ به صورت بیان شده است. حاصل $a + b + m - C$ کدام است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶



۲۲- کدام تابع، یک به یک است؟

(۱) $f(x) = (x - 2)|x - 2|$ (۲) $f(x) = x - \sqrt{x}$

(۳) $f(x) = \frac{|x|}{|x|+1}$ (۴) $f(x) = \sqrt{1-x^2}$

۲۳- اگر $f = \{(0,2), (2,3), (3,1), (4,4)\}$ و $g = \{(2,1), (4,0), (3,3), (1,4)\}$ باشد، حاصل جمع عضوهای برد

تابع $\frac{f^{-1} \circ g^{-1}}{(f \circ g)^{-1}}$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۴

۲۴- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{\frac{bax}{1-bax}}$ نمودار وارونش را در نقطه $(2,1)$ قطع می کند، مقدار b کدام است؟ (قلمچی جامع ۱۴۰۰)

(۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{5}{8}$ (۳) $\frac{25}{32}$ (۴) $\frac{32}{25}$

۲۵- اگر $f(x) = \frac{x-1}{3}$ و $f^{-1}(x) = ax + b$ باشند، نمودار تابع $g(x) = bx^2 - (a+1)x + a$ در کدام یک

از بازه های زیر وارون پذیر نیست؟ (قلمچی جامع ۱۴۰۰)

(۱) $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ (۲) $(\frac{3}{2}, \frac{5}{2})$ (۳) $(\frac{5}{2}, \frac{7}{2})$ (۴) $(\frac{7}{2}, \frac{9}{2})$

۲۶- اگر $f(x) = \begin{cases} 2^x + 3 & x \leq 0 \\ \log_2(\frac{3 \cdot x + 4}{x}) & x > 0 \end{cases}$ فکاه حاصل $f^{-1}(\frac{3}{5}) + f^{-1}(\frac{5}{3})$ کدام است؟ (گزینه دو جامع ۱۴۰۰)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۲۷- اگر $f(x) = 2x + |x - 1|$ ، $x \in [0, 2]$ در کدام بازه نمودارهای دو تابع $(f \circ f^{-1})(x)$ و $(f^{-1} \circ f)(x)$ بر

هم منطبق هستند؟

(۱) $[0, 2]$ (۲) $[1, 5]$ (۳) $[1, 2]$ (۴) $[0, 1]$

۲۸- اگر وارون تابع $f(x) = x + 4\sqrt{x}$ ، $x \in [0, 2]$ به صورت $f^{-1}(x) = x + a + b\sqrt{x} + 4$ باشد، دو تایی

(a, b) کدام است؟

(۱) $(4, 5)$ (۲) $(8, -4)$ (۳) $(8, 4)$ (۴) $(-4, 8)$

۲۹- وارون بخشی از تابع $f(x) = (1-x)|x-5|$ که صعودی اکید است را به صورت $g(x) = a + b\sqrt{x+c}$ ؛ $x \in$

$[m, n]$ نوشته ایم. مقدار $a + b + c$ و بیشترین مقدار $n - m$ به ترتیب کدام است؟

(۱) ۲۰۶ (۲) ۴۰۶ (۳) ۲۰۸ (۴) ۴۰۸

۳۰- اگر $f(x) = \log_2 x$ ریشه معادله $(f \circ f^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f)(x) - 4 - x^2$ و کدام است؟

(۱) $1 + \sqrt{5}$ (۲) $3 + \sqrt{10}$ (۳) $2 - \sqrt{8}$ (۴) $1 - \sqrt{5}$

۳۱- اگر $f(x) = x^3 + x$ باشد، و نمودار تابع f را یک واحد به راست و ۸ واحد به سمت پایین انتقال دهیم تا تابع g

به دست آید، مقدار $g^{-1} \circ f(1)$ برابر کدام است؟

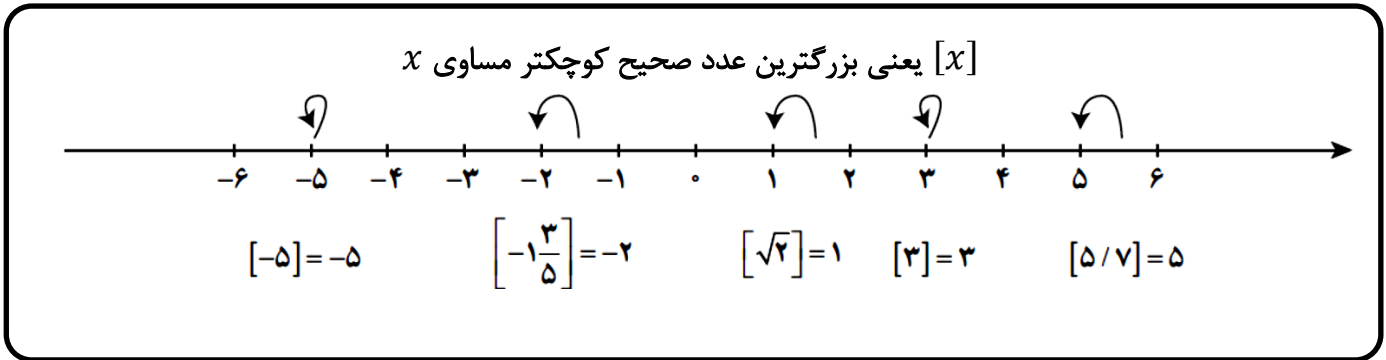
(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۲- وارون تابع $f(x) = x - 2\sqrt{x-2}$ در بازه ای که اکیداً نزولی است، به صورت $f^{-1}(x) = x + 2 +$

$a\sqrt{x-b}$ است، مقدار $a + b$ و دامنه f^{-1} به ترتیب کدام است؟

(۱) $(1, 2)$ ، ۳ (۲) $(1, +\infty)$ ، ۳ (۳) $(1, 2)$ ، -۱ (۴) $(1, +\infty)$ ، -۱

جزء صحیح



۳۵۰- حاصل عبارت های زیر را محاسبه کنید.

$[4/5] =$ $[3/7] =$ $[-4/5] =$ $[-0/5] =$

$[4] =$ $[-3/7] =$ $[\sqrt{2}] =$ $[-\sqrt{3}] =$

$[\sqrt{5}] =$ $[\sqrt[3]{20}] =$ $[-\pi] =$ $[\sin 40^\circ] =$

$[\sqrt{2} - 1] =$ $[(\sqrt{2} - 1)^5] =$

$[(\sqrt{2} - 2)^5] =$ $[(1 - \sqrt{3})^6] =$

عدد صحیح k

$$[x] = k \iff k \leq x < k + 1$$

۳۵۱- معادله های زیر را حل کنید.

$[x] = 1 \rightarrow$
$[x] = -2 \rightarrow$
$[x] = 3/5 \rightarrow$
$[2x] = 4 \rightarrow$
$[\frac{1}{x}] = 2 \rightarrow$



۳۴۸- اگر $2 = \left[\frac{2x+1}{3} \right]$ آن گاه حاصل $\left[\frac{1-x}{2} \right]$ کدام است؟

- (۱) فقط ۱- (۲) صفر یا ۱- (۳) ۱- یا ۲- (۴) فقط ۲-

پاسخ: ()

۳۴۹- اگر $1 = \left[\frac{1-x}{x} \right]$ آن گاه تعداد مقادیر ممکن برای عبارت $[-6x]$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

پاسخ: ()

۳۵۰- اگر $198 = (1 + \sqrt{2})^6 + (1 - \sqrt{2})^6$ ، جزء صحیح $(1 + \sqrt{2})^6$ کدام است؟

- (۱) ۱۹۵ (۲) ۱۹۶ (۳) ۱۹۷ (۴) ۱۹۸

پاسخ: ()



خواص جزء صحیح

○ نکته (۱) اگر $n \in \mathbb{Z}$ آنگاه $[x \pm n] = [x] \pm n$

مثال:

$$[3 - x] =$$

$$[x + 3] =$$

$$[3 + 2/5] =$$

$$[x + 4/5] =$$

○ نکته (۲) جزء صحیح چون صحیح است، از داخل جزء صحیح بیرون می آید. $[x \pm [y]] = [x] \pm [y]$

مثال:

$$[x + 3[x]] =$$

$$[x - [x]] =$$

$$[x + [x]] =$$

۳۵۱- معادله $[x + 2] + [x - 1] = 4$ چند ریشه دارد؟

۴) بیشمار

۲) ۳

۱) ۲

۱) صفر

پاسخ: ()

۳۵۲- اگر مجموعه جواب معادله $[x + [x - 3]] = 3$ بازه $[a, b)$ باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

۱۱) ۴

۱۲) ۳

۷) ۲

۴) ۱

پاسخ: ()

۳۵۳- اگر مجموعه جواب معادله $[x + \frac{1}{2}] + [x + \frac{3}{4}] = 3$ به صورت بازه $[a, b)$ باشد $b + a$ کدام است؟

۴) ۴

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

پاسخ: ()



۳۵۴- مجموعه جواب معادله $2[x]^2 - 5[x - 1] - 3 = 0$ کدام است؟

$(\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$ (۴)

$[1, 4]$ (۳)

$[2, 5]$ (۲)

$[2, 3]$ (۱)

پاسخ: ()

۳۵۵- اگر مجموعه جواب معادله $9 = [2x + [2x + [2x]]]$ به صورت بازه $[a, b)$ باشد $b + a$ کدام است؟

$3/5$ (۴)

3 (۳)

$2/5$ (۲)

2 (۱)

پاسخ: ()

۳۵۶- اگر مجموعه جواب معادله $2 = [x + \frac{1}{4}] - [x - \frac{3}{4}] + [x]$ به صورت بازه $[a, b)$ باشد $b + a$ کدام است؟

10 (۴)

8 (۳)

8 (۲)

7 (۱)

پاسخ: ()

نکته (۳) $0 \leq x - [x] < 1$

۳۵۷- اگر اجتماع برد دو تابع $y = 2x - [2x]$ و $y = 2x - 2[x]$ به صورت بازه $[a, b)$ باشد $b + a$ کدام است؟

4 (۴)

3 (۳)

2 (۲)

1 (۱)

پاسخ: ()



۳۵۸- برد تابع $y = \sqrt{1 + 4x - 8\left[\frac{x}{2}\right]}$ کدام است؟ (IQ)

(۴) $[1, 3]$

(۳) $(1, 3]$

(۲) $[1, 3)$

(۱) $(1, 3)$

پاسخ: ()

○ نکته (۴) $[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & ; x \in \mathbb{Z} \\ -1 & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$

۳۵۹- معادله $[x] + [-x] = 4$ چند ریشه دارد؟

(۴) بیشمار

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

پاسخ: ()

۳۶۰- اگر مجموعه جواب معادله $2[x] = 1 - [-x]$ به صورت $(a, b) \cup \{c\}$ باشد، $a + b + c$ کدام است؟

(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) ۳

پاسخ: ()

۳۶۱- مجموعه جواب معادله $[x] - [-x] = 5$ کدام است؟

(۴) $(2, 4)$

(۳) $[2, 4)$

(۲) $(2, 3)$

(۱) $[2, 3)$

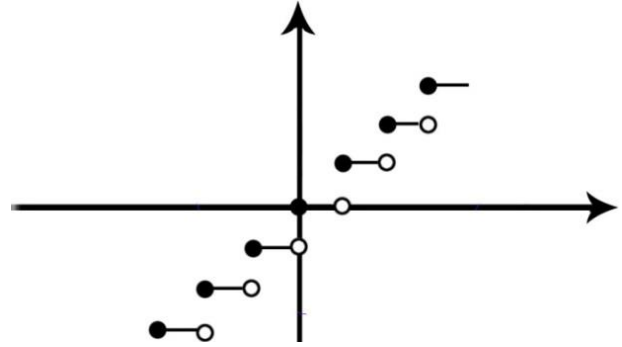
پاسخ: ()

رسم توابع شامل جز صحیح

$$y = [x]$$

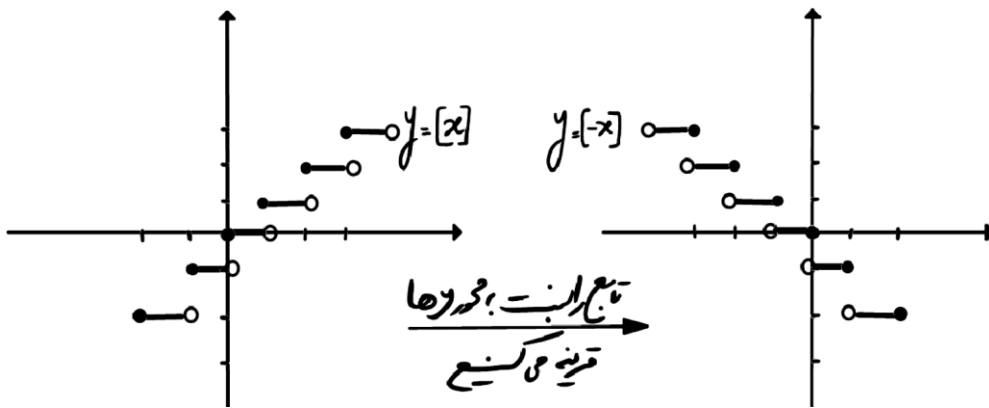
$$D = \mathbb{R} \quad R = \mathbb{Z}$$

طول پله و ارتفاع پله یک



رسم تک جز صحیح های درجه یک

۳۶۲- تابع $y = [-x]$ را رسم کنید.



$$y = A[ax + b] + B$$

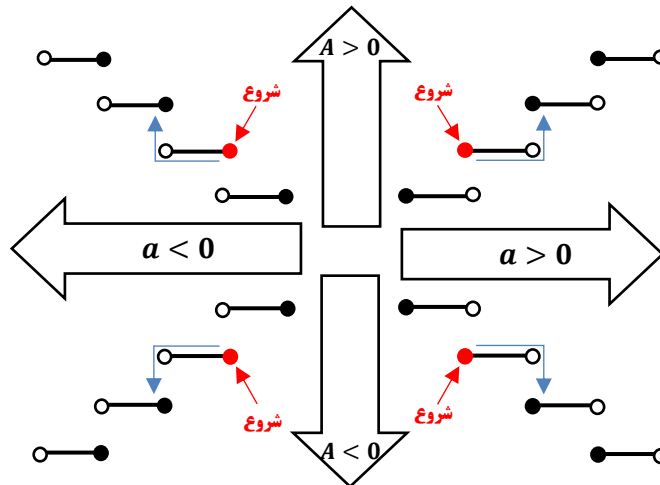
نقطه شروع ریشه درون جز صحیح است.

$$ax + b = \diamond \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

این x را درون تابع قرار می‌دهیم و y را محاسبه می‌کنیم، این نقطه شروع است.

طول پله برابر $\frac{1}{a}$ است و ارتفاع پله A است.

A ضریب پشت جز صحیح و a ضریب x





۳۶۳- تابع $y = 3\left[\frac{x}{3}\right] - 1$ را رسم کنید.

۳۶۴- تابع $y = 2[-2x + 1]$ را رسم کنید.

۳۶۵- تابع $y = -[-x + 2] + 1$ را رسم کنید.

۳۶۶- نمودار تابع با ضابطه $x \in [-2, 6]$ ، $y = 2\left[\frac{x}{2}\right] + 1$ از چند پاره خط مساوی هم، تشکیل شده است؟ (سراسری ۸۶)

۶(۴)

۵(۳)

۴(۲)

۳(۱)

پاسخ: ()

۳۶۷- مساحت محصور بین تابع $y = [2x]$ و محور x ها در بازه $\left[0, \frac{5}{3}\right]$ کدام است؟

$\frac{5}{2}$ (۴)

۲(۳)

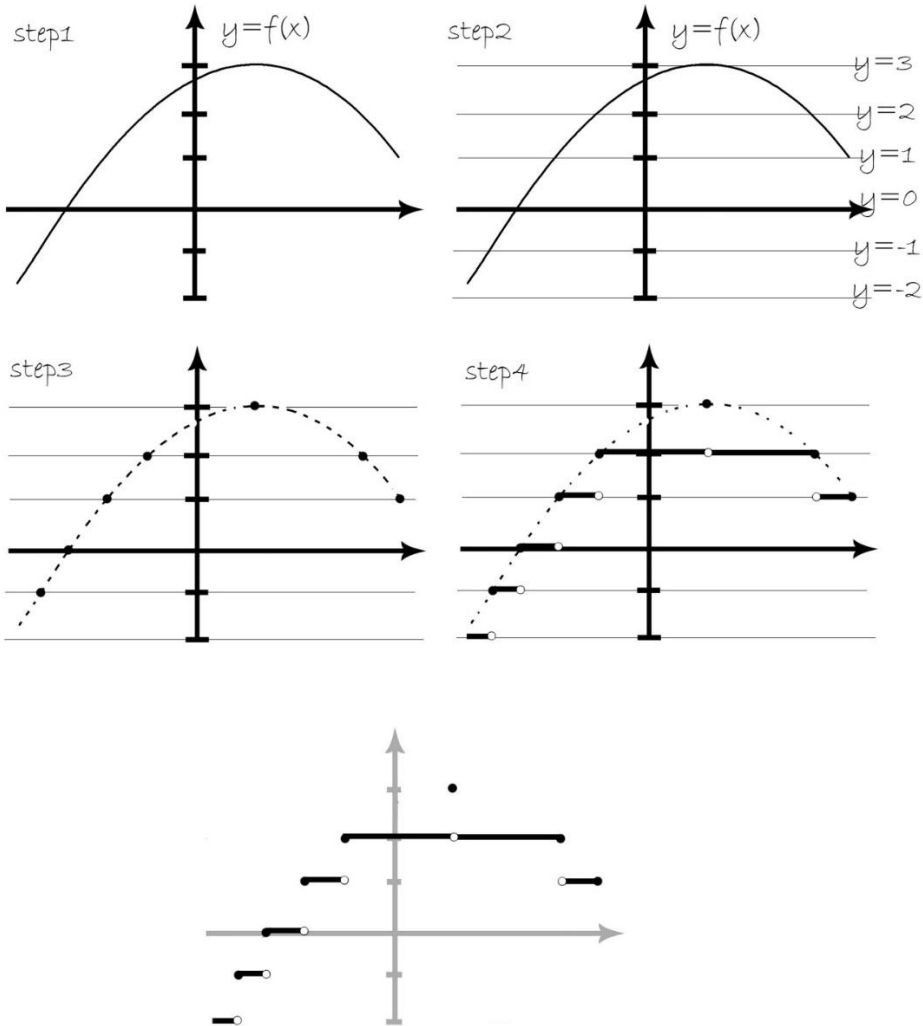
$\frac{2}{2}$ (۲)

۱(۱)

پاسخ: ()

رسم $y = [f(x)]$

- ۱- تابع $y = f(x)$ را رسم می کنیم یعنی ابتدا درون جزء صحیح را رسم می کنیم.
- ۲- سپس خطوط افقی صحیح را رسم می کنیم،
- ۳- سپس محل برخورد تابع با خطوط را پررنگ می کنیم
- ۴- هر چه از منحنی بین دو خط متوالی قرار دارد را روی خط پایینی تصویر می کنیم.



۳۶۸- تابع $y = [\sqrt{x}]$ را رسم کنید.



۳۶۹- شکل منحنی $y = [\sin x]$ و $y = [-x^2]$ را رسم کنید.

--	--

۳۷۰- نمودار تابع $y = [x^2]$ در فاصله ی $(-2, 2)$ از چند پاره خط ساخته شده است؟

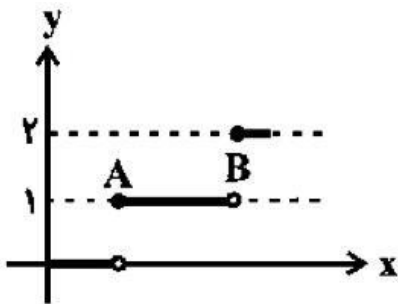
۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: ()



۳۷۱- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = [\sqrt{x}]$ است. طول پاره خط AB کدام است؟

۳ (۲)

۲ (۱)

۵ (۴)

۴ (۳)

پاسخ: ()

۳۷۲- نمودار تابع با ضابطه ی $f(x) = [x^2 + 2x]$ در بازه ی $[-1, 1]$ شامل چند پاره خط است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: ()



رسم به روش بازه بندی

۳۷۳- تابع $y = x - [x]$ را در بازه $1 \leq x < 2$ رسم کنید.

۳۷۴- تابع $y = x[x]$ را در بازه $1 \leq x < 2$ رسم کنید.

۳۷۵- تابع $y = x[2x]$ را در بازه $1 \leq x < 2$ رسم کنید.

۳۷۶- تابع $f(x) = 2x - [x]$ در بازه $x \in [0, 2)$ از n پاره خط یکسان با طول l تشکیل شده است، دو تایی (n, l) به کدام صورت است؟

(۴) $(1, \sqrt{5})$

(۳) $(1, 3)$

(۲) $(2, \sqrt{5})$

(۱) $(2, \sqrt{2})$

پاسخ: ()

۳۷۷- کدام خط نمودار تابع $f(x) = x + [x]$ با دامنه $(-1, 2)$ را قطع می کند؟

(۴) $y = -\frac{1}{2}$

(۳) $y = \frac{2}{3}$

(۲) $y = -1$

(۱) $y = \frac{5}{2}$

پاسخ: ()

تعدادی تمرین جون دار از جز صحیح

۱- برد تابع $f(x) = [2x]x - 1$ با دامنه $[-1, 1]$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $[-\frac{1}{2}, 1] - \{0\}$ (۲) $[-1, 0]$ (۳) $[-1, \frac{1}{2}] - \{0\}$ (۴) $[-1, 1] - \{0\}$

۲- اگر مجموعه جواب معادله $5 = [2x - \frac{3}{4}] + [2x + \frac{3}{4}]$ بازه $[a, b]$ باشد، مقدار $b - a$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{3}{2}$

۳- اگر $f(x) = x - [x]$ و $g(x) = x + [x]$ ، آن گاه برد تابع $g \circ f$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $[0, +\infty)$ (۲) R (۳) $[0, 1]$ (۴) $(0, 1)$

۴- مجموع جواب های معادله $x - 3 = [x^2] - 3[x]$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) جواب ندارد. (۳) ۳ (۴) -۲

۵- اگر $a = \frac{3}{2}$ آنگاه حاصل $[a + 2[a + [a]]]$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۳ (۳) ۱۵ (۴) ۱۴

۶- اگر x عددی غیر صحیح باشد، حاصل $[2 - x^2] + [x^2 - 1]$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) فقط صفر (۲) فقط ۱ (۳) صفر یا ۱ (۴) صفر یا -۱

۷- معادله $[2x] = 3x$ چند جواب دارد؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) بدون جواب

۸- دامنه تابع $f(x) = \frac{x-1}{[x-1]}$ کدام است؟ ([]، علامت جزء صحیح است.)

- (۱) $(1, 2]$ (۲) $R - (1, 2]$ (۳) $(1, 2)$ (۴) $R - [1, 2)$

۹- اگر $f(x) = x - [x]$ و $g(x) = [x] + [-x]$ باشد، ضابطه $(f \times g)(x)$ کدام است؟ (سنجش ۱۴۰۰)

- (۱) $[x] - x$ (۲) $x^2 - [-x]$ (۳) $x - [x]$ (۴) $x^2 + [-x]$

۱۰- برد تابع $f(x) = x + \frac{2x^2}{[-x]}$ با دامنه $(0, 2)$ کدام است؟ (قلمچی جامع ۱۴۰۰)

- (۱) $[-2, -\frac{1}{8}]$ (۲) $[-1, \frac{1}{4}]$ (۳) $[-2, 0]$ (۴) $[-1, 0]$

۱۱- کدام گزینه درباره ریشه های معادله $\frac{3x}{5} = [\frac{3x}{4}]$ صحیح است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) سه ریشه دارد، مجموع آنها برابر ۱۰ است. (۲) سه ریشه دارد، مجموع آنها برابر ۱۲ است. (۳) چهار ریشه دارد، مجموع آنها برابر ۱۰ است. (۴) چهار ریشه دارد، مجموع آنها برابر ۱۲ است.



تساوی دو تابع

دو تابع $y = f(x)$ و $y = g(x)$ با هم مساویند اگر دامنه و ضابطه ی دو تابع با هم برابر باشند. یعنی دو تابع از نظر نموداری به طور کامل بر هم منطبق باشند.

توجه: برای محاسبه دامنه قبل از ساده کردن دامنه را محاسبه کنید.

۳۷۸- کدام توابع با هم برابرند؟

$$(۱) f(x) = x, g(x) = \sqrt{x^2}$$

$$(۲) f(x) = \sqrt{1-x^2}, g(x) = \sqrt{1-x}\sqrt{1+x}$$

$$(۳) f(x) = \log(x^2 - 1), g(x) = \log(x+1) + \log(x-1)$$

$$(۴) f(x) = \sqrt{x(x-2)}, g(x) = \sqrt{x} \times \sqrt{x-2}$$

پاسخ: ()

۳۷۹- دو تابع $f(x) = \frac{b}{x+3}$ و $g(x) = \frac{x-a}{x^2+cx+d}$ برابرند. حاصل $\frac{abc}{d}$ کدام است؟ (قلمچی)

۲(۴)

۱(۳)

-۲(۲)

-۱(۱)

پاسخ: ()



۳۸۰- اگر دو تابع $f(x) = \frac{ax+2}{x^2-mx+n}$ و $g(x) = \frac{x-b}{2x^2-3x-5}$ مساوی باشند، حاصل $am - bn$ کدام است؟ (قلمچی)

(۱۴۰۰)

$\frac{23}{2}$ (۴)

$-\frac{37}{4}$ (۳)

$\frac{17}{2}$ (۲)

$-\frac{29}{4}$ (۱)

پاسخ: ()

۳۸۱- در کدام گزینه دو تابع داده شده با هم برابرند؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

(۱) $f(x) = \sqrt{4x^2 + 20x + 25}$ و $g(x) = 2x + 5$

(۲) $f(x) = \sqrt{x|x|}$ و $g(x) = x$

(۳) $f(x) = \frac{(x+1)(x+2)+x+4}{x^2+5x+7}$ و $g(x) = 1$

(۴) $f(x) = \frac{x^2-5x+6}{x-2}$ و $g(x) = x + 3$

پاسخ: ()



برد تابع

روش اول: رسم تابع

۳۸۲- برد تابع $y = |\sqrt{x} - 1|$ کدام است؟

- (۱) $[-1, +\infty)$ (۲) $[0, +\infty)$
(۳) \mathbb{R} (۴) $[1, +\infty)$

پاسخ: ()

۳۸۳- برد تابع قطعه ای $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ x - 2 & x \geq 0 \end{cases}$ به صورت بازه $[a, +\infty)$ است. خط $y = -a$ نمودار $f(x)$ را با

کدام طول مثبت قطع می کند؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) ۴

پاسخ: ()

روش دوم: برد سهمی ها

۳۸۴- برد تابع $y = -x^2 + 6x + 2$ کدام است؟

- (۱) $[3, +\infty)$ (۲) $[11, +\infty)$
(۳) $(-\infty, 3]$ (۴) $(-\infty, 11]$

پاسخ: ()



۳۸۵- برد تابع $y = x^2 - 4x + 1$ با دامنه $\mathbb{R} - \{2\}$ کدام است؟

(۲) $(-3, +\infty)$

(۱) $[-3, +\infty)$

(۴) $(-\infty, -3)$

(۳) $(-\infty, -3]$

پاسخ: ()

روش سوم: هموگرافیکی

۳۸۶- برد تابع $y = \frac{4x-1}{2x+1}$ شامل کدام عدد نیست؟

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) $-\frac{1}{2}$

(۲) ۲

(۱) -۲

پاسخ: ()

روش چهارم: ساخت تابع

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \quad -1 \leq \cos x \leq 1 \quad |x| \geq 0 \quad (x)^2 \geq 0 \quad \sqrt{x} \geq 0$$

۳۸۷- برد تابع $y = \sqrt{4-3x}$ و $y = \sqrt{7-2x} + 3$ و $y = -\sqrt{2-x} + 4$ را بیابید.

پاسخ: ()



۳۸۸- برد تابع $y = 4\sin x + 1$ شامل چند عدد صحیح است؟

(۴) ۱۰

(۳) ۹

(۲) ۸

(۱) ۷

پاسخ: ()

۳۸۹- اگر دامنه تابع $f(x) = |x|$ بازه $[-3, 2]$ باشد برد آن کدام است؟

(۴) $[0, 5]$

(۳) $[0, 2]$

(۲) $[2, 3]$

(۱) $[0, 3]$

پاسخ: ()

۳۹۰- اگر دامنه تابع $f(x) = |2x - 1| + 1$ بازه $[-1, 3]$ باشد برد آن کدام است؟

(۴) $[0, 1]$

(۳) $[4, 6]$

(۲) $[1, 6]$

(۱) $[0, 6]$

پاسخ: ()

۳۹۱- اگر دامنه و برد تابع $y = a + 1 - \sqrt{2x + 3}$ به ترتیب بازه های $[b, +\infty)$ و $(-\infty, 5]$ باشد، حاصل ab کدام

است؟ (قلمچی ۱۴۰۰)

(۴) ۱۲

(۳) ۶

(۲) -۱۲

(۱) -۶

پاسخ: ()



۳۹۲- برد تابع $y = -\frac{2}{-1-x^2}$ کدام است؟ (کتاب IQ)

- (۱) $(0, 1]$ (۲) $(0, 2]$ (۳) $[-1, 0)$ (۴) $(-2, -1]$

پاسخ: ()

۳۹۳- برد تابع $y = \sqrt{-x^2 + 4x + 1}$ شامل چند عدد طبیعی است؟ (کتاب IQ)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

پاسخ: ()

۳۹۴- برد تابع $f(x) = \begin{cases} 3x - 3 & x > 2 \\ x + 2 & x < -2 \end{cases}$ به صورت $\mathbb{R} - [a, b]$ است. مقدار $a + b$ کدام است؟ (نشر الگو)

- (۱) ۱ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{5}{2}$

پاسخ: ()

۳۵۳- اگر دامنه تابع وارون تابع $f(x) = 2K - \sqrt{x-2}$ به صورت $(-\infty, 3]$ باشد، حاصل $f^{-1}(1) + f(3)$ کدام

است؟ (سنجش ۱۴۰۰)

- (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۹

پاسخ:

تعدادی تمرین جون دار از تساوی و برد

۱- اگر دو تابع $f(x) = \frac{2a}{x+b}$ و $g(x) = \frac{2x+c}{x^2-4x+d}$ با هم مساوی باشند، آنگاه حاصل $\frac{cd}{ab}$ کدام است؟
 (۱) -۸ (۲) -۴ (۳) ۴ (۴) ۸

۲- اگر دو تابع $f(x) = \frac{ax+2}{x^2-mx+n}$ و $g(x) = \frac{x-b}{2x^2-3x-5}$ مساوی باشند، حاصل $am - bn$ کدام است؟
 (۱) $-\frac{29}{4}$ (۲) $\frac{17}{2}$ (۳) $-\frac{37}{4}$ (۴) $\frac{23}{2}$

۳- در کدام گزینه دو تابع داده شده با هم برابرند؟

(۱) $g(x) = 2x + 5$ و $f(x) = \sqrt{4x^2 + 20x + 25}$

(۲) $g(x) = x$ و $f(x) = \sqrt{x|x|}$

(۳) $g(x) = 1$ و $f(x) = \frac{(x+1)(x+3)+x+4}{x^2+5x+7}$

(۴) $g(x) = x + 3$ و $f(x) = \frac{x^2-5x+6}{x-2}$

۴- برد تابع $f(x) = 2(x-2)^2 + 4x - 3$ کدام است؟ (سنجش ۱۴۰۰)

(۴) $[0, +\infty)$

(۳) $[3, +\infty)$

(۲) $[1, +\infty)$

(۱) $[2, +\infty)$

۵- برد تابع $f(x) = \frac{1-x}{\sqrt{\frac{x-1}{5-x}}}$ بازه $[a - 1, 2 - b]$ است. مقدار $a + b$ کدام است؟

(۴) -۱

(۳) -۱

(۲) ۲

(۱) ۱