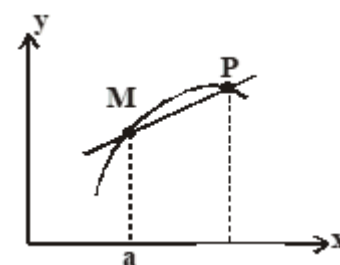


۱) شکل زیر بخشی از نمودار تابع $y = f(x)$ را نشان می‌دهد. حد شیب وتر MP، وقتی $h \rightarrow 0$ ، کدام است؟



(۲) $\frac{2}{3}f'(a)$

(۴) $3f'(a)$

(۱) $f'(a)$

(۳) $\frac{1}{3}f'(a)$

۲) خط $y - 4x - 3 = 0$ بر نمودار تابع مشتق‌پذیر f در نقطه‌ای به طول $x = 1$ مماس است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f^2(x) - 11f(x) - 21}{2(x-1)}$ کدام است؟

(۲) ۳۴

(۴) ۶۸

(۱) ۱۷

(۳) ۵۱

۳) اگر مقدار مشتق و مقدار تابع $f(x)$ در نقطه $x = 1$ ، به ترتیب برابر ۳ و (-2) باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - f^2(1)}{x-1}$ کدام است؟

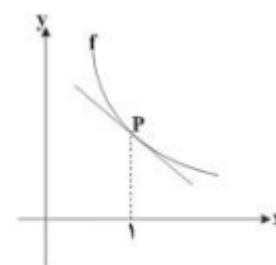
(۴) ۱۲

(۳) -۱۲

(۲) ۶

(۱) -۶

۴) شکل زیر قسمتی از نمودار تابع f است. اگر داشته باشیم: $f(1) = 2$ و $f'(1) = -\frac{3}{4}$ ، آنگاه خط مماس بر تابع f در نقطه P ، محورهای x را با چه طولی قطع می‌کند؟



(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{5}{2}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۴) $\frac{1}{5}$

۵) خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = x\sqrt{x+4}$ در نقطه $x = 0$ ، از کدام نقطه عبور می‌کند؟

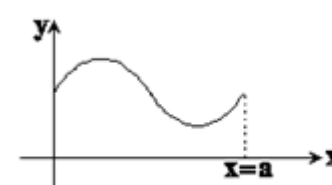
(۴) $(-\frac{1}{4}, -1)$

(۳) $(\frac{1}{4}, -1)$

(۲) $(-\frac{1}{4}, 1)$

(۱) $(\frac{1}{4}, 2)$

۶) در شکل مقابل با افزایش مقادیر x از $x = 0$ تا $x = a$ ، مقدار مشتق تابع چگونه تغییر می‌کند؟



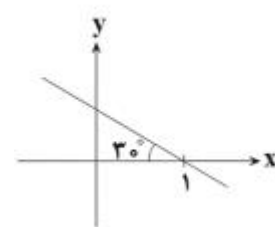
(۱) افزایش - کاهش

(۲) افزایش - کاهش - افزایش

(۳) کاهش - افزایش

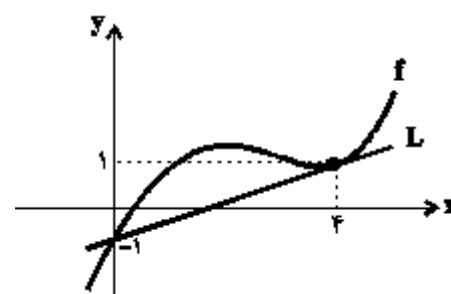
(۴) کاهش - افزایش - کاهش

۷) اگر نمودار تابع $f(x)$ مطابق شکل زیر باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(1) - f(x)}{x - 1}$ کدام است؟



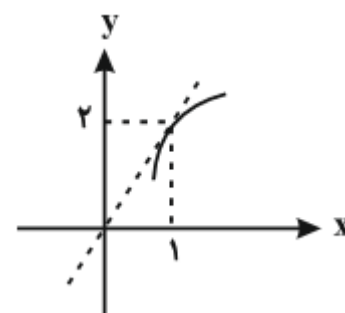
- (۱) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
 (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 (۳) $-\sqrt{3}$
 (۴) صفر

۸) مطابق شکل، خط L در نقطه $x = 4$ بر نمودار تابع f مماس است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4f(x)}{1 - (f(x))^2}$ کدام است؟



- (۱) ۱
 (۲) $\frac{1}{2}$
 (۳) -۱
 (۴) $-\frac{1}{2}$

۹) اگر شکل زیر قسمتی از تابع $f(x)$ باشد، $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - 4}{x^2 - 1}$ کدام است؟



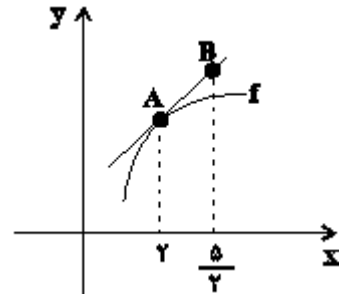
- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۴
 (۴) ۸

۱۰) اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{h} = 2\sqrt{x}$ ، آنگاه $f'(4)$ کدام است؟

- (۲) $\frac{4}{3}$
 (۴) ۲

- (۱) $\frac{2}{3}$
 (۳) ۴

۱۱) برای تابع f در شکل زیر داریم: $f(2) = 6$ و $f'(2) = \frac{2}{3}$. عرض نقطه B کدام است؟



(۲) $\frac{19}{3}$
(۴) $\frac{19}{6}$

(۱) $\frac{11}{6}$
(۳) $\frac{27}{4}$

۱۲) کدام گزینه در مورد تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ \sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$ صحیح نیست؟

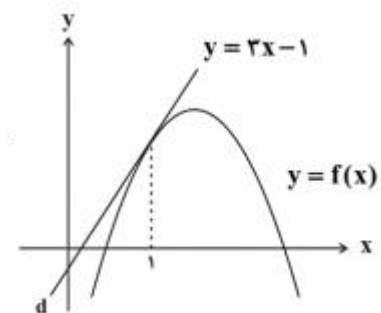
(۴) $f'(-1) + f'(2) < 0$

(۳) $f'(-1) > f'(-2)$

(۲) $f'(-1) = -f'(1)$

(۱) $f'(-1) < 0$

۱۳) خط d در نقطه $x = 1$ بر نمودار تابع f مماس است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(f(x))^3 - f(x)}{x-1}$ کدام است؟



(۱) ۲۴

(۲) ۱۲

(۳) ۴۸

(۴) ۳۶

۱۴) عرض از مبدأ خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = (x-2)\sqrt{x^2+5}$ در نقطه $x = 2$ واقع بر آن کدام است؟

(۴) -۶

(۳) -۵

(۲) -۲

(۱) -۱

۱۵) مشتق راست تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - \sqrt{2}x^2 - 1}$ در $x = 1$ کدام است؟

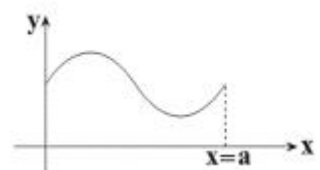
(۴) $\sqrt{2}$

(۳) -۲

(۲) ۲

(۱) $-\sqrt{2}$

۱۶) در شکل مقابل با افزایش مقادیر x از $x = 0$ تا $x = a$ ، مقدار مشتق تابع چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) افزایش - کاهش

(۲) افزایش - کاهش - افزایش

(۳) کاهش - افزایش

(۴) کاهش - افزایش - کاهش

۱۷) تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ در \mathbb{R} مشتق‌پذیر از مرتبه دوم و به ازای هر عدد حقیقی x ، $g(x) = f(4-x^2)$ است. اگر $f'(1) = -5$ و $f''(1) = -1$ باشد، مقدار $g''(\sqrt{3})$ کدام است؟

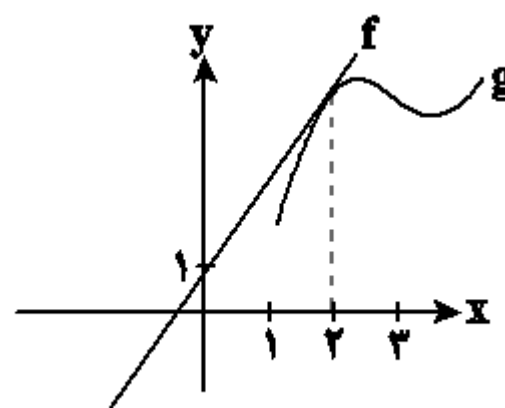
(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) -۲

(۱) -۳

۱۸) در شکل زیر اگر داشته باشیم: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(2x) - f(2)}{x-1} = 4$ ، آنگاه حاصل $f(1) + g'(2)$ چقدر است؟



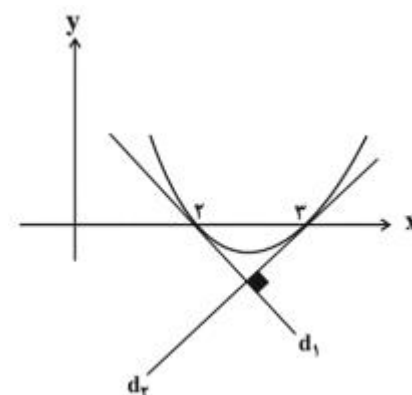
۴ (۱)

۵ (۲)

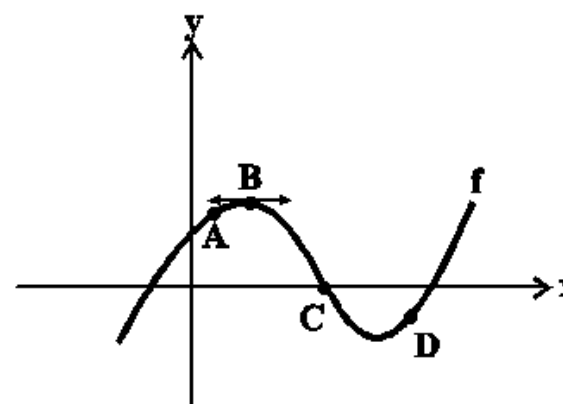
۶ (۳)

۷ (۴)

۱۹) در شکل زیر، خطوط عمود بر هم d_1 و d_2 در $x=2$ و $x=3$ مماس روی محور x ها بر نمودار تابع f هستند. اگر $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{f(x)} = 3$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x^3-8}$ کدام است؟

 $-\frac{1}{36}$ (۱) $-\frac{1}{8}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{16}$ (۴)

۲۰) نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. در کدام نقطه حاصل $f' \cdot f$ کمتر از صفر است؟



A (۱)

B (۲)

C (۳)

D (۴)

۲۱) در تابع $y = f(x)$ ، با افزایش x از ۲ به $2+h$ مقدار تابع به اندازه $h^2 - 3h$ زیاد می‌شود. شیب خط مماس بر منحنی $y = f(x)$ در $x = 2$ کدام است؟

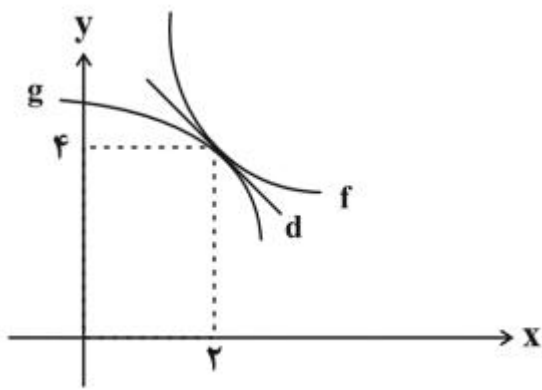
۱ (۴)

۲ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۲۲) خط d در نقطه $x = 2$ بر نمودار تابع‌های f و g مماس است. اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)-4}{2h} = -3$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(2-h)-4}{3h}$ کدام است؟



- (۱) -۲
(۲) ۲
(۳) ۶
(۴) -۶

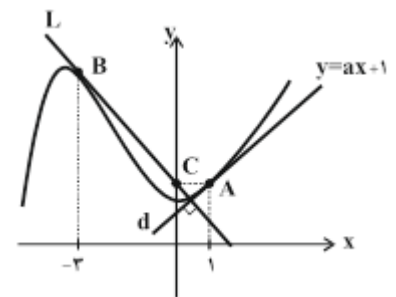
۲۳) اگر $f(x) = mx[3x] - 2$ و $f'(\frac{x}{3}) = 2m + 1$ باشد، مقدار m کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) -۲

۲۴) توابع $f(x) = [x] + [-x]$ و $g(x) = x - [x]$ مفروض هستند. کدام گزینه راجع به تابع $y = (f \cdot g)(x)$ در نقاط با طول صحیح درست بیان شده است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

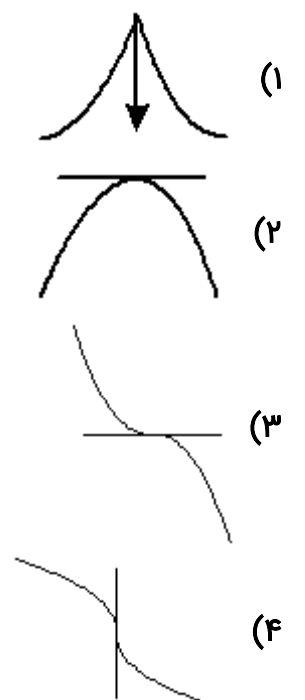
- (۱) از راست مشتق‌پذیر است.
(۲) پیوستگی راست دارد ولی مشتق راست ندارد.
(۳) از چپ پیوسته است.
(۴) از چپ و راست ناپیوسته است.

۲۵) نمودار تابع f و خطوط مماس بر آن در $x = -3$ و $x = 1$ رسم شده است. حاصل $f'(-3) \times f(-3)$ کدام است؟؟ $(f'(1) = 3)$



- (۱) $-\frac{1}{4}$
(۲) $-\frac{1}{5}$
(۳) -۱
(۴) $-\frac{1}{5}$

۲۶) نمودار تابع $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x}}{x-1}$ در حوالی $x = 0$ چگونه است؟



۲۷) تابع $f(x) = x + a\sqrt{x} + 2$ مفروض است. اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-f(1)}{x^2-1} = 6$ باشد، مقدار a برابر کدام است؟

- (۱) ۲۲
(۲) ۲۰
(۳) ۱۸
(۴) ۱۰

(۲۸) اگر $f(x) = x|x - 1|$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-h^2) - f(1)}{h^2}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) $\frac{1}{2}$

(۲۹) اگر $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \frac{4}{27}$ باشد، در این صورت مشتق تابع $y = f\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)$ در $x = \frac{1}{27}$ چه قدر است؟

- (۱) $\frac{1}{27}$ (۲) $-\frac{4}{27}$ (۳) -۴ (۴) $-\frac{1}{4}$

(۳۰) تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 1, & -2 \leq x < 0 \\ \sqrt[3]{x-1}, & 0 \leq x < 2 \\ [x] - 1, & 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$ در دامنه خود در کدام نقاط مشتق‌ناپذیر است؟

- (۱) $\{-1, 0, 1, 2\}$ (۲) $\{0, \frac{1}{2}, 2, 3, 4\}$ (۳) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ (۴) $\{1, \frac{1}{2}, 2, 3\}$

(۳۱) مشتق مرتبه دوم تابع $f(x) = (2x - 1)^2 \sqrt{x + \frac{1}{2}}$ در $x = \frac{1}{2}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

(۳۲) تابع با ضابطه $f(x) = \frac{|x^3 - 2x|}{x}$ ، در چند نقطه مشتق‌ناپذیر است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

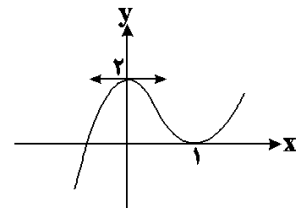
(۳۳) خط مماس بر تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{2 - 2x}$ در دو نقطه، موازی محور x ‌هاست. طول این نقاط کدام است؟

- (۱) -۳ و ۱ (۲) ۲ و -۱ (۳) -۲ و ۱ (۴) ۳ و -۱

(۳۴) کدام تابع در $x = -۱$ خط مماس دارد اما مشتق ندارد؟

- (۱) $y = \sqrt{x+1}$ (۲) $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x+1}}$ (۳) $y = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ (۴) $y = \sqrt[3]{x+1}$

(۳۵) شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ می‌باشد، مقدار a کدام است؟

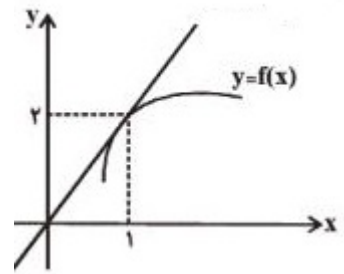


- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(۳۶) تعریف مشتق تابع f در $x = 1$ به صورت $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x-1}}{x-1}$ درآمده است. کدام نتیجه‌گیری الزاماً درست است؟

- (۱) f در $x = 1$ مشتق پذیر است.
(۲) خط مماس بر f در $x = 1$ موازی محور x ‌ها است.
(۳) خط مماس بر f در $x = 1$ موازی محور y ‌ها است.
(۴) خط مماس بر f در $x = 1$ وجود ندارد.

(۳۷) قسمتی از نمودار $y = f(x)$ به صورت شکل زیر است. $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(f(x))^3 - 8}{x - 1}$ کدام است؟



(۲) ۲۴

(۴) ۴۸

(۱) ۱۸

(۳) ۱۶

(۳۸) مشتق تابع $f(x) = x \sqrt[3]{\frac{x+1}{x+2}}$ در نقطه $x = -3$ ، کدام است؟

(۴) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۱) $\frac{2}{3}$

(۳۹) دامنه‌ی تابع مشتق $f(x) = \begin{cases} x + [x] & ; |x| < 1 \\ 2x^2 + |x| & ; |x| \geq 1 \end{cases}$ کدام است؟ ([]، علامت جز صحیح است.)

(۲) $D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$ (۴) $D_f = \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$ (۱) $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$ (۳) $D_f = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$

(۴۰) یکی از خطوط مماس بر نمودار تابع $f(x) = x^2 - \frac{2}{3}(x-1)^3$ بیشترین شیب را دارد. عرض از مبدأ این خط کدام است؟

(۴) $\frac{19}{13}$ (۳) $-\frac{17}{13}$ (۲) $\frac{17}{13}$ (۱) $-\frac{19}{13}$

(۴۱) اگر $f(x) = \frac{x}{5} - \frac{1}{5}|x|$ و $g(x) = 4x + |x|$ باشند، مشتق تابع fog، کدام است؟

(۴) مشتق ندارد.

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

(۴۲) هرگاه معادله‌ی خط مماس بر تابع f در نقطه‌ی A به طول $x = 1$ ، $y = 2x + 1$ باشد، معادله‌ی خط مماس بر تابع $\frac{1}{f}$ در نقطه‌ای به طول $x = 1$ روی آن کدام است؟

(۴) $2x - 3y = 1$ (۳) $9y + 2x = 5$ (۲) $3y + 2x = 3$ (۱) $9x - 2y = 1$

(۴۳) در تابع $f(x) = |6x - x^2|$ ، حاصل $f'(4) - f'(-6)$ کدام است؟

(۴) -۸

(۳) ۸

(۲) -۴

(۱) ۴

(۴۴) مساحت ناحیه محدود به خط مماس بر منحنی به معادله $y = \frac{2x-3}{\sqrt{x}}$ در نقطه $x = 1$ واقع بر آن و محورهای مختصات کدام است؟

(۲) ۲/۴۵

(۴) ۲/۵۵

(۱) ۲/۴

(۳) ۲/۵

(۴۵) اگر $f(x) = \frac{x^3 - x^2}{(x-1)^2}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(h-1) - f'(-1)}{h}$ کدام است؟

(۴) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{8}$ (۱) $\frac{1}{8}$

(۴۶) تابع $f(x) = \begin{cases} [x]x + b & ; x < -1 \\ a|x+1| - 1 & ; x \geq -1 \end{cases}$ در $x = -1$ مشتق‌پذیر است. حاصل $a - b$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

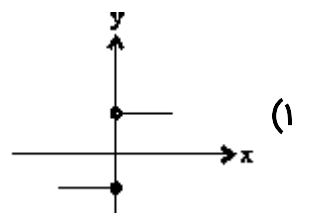
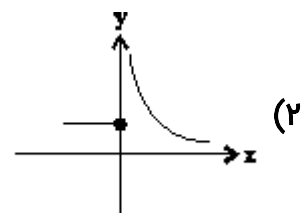
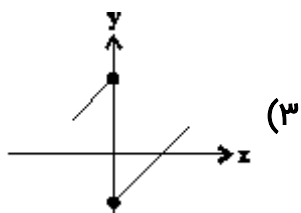
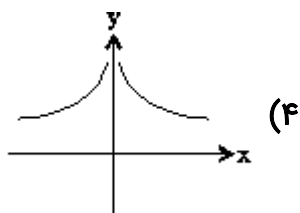
(۴) -۱

(۳) -۲

(۲) ۱

(۱) ۲

(۴۷) اگر تابع f در $x = 0$ گوشه‌ای باشد، نمودار f' کدام نمی‌تواند باشد؟



(۴۸) اگر خط به معادله $2y = 3x + 5k$ در نقطه $A(\alpha, \beta)$ واقع در ناحیه اول، بر منحنی به معادله $y = \sqrt{x^2 + x - 1}$ مماس باشد، مقدار k کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) -1 (۳) 5 (۴) $-\frac{1}{5}$

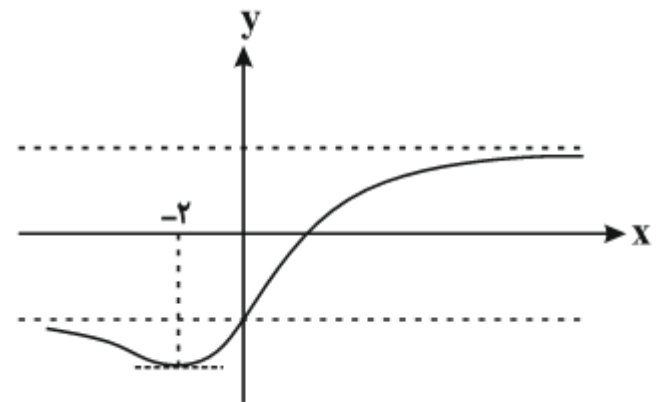
(۴۹) نمودارهای توابع $f(x) = \frac{x}{x+k}$ و f' ، هیچ نقطه مشترکی ندارند. k چند مقدار صحیح می‌تواند داشته باشد؟

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4

(۵۰) کدام گزینه در مورد تابع $f(x) = \begin{cases} |x-1|, & x > 0 \\ -x, & x \leq 0 \end{cases}$ صحیح است؟

- (۱) تابع در $x = 0$ مشتق‌پذیر است. (۲) تابع در فاصله $(-\infty, 0]$ مشتق‌پذیر است.
(۳) $f'_-(0) = f'_+(0) = -1$ است. (۴) تابع در فاصله $(0, +\infty)$ مشتق‌پذیر است.

(۵۱) شکل مقابل نمودار تابع $f(x) = \frac{ax-2}{\sqrt{x^2+b}}$ را نمایش می‌دهد. دوتایی مرتب (a, b) کدام است؟



- (۱) $(1, 4)$ (۲) $(-1, 4)$
(۳) $(2, 1)$ (۴) $(-2, 1)$

(۵۲) تعداد نقاط مشتق‌ناپذیر تابع $f(x) = |x[x] - 1|$ با فرض $x \in (-2, 2)$ کدام است؟

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4

(۵۳) اگر f تابعی مشتق‌پذیر و $f(\frac{x+1}{x-1}) = x^3$ باشد، آنگاه $f'(3)$ کدام است؟

- (۱) -6 (۲) 6
(۳) -2 (۴) 2

(۵۴) اگر $f(x) = \begin{cases} x^3 & |x| \geq 1 \\ 2x^2 - 1 & |x| < 1 \end{cases}$ ، آنگاه حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1-h) - f(1)}{2h}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) -2 (۴) $-\frac{1}{2}$

(۵۵) اگر f و g توابعی مشتق‌پذیر روی R باشند به‌طوری‌که $f(x^2 - 3x) = g(\frac{2x}{x^2+1})$ و $g'(1) = 3$ ، آنگاه حاصل $f'(-2)$ کدام است؟

- (۱) -1 (۲) $\frac{1}{3}$
(۳) $\frac{3}{4}$ (۴) صفر

(۵۶) اگر $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + x + 1}{x^2 + x + 1}$ باشد، مشتق تابع $g(x) = (x^3 - 1)f(x) + 3x^2 f(x)$ در $x = 1$ کدام است؟

- (۱) 4 (۲) 12 (۳) 14 (۴) 18

(۵۷) با فرض آن‌که $f(x) = \sqrt[9]{x^2}$ ، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(1+h) - f'(1)}{h}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{9}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

(۵۸) اگر $f(x) = x^5 + 5x^4 + 10x(x+1)^2 + 10x + 4$ باشد، نمودار تابع f'' از کدام ناحیه دستگاه مختصات نمی‌گذرد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۵۹) تابع با ضابطه $f(x) = |ax + 2x^2|$ در نقطه $x = 2$ مشتق پذیر نیست. حاصل $f'(1/5)$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) -۴ (۳) ۲ (۴) -۲

۶۰) اگر مشتق $f(\sqrt[3]{x}-1)$ در $x = 2$ برابر -۱ باشد، مقدار مشتق $f(\frac{2x+1}{x+3})$ در $x = 2$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۶ (۳) -۵/۳ (۴) -۵/۶

۶۱) تابع f به صورت $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x \leq 0 \\ x+1 & ; x > 0 \end{cases}$ تعریف شده است. تابع g کدام باشد تا تابع $f+g$ در $x=0$ مشتق داشته باشد؟

- (۱) $g(x) = \begin{cases} 1-2x & ; x \leq 0 \\ 2x^2 & ; x > 0 \end{cases}$
 (۲) $g(x) = \begin{cases} x|x| - 1 & ; x \leq 0 \\ -x - 2 & ; x > 0 \end{cases}$
 (۳) $g(x) = \begin{cases} 1+x & ; x \leq 0 \\ 2x & ; x > 0 \end{cases}$
 (۴) $g(x) = \begin{cases} 2 & ; x \leq 0 \\ 1-x^2 & ; x > 0 \end{cases}$

۶۲) اگر $f(x)$ یک تابع درجه دوم باشد به طوری که مقدار عبارت $(\frac{f}{f'})'$ یک عدد ثابت شود، تعداد محل برخورد $f(x)$ با محور x ها کدام است؟

- (۱) یک یا دو (۲) صفر یا یک
 (۳) یک (۴) دو

۶۳) اگر $f(x) = \sqrt{2x+3}$ باشد، حاصل $f''+(f')^2$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) $\frac{1}{2}$

۶۴) اگر $f(x) = 3x^4 + 2x^2 - 1$ و $g(x) = \frac{1}{x}$ ، آنگاه مشتق تابع $f \cdot g - f'$ در $x = 1$ کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) -۲۰
 (۳) -۲۸ (۴) ۲۸

۶۵) خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \frac{2}{|x|}$ در نقطه $(1, 2)$ ، نمودار را در نقطه دیگری قطع می کند. عرض این نقطه کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2} + 2$ (۲) $2\sqrt{2} - 2$ (۳) $\sqrt{2} + 2$ (۴) $2 - \sqrt{2}$

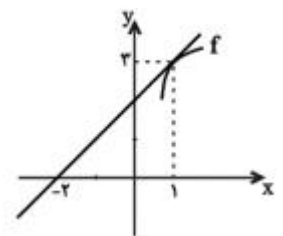
۶۶) قدرمطلق اختلاف مشتق های چپ و راست تابع $f(x) = |x| \cdot |x^2 - 4|$ در نقطه $x = 2$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸
 (۳) ۱۲ (۴) ۱۶

۶۷) خط مماس بر منحنی به معادله $y = \frac{2x+1}{x-3}$ در نقطه ای واقع بر آن، از نقطه $(-1, 2)$ می گذرد؛ شیب این خط مماس کدام است؟

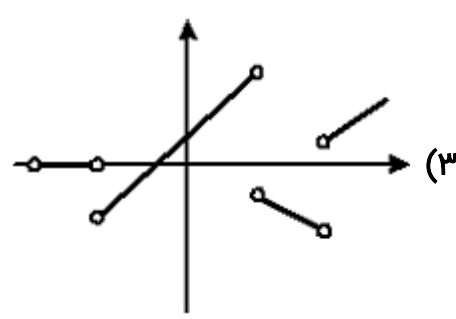
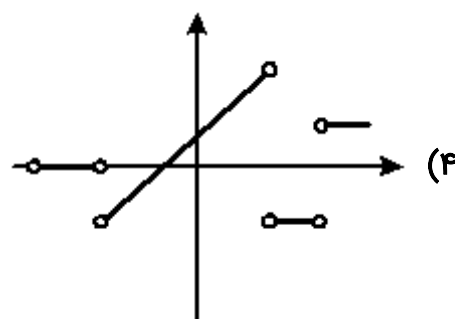
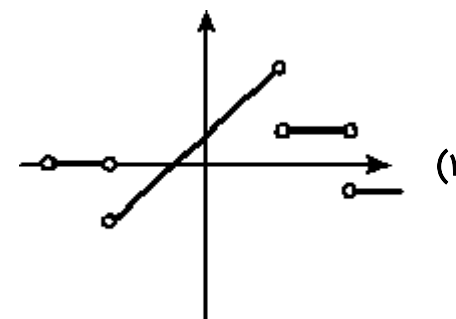
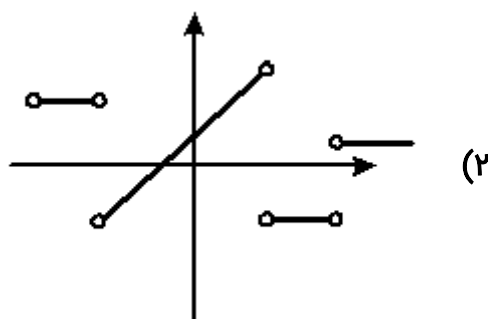
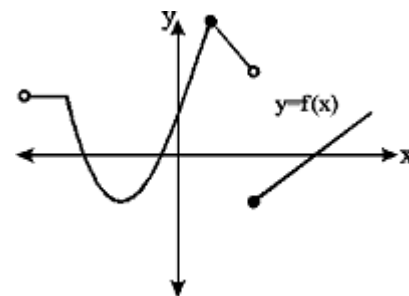
- (۱) $-\frac{7}{4}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $-\frac{5}{4}$

۶۸) شکل زیر نمودار تابع f و خط مماس بر آن در $x = 1$ را نشان می دهد. اگر $g(x) = \frac{x^3}{f(x)}$ باشد، شیب خط مماس بر تابع g در $x = 1$ کدام است؟

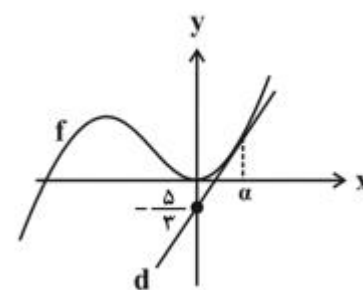


- (۱) ۱
 (۲) $\frac{8}{3}$
 (۳) $\frac{16}{9}$
 (۴) $\frac{8}{9}$

۶۹) با توجه به نمودار تابع $y = f(x)$ ، کدام نمودار می‌تواند نمودار تابع f' باشد؟



۷۰) در شکل زیر، خط d در $x = a$ بر نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2$ مماس است. حاصل $f(a) + f'(a)$ کدام است؟

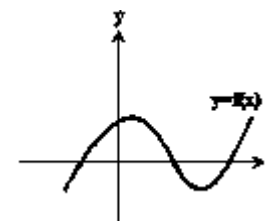


- (۱) ۱
(۲) $\frac{1}{3}$
(۳) $\frac{5}{3}$
(۴) $\frac{11}{3}$

۷۱) تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x+1} & ; x < 0 \\ |x-1| & ; 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 - 6 & ; x > 2 \end{cases}$ چند نقطه مشتق‌ناپذیر دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

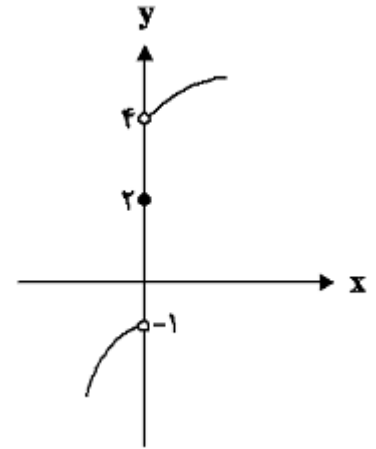
۷۲) نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. روند تغییر مشتق آن کدام است؟



- (۲) کاهش-افزایش
(۴) افزایش-کاهش

- (۱) کاهش-افزایش-کاهش
(۳) افزایش-کاهش-افزایش

۷۳) نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. اگر $g(x) = (\frac{x}{x+2})f(x)$ باشد، مقدار $g'(-1)$ کدام است؟



- ۱ (۱)
۲ (۲)
۳ $-\frac{1}{2}$ (۳)
۴ وجود ندارد. (۴)

۷۴) در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{ax+b} & ; x > 2 \\ -x^3 + 6x & ; x \leq 2 \end{cases}$ اگر $f'(2)$ موجود باشد، a کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۷۵) به ازای چند مقدار صحیح m ، خط $(m+2)y = (2m-3)x + n$ موازی یکی از خطوط مماس بر نمودار تابع $y = \sqrt{1+x^2}$ است؟

- ۱ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۲ (۴)

۷۶) آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = 3x^2 - 5x - 2$ در بازه $[-1, 5]$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۵ (۲) ۱۲ (۳) ۷ (۴) ۱۷ (۴)

۷۷) آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = x^2 - x$ در فاصله $[2, 3]$ با آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع در $x = a$ برابر است. a کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۲/۲۵ (۳) ۲/۵ (۴) ۲/۷۵ (۴)

۷۸) استوانه‌ای با ارتفاع ۱۰ و شعاع ۲ مفروض است. آهنگ لحظه‌ای تغییر مساحت کل استوانه وقتی شعاع قاعده آن ۴ باشد، چند برابر π است؟

- ۱ (۱) ۱۸ (۲) ۳۶ (۳) ۱۲ (۴) ۲۴ (۴)

۷۹) آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = 3x + \frac{2}{\sqrt{x}}$ در بازه $[1, 4]$ با آهنگ لحظه‌ای تغییر آن در نقطه‌ای با کدام طول برابر است؟

- ۱ (۱) $3\sqrt{3}$ (۲) $-3\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt[3]{9}$ (۴) $\sqrt[3]{18}$ (۴)

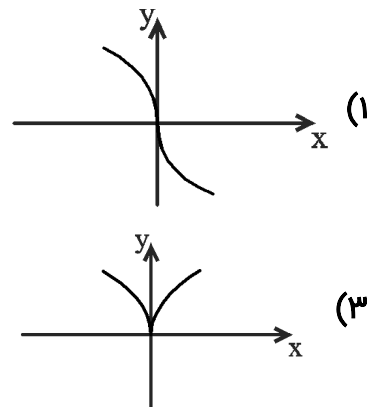
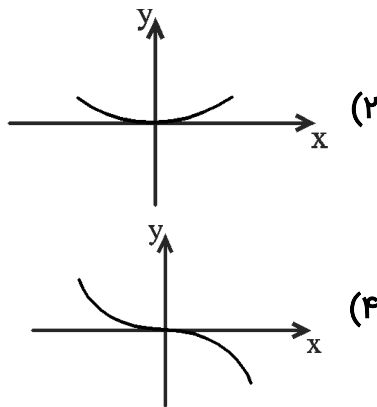
۸۰) آهنگ متوسط تغییر تابع با ضابطه $f(x) = \frac{9}{x^2}$ در بازه‌ای از $x_1 = 1$ تا $x_2 = 1/1$ ، چند برابر آهنگ لحظه‌ای تغییر آن در انتهای این بازه است؟

- ۱ (۱) ۱ (۲) ۱/۱ (۳) ۱/۱۵۵ (۴) ۰/۹۵ (۴)

۸۱) اگر $P(t) = 3000 + 100t^2$ نمایش جمعیت یک نوع باکتری در زمان t (ساعت) باشد، آهنگ متوسط افزایش جمعیت در ۳ ساعت اول پس از زمان $t_0 = 2$ چه قدر از آهنگ لحظه‌ای افزایش جمعیت در $t_1 = 3$ بیش‌تر است؟

- ۱ (۱) صفر (۲) ۱۰۰ (۳) ۲۰۰ (۴) ۴۰۰ (۴)

(۸۲) نمودار تابع $y = x^{\frac{1}{5}} - 4x^{\frac{3}{5}}$ در حوالی مبدأ مختصات چگونه است؟



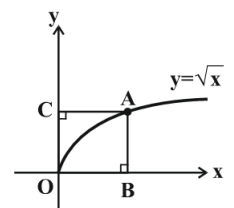
(۸۳) یک بادکنک کره‌ای شکل را طوری باد می‌کنیم که در هر ثانیه شعاع آن ۲ میلی‌متر افزایش می‌یابد. آهنگ لحظه‌ای افزایش مساحت این بادکنک نسبت به زمان پس از ۵ ثانیه چقدر است؟ (در لحظه‌ی $t=0$ فرض کنید شعاع بادکنک صفر است.)

- (۱) 160π (۲) 80π (۳) 40π (۴) 20π

(۸۴) در تابع $f(x) = |(x-1)(x-3)|$ اختلاف آهنگ متوسط تغییر تابع در فاصله‌ی $[2, 4]$ با آهنگ آنی در $x = 2/5$ چه قدر است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

(۸۵) در شکل زیر، مساحت مستطیل ABOC (S) تابعی از طول نقطه A (x) است. آهنگ متوسط تغییر تابع $S(x)$ وقتی که x از ۱ به ۴ تغییر می‌کند با آهنگ لحظه‌ای تغییر آن در کدام نقطه برابر است؟



- (۱) $\frac{144}{81}$ (۲) $\frac{196}{81}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $\frac{25}{4}$

(۸۶) در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع از $x_1 = 4$ تا $x_2 = 7$ ، برابر آهنگ لحظه‌ای تغییر آن در $x = a$ است. مقدار مثبت a کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5} + 2$ (۲) $2\sqrt{10} - 1$ (۳) $1 + 2\sqrt{10}$ (۴) $5\sqrt{2} - 1$

(۸۷) وقتی x از ۱ به $1+h$ تغییر پیدا می‌کند، نمو تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{x}$ ، برابر $0/1$ است. آهنگ متوسط تغییر تابع در این حالت کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{21}$ (۲) $\frac{10}{21}$ (۳) $\frac{21}{100}$ (۴) $\frac{1}{100}$

(۸۸) حجم آب درون ظرفی، طبق رابطه $v(t) = \frac{4t+14}{2t+4}$ تغییر می‌کند. در چه لحظه‌ای، آهنگ لحظه‌ای تغییر حجم با آهنگ متوسط تغییر حجم در بازه $[1, 2]$ برابر است؟

- (۱) $4\sqrt{3} - 4$ (۲) $2\sqrt{3} - 2$ (۳) $4\sqrt{3} + 4$ (۴) $2\sqrt{3} + 2$

(۸۹) آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \frac{2x+1}{x+3}$ در بازه‌ی $[1, a]$ ، برابر آهنگ لحظه‌ای تابع در $x = 2$ است. مقدار a کدام است؟

- (۱) $\frac{13}{4}$ (۲) $\frac{17}{4}$ (۳) $\frac{13}{2}$ (۴) $\frac{17}{2}$

(۹۰) اگر شعاع دایره‌ای از ۲ سانتی‌متر تا ۴ سانتی‌متر تغییر کند، آهنگ متوسط تغییر مساحت دایره بین دو شعاع ۲ و ۴ سانتی‌متر کدام است؟

- (۱) 4π (۲) 6π (۳) 5π (۴) 3π

۹۱) اگر سنگی از بالای ساختمانی به ارتفاع ۱۲ متر با معادله $f(t) = ۱۲ - ۵t^۲$ به سمت پایین رها شود، سرعت متوسط آن در لحظات $t_۱ = ۱$ و $t_۲ = ۱+h$ بر حسب h کدام است؟ ($h > ۰$ و f فاصله‌ی سنگ از زمین برحسب متر است.)

- (۱) $-۵h - ۱۰$ (۲) $-۱۰ + ۵h$ (۳) $۱۰h + ۵$ (۴) $-۵ + ۱۰h$

۹۲) آهنگ لحظه‌ای تغییر محیط دایره نسبت به مساحت آن، هنگامی که محیط دایره ۶π است، کدام است؟

- (۱) ۶π (۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ (۳) $\frac{\sqrt{۶}}{۶}$ (۴) $\frac{۱}{۳}$

۹۳) در تابع با ضابطه $f(x) = (x+۲)\sqrt{۴x+۱}$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه $[۰, ۲]$ از آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در $x = \frac{۳}{۴}$ چقدر بیشتر است؟

- (۱) $۰/۱۰$ (۲) $۰/۱۵$ (۳) $۰/۲۰$ (۴) $۰/۲۵$

۹۴) آهنگ متوسط تغییر تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ در بازه $[۰/۶۴, ۰/۴۹]$ ، برابر با آهنگ لحظه‌ای تغییر آن در کدام یک از نقاط زیر است؟

- (۱) $x = \frac{۹}{۴}$ (۲) $x = \frac{۹}{۱۶}$ (۳) $x = \frac{۴}{۹}$ (۴) $x = \frac{۱۶}{۹}$

۹۵) در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{۲x+۱} + \frac{۱}{x+۱}$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه $[۰, ۴]$ از آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در $x = \frac{۳}{۴}$ چقدر کمتر است؟

- (۱) $۰/۰۳$ (۲) $۰/۰۴$ (۳) $۰/۰۵$ (۴) $۰/۰۶$

۹۶) آهنگ تغییر سطح یک مکعب نسبت به ضلع آن وقتی طول ضلع برابر ۲ است، کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۲۴ (۴) ۱۸

۹۷) حجم آب یک استخر در حال تخلیه برحسب لیتر به وسیله‌ی رابطه‌ی $V = ۱۲۰(۲۵۰۰ - ۵۰t + t^۲)$ به زمان t برحسب دقیقه بستگی دارد. آهنگ متوسط تغییر حجم آب این استخر در ۸ دقیقه‌ی اول کدام است؟

- (۱) -۵۰۰۰ (۲) -۵۰۴۰ (۳) -۵۴۰۰ (۴) -۴۰۵۰

۹۸) نقطه‌ی $M(x, y)$ را بر روی نمودار تابع $y = x^۲ + ۱$ انتخاب می‌کنیم ($x > ۰$) و تصاویر قائم M را بر محورهای Ox و Oy به ترتیب A و B می‌نامیم. آهنگ لحظه‌ای تغییر اندازه‌ی مساحت مستطیل $OAMB$ نسبت به x در نقطه‌ی $x_۰ = ۲$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۹۹) معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^۳ - ۲t^۲ + ۳t + ۱$ بر حسب متر است. اگر سرعت لحظه‌ای آن در لحظه $t = a$ برابر سرعت متوسط در بازه $[۰, a]$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{۳}{۲}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{۱}{۲}$

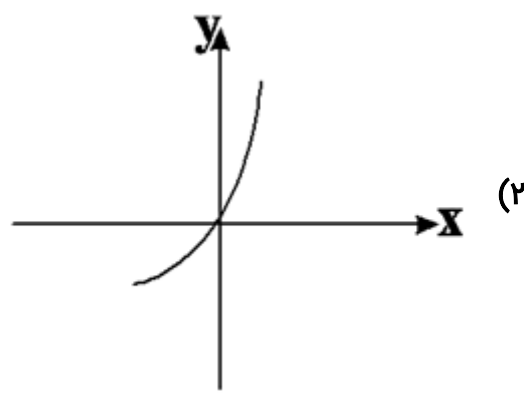
۱۰۰) آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = x^۳ - ۴x$ در بازه $[۰, a]$ برابر A و آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در $x = \sqrt{a}$ برابر B است. حداقل مقدار $A - B$ کدام است؟

- (۱) $\frac{۳}{۲}$ (۲) $-\frac{۳}{۲}$ (۳) $\frac{۹}{۴}$ (۴) $-\frac{۹}{۴}$

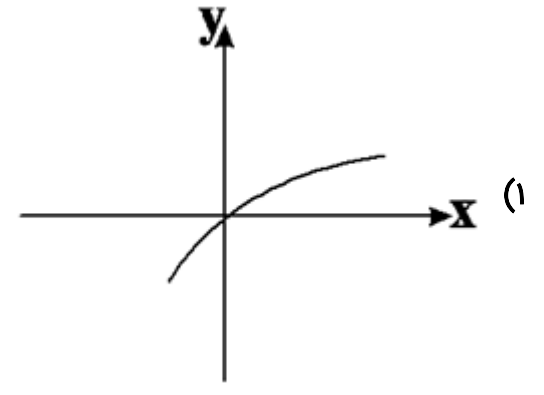
۱۰۱) گنجایش ظرفی ۴۰ لیتر است. در لحظه $t=۰$ سوراخی در ظرف ایجاد می‌شود. اگر حجم مایع باقی‌مانده در ظرف پس از t ثانیه از رابطه $V(t) = ۴۰(1 - \frac{t}{۱۰۰})^۲$ به دست آید، در چه زمانی بر حسب ثانیه آهنگ لحظه‌ای تغییر حجم مایع باقی‌مانده برابر آهنگ متوسط تغییر آن در بازه $[۰, ۱۰۰]$ است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۴۰ (۳) ۵۰ (۴) ۶۰

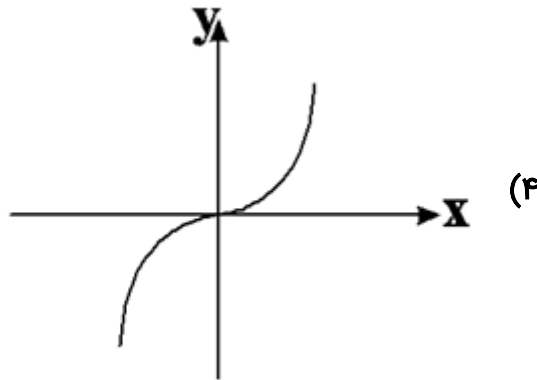
۱۰۲) نمودار تابع $y = \frac{x^3}{x^2+1}$ در حوالی مبدأ مختصات چگونه است؟



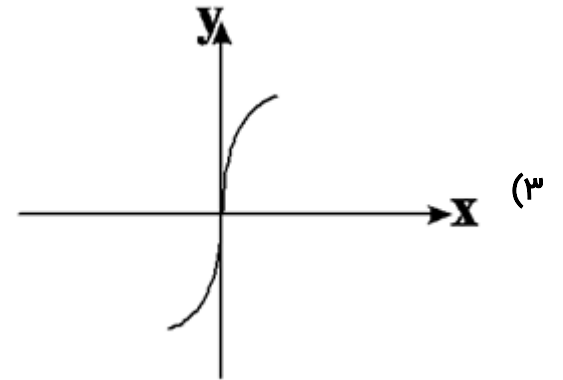
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۱۰۳) در تابع با ضابطه $f(x) = x + \frac{1}{x}$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع وقتی متغیر از عدد ۲ به عدد $2+h$ تغییر کند برابر $\frac{h}{4}$ است. کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۲/۵

(۲) ۲

(۱) ۱/۵

۱۰۴) آهنگ متوسط تغییر تابع با ضابطه $f(x) = (6x+2)^{\frac{2}{3}}$ در بازه $[1, \frac{25}{6}]$ چقدر از آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع در شروع این بازه کمتر است؟

(۴) $\frac{5}{14}$ (۳) $\frac{8}{19}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۱) $\frac{5}{17}$

۱۰۵) نقطه $M(x, y)$ روی نمودار تابع $y = \sqrt{7x+4}$ در حال حرکت است. اگر d فاصله نقطه M از مبدأ مختصات باشد، آهنگ لحظه‌ای تغییر d نسبت به x در نقطه $x = 5$ کدام است؟

(۴) $\frac{21}{16}$ (۳) $\frac{19}{16}$ (۲) $\frac{17}{16}$ (۱) $\frac{15}{16}$

۱۰۶) در تابع با ضابطه $f(x) = x + \frac{1}{x}$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع وقتی متغیر از عدد ۲ به عدد $2+h$ تغییر کند برابر $\frac{h}{4}$ است، h کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۲/۵

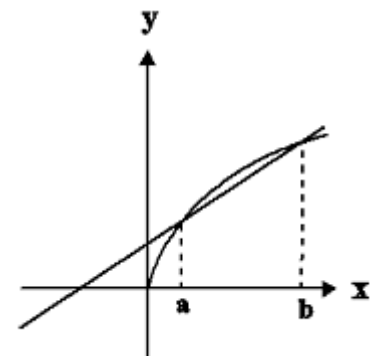
(۲) ۲

(۱) ۱/۵

۱۰۷) در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع نسبت به تغییر متغیر x ، در نقطه $x = 1$ با نمو ۰/۴۴، از آهنگ لحظه‌ای تابع در این نقطه، چقدر کمتر است؟

(۴) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{1}{24}$ (۱) $\frac{1}{30}$

۱۰۸) نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ و خط $2y - x = \frac{1}{p}$ در شکل زیر رسم شده است. اگر آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع f در $x = m$ ، برابر آهنگ متوسط تغییر تابع در بازه $[a, b]$ باشد، مقدار m کدام است؟

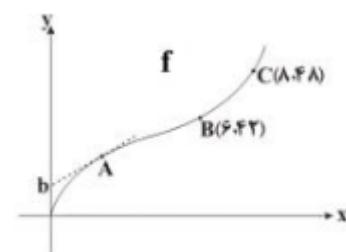


(۱) ۲

(۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{p}$

(۴) ۱

۱۰۹) در شکل زیر قسمتی از نمودار تابع f رسم شده است. اگر آهنگ متوسط تغییر تابع بین نقاط B تا C ، ۶ برابر آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع در نقطه $A(a, ۲a)$ باشد، حاصل $\frac{b}{a}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{۲}{۳}$
 (۲) $\frac{۵}{۹}$
 (۳) $\frac{۵}{۲۱}$
 (۴) $\frac{۴}{۲۱}$

۱۱۰) در تابع $f(x) = \frac{۲}{x}$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع از $x = ۱$ تا $x = ۴$ چند برابر آهنگ لحظه‌ای تغییر آن در $x = ۴$ است؟

- (۱) $\frac{۱}{۳}$ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) $\frac{۱}{۴}$

۱۱۱) در تابع $f(x) = \sqrt{x+۲}$ آهنگ متوسط تغییر تابع در بازه $[۲/۴۱, ۴/۲۵]$ با آهنگ آنی آن در لحظه $x = ۳/۲۹$ چقدر اختلاف دارد؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{۹}{۲۳}$ (۳) $\frac{۵}{۲۳}$ (۴) $\frac{۱۰}{۲۳}$