فصل سوم

نوسان و موج

نوسان

موج و مشخصه‌های آن

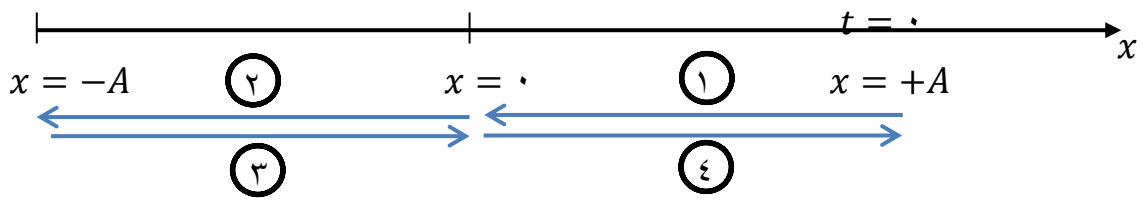
موج عرضی (امواج الکترومغناطیسی)

موج طولی (امواج صوتی)

برهمکنش‌های امواج

نوسان

مسیر حرکت نوسانگر در حرکت هماهنگ ساده



۱. نوسانگر روی پاره خطی به طول l حول نقطه o واقع در وسط پاره خط حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد.

$$l = \text{فاصله } A \text{ تا } -A$$

۲. بیش‌ترین فاصلهٔ نوسانگر از مبدأ (نقطه o) را دامنهٔ نوسان می‌نامند.

نقاط A و $-A$ بطور کلی $A = \frac{l}{۲}$

۳. منظور از یک نوسان کامل (چرخه) طی کردن مسیری مطابق شکل فوق است.

۴. مسافت پیموده شده در یک نوسان کامل برحسب دامنه برابر ۴A و در N نوسان کامل برابر ۴AN است.

۵. جابجایی متحرک در یک نوسان کامل برابر صفر است.

۶. زمان لازم برای یک نوسان کامل برابر است با دوره حرکت (T) که یکای آن ثانیه است. (هرچه دوره حرکت کوچکتر باشد یعنی نوسانگر با سرعت بیشتری نوسان نوسان می‌کند).

۷. تعداد نوسات کامل در واحد زمان (یک ثانیه) بسامد حرکت (فرکانس) نامیده می‌شود. نماد آن f و یکای آن $\frac{۱}{s}$ یا هرتز (Hz) است.

روابط T و f

۱. $T = \frac{۱}{f}$ یا $f = \frac{۱}{T}$

۲. اگر نوسانگر N نوسان کامل را در مدت زمان t انجام دهد:

$T = \frac{t}{N}$ یا $N = \frac{t}{T} \rightarrow f = \frac{N}{t}$

۳. در سیستم وزنه فنر:

$T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{T_۲}{T_۱} = \sqrt{\frac{m_۲}{m_۱} \times \frac{k_۱}{k_۲}}$

T و f مستقل از دامنه هستند.

$f = \frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

۴. در سیستم آونگ ساده

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad \Rightarrow \quad \frac{T_۲}{T_۱} = \sqrt{\frac{l_۲}{l_۱} \times \frac{g_۱}{g_۲}}$$

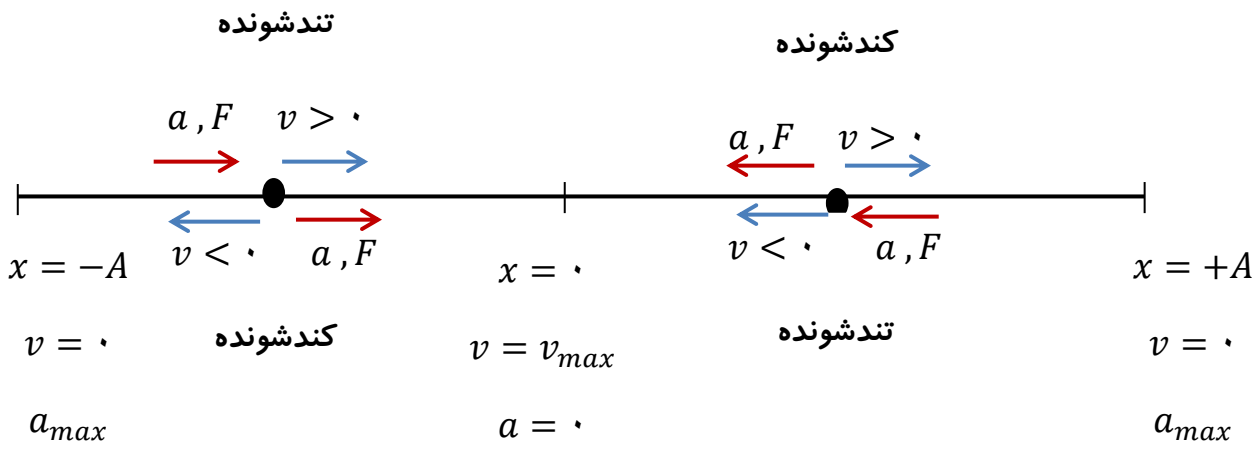
نیروی بازگرداننده

این نیرو باعث حرکت رفت و برگشتی جسم روی مسیر حرکت می‌شود و جهت آن همواره به گونه‌ای است که می‌خواهد جسم را به حالت تعادل (نقطه o) برگرداند که در سیستم وزنه- فنر این نیرو همان نیروی کشسانی فنر $(F = Kx)$ و در حرکت آونگ ساده مولفهٔ وزن در امتداد مماس بر مسیر یعنی $F = mg\sin\theta$ است.

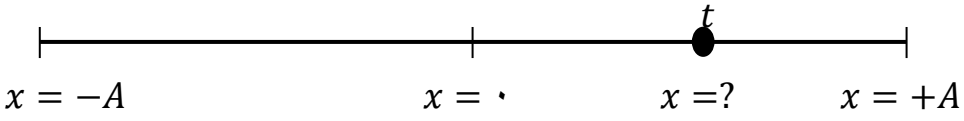
برای محاسبه شتاب در سیستم وزنه فنر داریم:

$$\begin{cases} F_{net} = ma \rightarrow kx = ma \rightarrow a = \frac{k}{m}x \Rightarrow \begin{cases} x = \pm A \rightarrow a_{max} \\ x = ۰ \rightarrow a = ۰ \end{cases} \\ F_{net} = kx \Rightarrow \begin{cases} x = \pm A \rightarrow F_{max} \\ x = ۰ \rightarrow F = ۰ \end{cases} \end{cases}$$

نکته: نیرو و شتاب همواره هم جهت هستند.



رابطه مکان- زمان و نمودار x-t در حرکت همانگ ساده



با فرض اینکه در $t = ۰$ جسم در مکان $x = +A$ باشد، رابطه مکان- زمان این حرکت به صورت:

$$x = A\cos(\omega t)$$

مکان در لحظه t

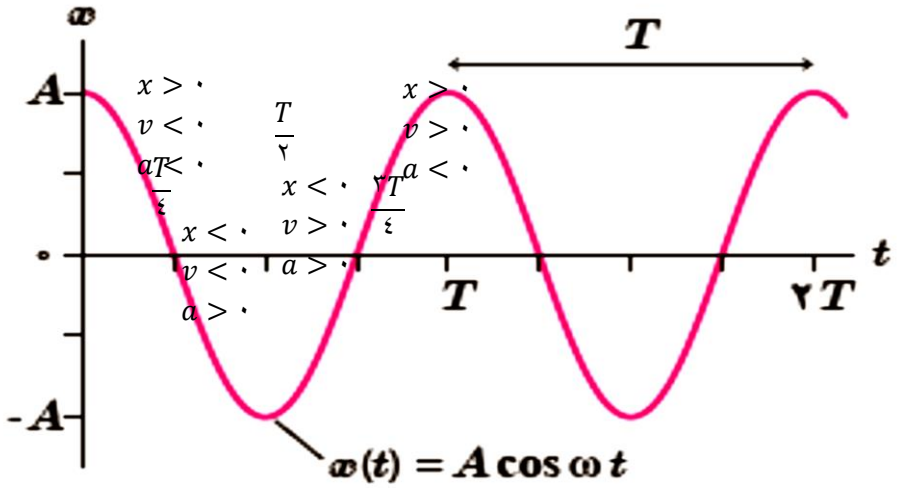
دامنه حرکت — **بسامد زاویه‌ای** — **لحظهٔ دلخواه**

در حالت کلی بسامد زاویه‌ای برابر است با $\omega = \frac{۲\pi}{T} = ۲\pi f$

که در سیستم وزنه فنر علاوه بر روابط فوق داریم: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

و در سیستم آونگ ساده علاوه بر روابط فوق داریم: $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$

نمودار x-t در حرکت هماهنگ ساده



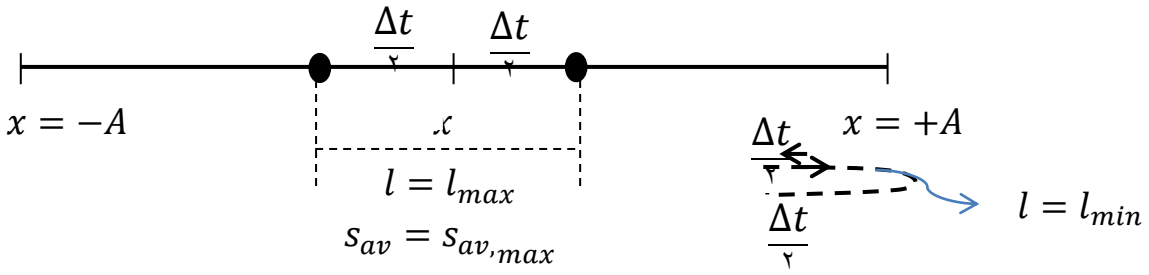
نکته: برای محاسبه سرعت متوسط و شتاب متوسط در بازهٔ زمانی $t_۱$ **تا** $t_۲$**:**

$$v_{av} = \frac{x_{t_۲} - x_{t_۱}}{t_۲ - t_۱}$$

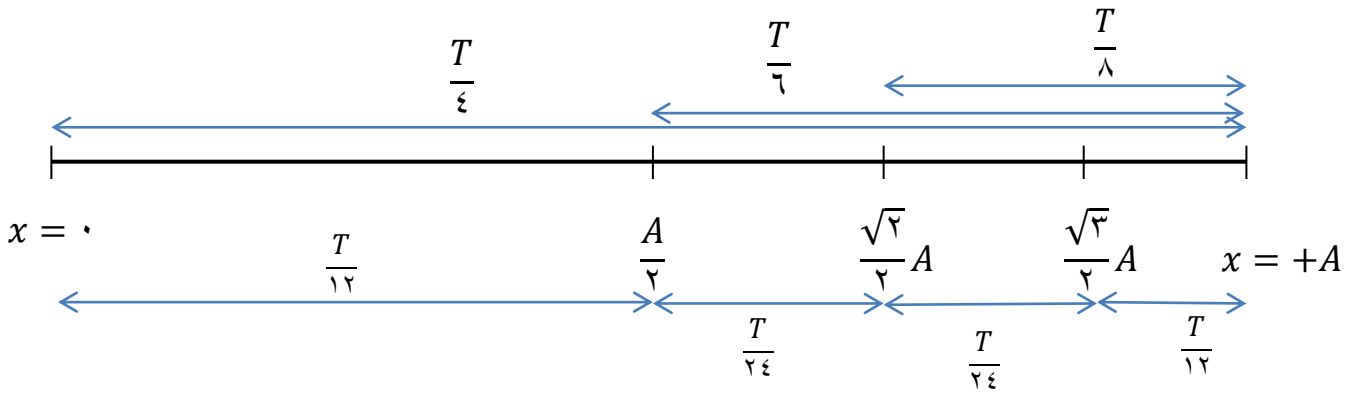
$$a_{av} = \frac{v_{t_۲} - v_{t_۱}}{t_۲ - t_۱}$$

که:
$$\begin{cases} x = ۰ \Longrightarrow v = v_{max} = A\omega \\ x = \pm \Longrightarrow v = ۰ \end{cases}$$

بیشترین و کمترین مسافت طی شده در یک بازهٔ زمانی معین (Δt) **:**

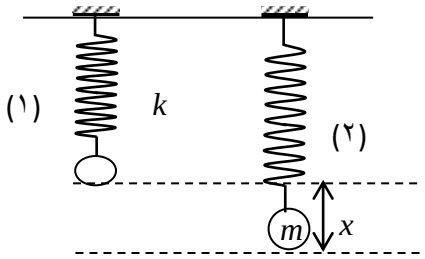


مدت زمان چند مسافت طی شده مهم برحسب دوره حرکت



که نوسانگر مسافت‌های مشابه را در طرفین مثل هم می‌پیماید.

برای سیستم وزن فنر در راستای عمودی



اگر شکل (۲) را بعد از تعادل به نوسان را داریم می توان نوشت:

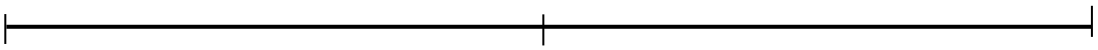
در حالت تعادل $kx = mg \rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g}{x}$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{یا} \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{x}}$$

با توجه به روابط $F = kx$ **و** $a = \frac{k}{m}x$ **و** $x = A\cos\omega t$ **می‌توان روابط** F **و** a **را نیز برحسب زمان به دست آورد.**

$$F = Ak\cos\omega t$$
$$a = \frac{Ak}{m}\cos\omega t$$

انرژی‌های نوسانگر در حرکت هماهنگ ساده



$x = -A$	$x = ٠$	$x = +A$
$v = ٠$	$v = v_{max} = A\omega$	$v = ٠$
$K = ٠$	$K = K_{max}$	$K = ٠$
$U_{e,max}$	$U_e = ٠$	$U_{e,max}$
$E = K + U_{e,max}$	$E = K + U_e$	$E = K + U_{e,max}$

الف) انرژی جنبشی نوسانگر

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \begin{cases} \text{در دو انتها} \rightarrow K = ۰ \\ \text{در مرکز} \rightarrow K_{max} = \frac{۱}{۲}mv_m^۲ = \frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲ = E \end{cases}$$

ب) انرژی پتانسیل کشسانی سیستم وزنه- فنر و انرژی مکانیکی

$$E = K + U_e \quad \rightarrow \quad U_e = E - K$$

انرژی مکانیکی در هر مکان x عدد ثابتی دارد (چون اتلاف انرژی نداریم) که به کمک یکی از روابط زیر بدست می‌آید.

$$E = \frac{۱}{۲}k_{\text{فنر}}A^۲$$

$$E = \frac{۱}{۲}m\omega^۲A^۲ \qquad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad k = m\omega^۲$$

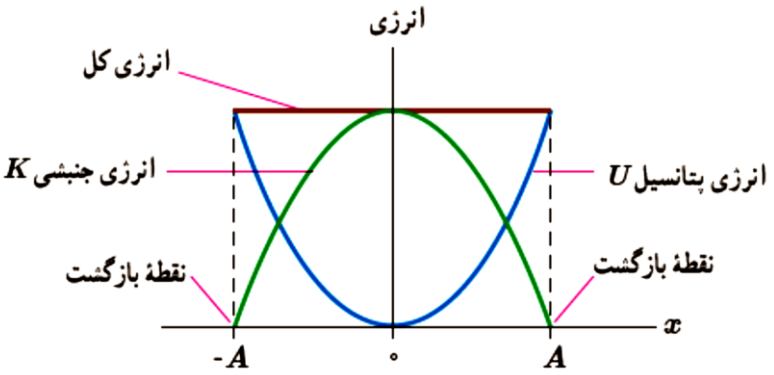
$$E = ۲m\pi^۲A^۲f^۲$$

$$E = \frac{۱}{۲}mv_m^۲ \qquad \omega = ۲\pi f$$

رابطه بین K و U:

$$\frac{K}{U} = \left(\frac{A}{x}\right)^۲ - ۱$$

نمودار E و K و U_e



در $K = U_e \leftarrow x = \frac{\sqrt{۲}}{۲}A$

و $v = \frac{\sqrt{۲}}{۲}v_m$

آونگ ساده

$$T \propto \sqrt{l}$$

$$T \propto \sqrt{\frac{۱}{g}} \quad \Longrightarrow \quad T = ۲\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \xrightarrow{\text{در یک مکان}} \frac{T_۲}{T_۱} = \sqrt{\frac{l_۲}{l_۱}}$$

در اینجا نیز $T = \frac{t}{N}$ می‌باشد.

- T، مستقل از جرم و دامنه است.

تاثیر دما بر ساعت آونگ‌دار

آونگ کندتر و ساعت عقب می‌افتد. $\theta \uparrow \ \rightarrow \ l \uparrow \Longrightarrow \frac{T_۲}{T_۱} = \sqrt{\frac{l_۲}{l_۱}} > ۱ \ \Longrightarrow T_۲ > T_۱$

شرط تشدید

بسامد طبیعی نوسانگر

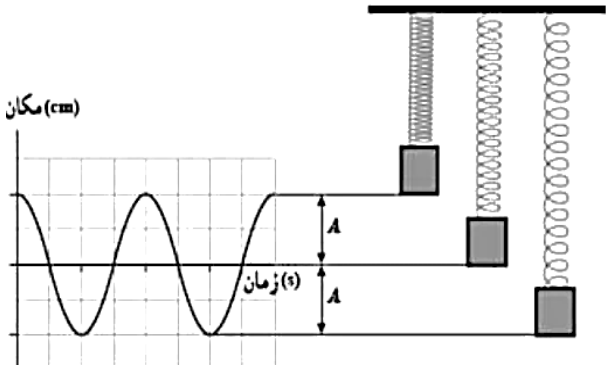
بسامد نیروی اعمال شده

$$f_D = f.$$

$$f. = \frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f. = \frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$$

max انرژی در حالت تشدید به نوسانگر وارد می‌شود. مباحث تشدید از کتاب درسی مطالعه شود.

۱	(ت۴) دامنه ی نوسان یک حرکت هماهنگ ساده $۳/۰\times۱۰^{-۲}m$ و بسامد آن $۵/۰Hz$ است. الف) معادله حرکت آن را بنویسید . ب) نمودار مکان – زمان آن را برای یک دوره رسم کنید. پ) در لحظه ی $t=\frac{۱}{۶۰}s$ نوسانگر در چه فاصله ای از مبدأ قرار دارد؟
۲	در شکل مقابل،جسم متصل به یک فنر با بسامد $۰/۲۵Hz$ و دامنه $۴cm$ به طور هماهنگ در امتداد قائم نوسان می کند. پس از گذشت $t=۰/۵s$ از رها شدن جسم از بالای نقطه ی تعادل، مکان این جسم نسبت به نقطه ی تعادل تعیین کنید. 
۳	(ت۳-۱) ذره ای در حال نوسان ساده با دوره ی تناوب T است. با فرض این که در $t=۰s$ ذره در $x=+A$ باشد، تعیین کنید در هر یک از لحظات زیر، آیا ذره در $x=-A$ ، در $x=+A$ ، یا در $x=۰$ خواهد بود؟ الف) $t=۲/۰۰T$ ب) $t=۳/۵۰T$ پ) $t=۵/۲۵T$
۴	(ت۲) هرگاه جسمی به جرم m به فنری متصل شود و به نوسان درآید، با دوره تناوب $۲/۰s$ نوسان می کند. اگر جرم این جسم $۲/۰kg$ افزایش یابد، دورهٔ تناوب $۳/۰s$ می شود. مقدار m چقدر است؟

۵	(ت ۱) یک وزنه ی $۲۰N$ را از انتهای یک فنر قائم می آویزیم، فنر $۲۰cm$ کشیده می شود. سپس این فنر را در حالی که به یک وزنه $۵/۰cm$ متصل است روی میز بدون اصطکاکی به نوسان در می آوریم. دوره ی تناوب این نوسان چقدر است؟
۶	(ت۳) جرم خودرویی همراه با سرنشینان آن $۱۶۰۰kg$ است. این خودرو روی چهار فنر با ثابت $۲/۰۰\times۱۰^{۴}\ N/m$ سوار شده است. دوره تناوب، بسامد و بسامد زاویه ارتعاش خودرو وقتی از چاله ای می گذرد چقدر است؟ فرض کنید وزن خودرو به طور یکنواخت روی فنرهای چهار چرخ توزیع شده است.
۷	قطعه ای به جرم $۲۵۰g$ به فنری با ثابت $۱۰۰\frac{N}{m}$ بسته شده است. قطعه را به اندازه مشخصی از مکان تعادل خود روی یک سطح افقی بدون اصطکاک به اندازه $۵cm$ می کشیم و از حالت سکون رها می کنیم. الف) دوره تناوب نوسانگر چقدر است؟ ب) بسامد زاویه ای نوسان چقدر است؟ ب) معادله حرکت نوسانگر را بنویسید. پ) تندی بیشینه نوسانگر چقدر است؟
۸	نوسانگری روی پارخطی به طول ۴ سانتی متر در هر دقیقه ۱۲۰ نوسان کامل انجام می دهد. $\pi^{۲}=۱۰$ الف) معادله حرکت آن را بنویسید . ب) اگر جرم نوسانگر برابر $۵۰۰g$ باشد، ثابت فنر نوسانگر چقدر است؟

۹

وزنه ای به جرم m به فنری با ثابت $۴۰\frac{N}{m}$ آویخته شده است. اگر وزنه را به اندازه ی $۳cm$ از وضع تعادل خارج و رها کنیم، با دوره $۰/۶۲۸\ s$ به نوسان درمی آید.

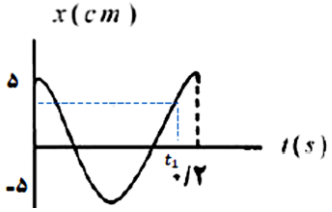
الف) جرم وزنه را بدست آورید.

ب) تندی نوسانگر در هنگام عبور از نقطه ی تعادل چقدر است؟

پ) تندی نوسانگر در مکان $x=\pm ۳cm$ چقدر است؟

۱۰

شکل روبرو، نمودار مکان – زمان نوسانگر هماهنگ ساده ای با دامنه نوسان ۵ سانتی متر است.

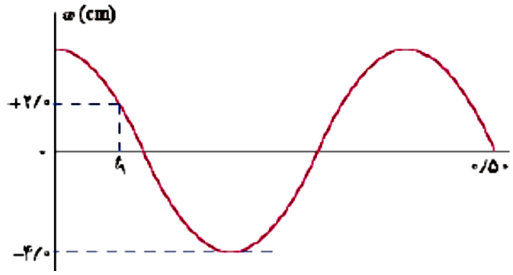


الف) معادله حرکت آن را بنویسید.

ب) مکان متحرک در لحظهٔ $t_۱=\frac{۱}{۶}s$ را بدست آورید و آن لحظه را روی نمودار مشخص کنید.

۱۱

(ت۵) نمودار مکان – زمان نوسانگری مطابق شکل زیر است:



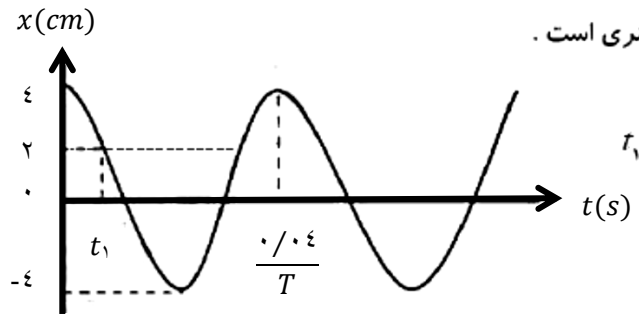
الف) معادله حرکت این نوسانگر را بنویسید.

ب) مقدار $t_۱$ را به دست آورید.

پ) اندازهٔ شتاب در لحظهٔ $t_۱$ محاسبه کنید.

۱۲

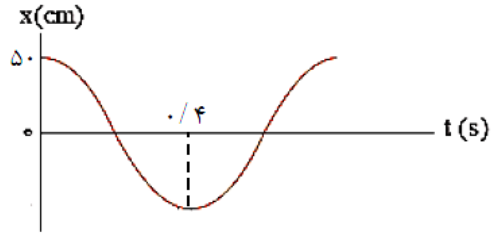
در شکل مقابل نمودار مکان- زمان نوسانگر هماهنگ سادهٔ جرم- فنری است .



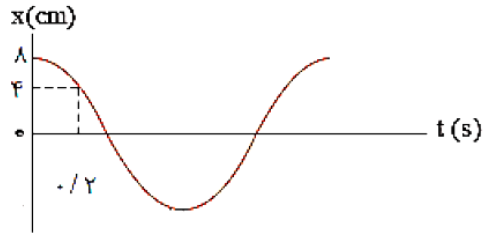
الف) مقدار $t_۱$ چند ثانیه است؟

ب) تندی متوسط و سرعت متوسط نوسانگر در بازه زمانی $t_۱=۰s$ تا $t_۲=\frac{۱}{۳۰}s$ چقدر است؟

۱۳ نمودار مکان – زمان نوسانگر ساده ای مانند شکل زیر است. معادلهٔ مکان – زمان آن را در SI بنویسید.

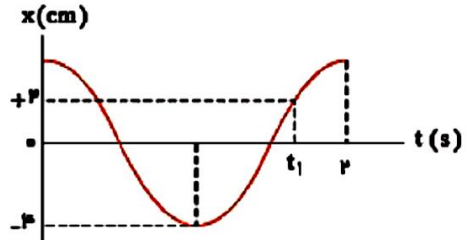


۱۴ نمودار مکان – زمان نوسانگر ساده ای مانند شکل زیر است. معادلهٔ مکان – زمان آن را در SI بنویسید.

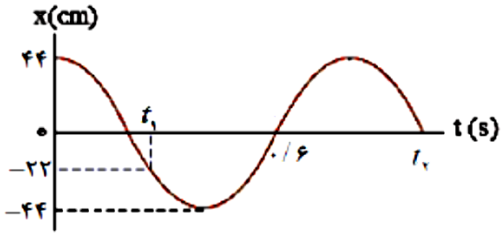


۱۵ **نمودار مکان – زمان نوسانگر ساده ای مانند شکل زیر است. الف)بیشینهٔ سرعت این نوسانگر چند سانتی متر بر ثانیه است؟**

ب) در چه لحظه ای برای دومین بار شتاب نوسانگر صفر می شود؟

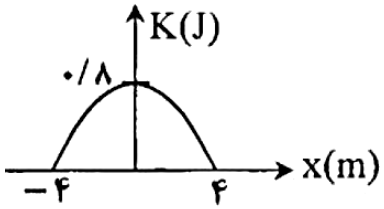


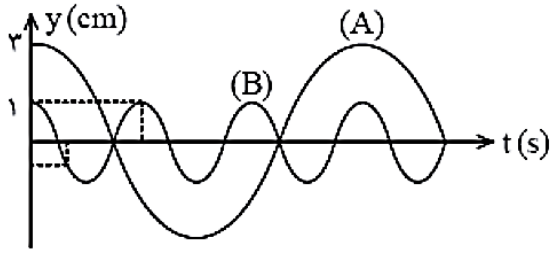
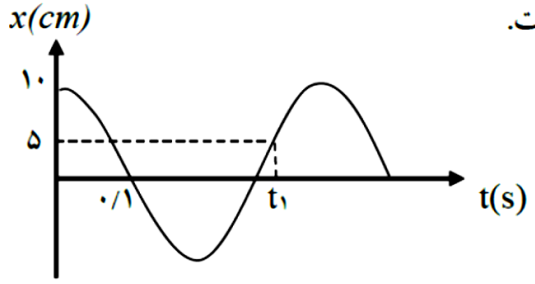
۱۶ **نمودار مکان – زمان نوسانگر ساده ای مانند شکل زیر است. بزرگی سرعت متوسط نوسانگر در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 چند سانتی متر بر ثانیه است؟**

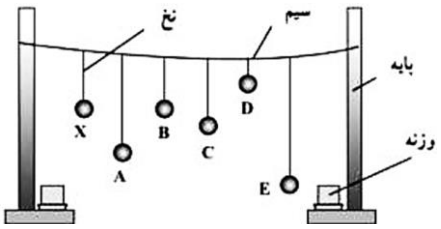


۱۷ الف) نشان دهید تندی بیشینه در حرکت هماهنگ ساده برابر است با $A\omega$.

ب) تندی نوسانگر هماهنگ ساده‌ای که با دامنهٔ ۱۰cm و دورهٔ ۰/۵۰s نوسان می‌کند هنگام عبور از نقطهٔ تعادل چقدر است؟

۱۸	(ت۶) دامنه ی نوسان وزنه ای که به یک فنر با ثابت فنر $۵۰\frac{N}{m}$ متصل است و در راستای افقی نوسان می کند، برابر $۸/۰cm$ است. اگر انرژی پتانسیل این نوسانگر در نقطه ای از مسیر نوسان، $۸/۰\times۱۰^{-۲}J$ باشد، انرژی جنبشی آن در این مکان چقدر است؟ (از نیروی های اتلافی چشم پوشی شود.)
۱۹	نمودار تغییرات انرژی جنبشی یک نوسانگر بر حسب مکان مطابق شکل است. الف) انرژی مکانیکی نوسانگر چند ژول است. ب) اگر جرم نوسانگر $۴۰۰g$ باشد، معادله حرکت نوسانگر را بنویسید. 
۲۰	(ت۷) جسمی به جرم $۱/۰kg$ به فنری افقی با ثابت $۴/۰\frac{N}{cm}$ متصل است. فنر به اندازه $۱۰/۰cm$ فشرده و سپس رها می شود و جسم روی سطح افقی شروع به نوسان می کند. با چشم پوشی از اصطکاک الف) دامنه نوسان و تندی بیشینه ی جسم چقدر است؟ ب) وقتی تندی جسم $۱/۵m/s$ است، انرژی پتانسیل کشسانی آن چقدر است؟
۲۱	(ت۸) معادله حرکت هماهنگ ساده ی یک نوسانگر در SI، $x=(۰/۰۵m)\cos ۲۰\pi t$ است. الف) در چه زمانی، پس از لحظه ی صفر، برای نخستین بار تندی نوسانگر به بیشترین مقدار خود می رسد؟ ب) در چه زمانی، پس از لحظه ی صفر، برای نخستین بار تندی نوسانگر به صفر می رسد؟ ت) تندی نوسانگر چقدر باشد تا انرژی جنبشی نوسانگر برابر با انرژی پتانسیل آن شود؟
۲۲	در لحظه ای که انرژی پتانسیل یک نوسانگر وزنه-فنر ۳ برابر انرژی جنبشی آن است،تندی نوسانگر چند برابر تندی بیشینه آن است؟
۲۳	الف) اگر بیشینه ی سرعت نوسانگر وزنه-فنری دو برابر شود، انرژی کل آن چند برابر می شود؟ ب) توضیح دهید در حرکت هماهنگ ساده وزنه-فنر اگر دامنه نوسان دو برابر شود، چه تغییری در دوره، بیشینه سرعت و انرژی مکانیکی نوسانگر ایجاد می شود؟

۲۴	تمرین(۸۱)؛ شکل زیر نمودار مکان – زمان دو نوسانگر را نشان می دهد. جرم نوسانگر A، دو برابر جرم نوسانگرB می باشد،انرژی مکانیکی نوسانگر A چند برابر انرژی مکانیکی نوسانگر B است؟  پاسخ ۲
۲۵	نمودار حرکت هماهنگ ساده یک نوسانگر وزنه- فنر مطابق شکل است.  الف) معادله حرکت نوسانگر را بنویسید. ب) زمان t۱ را تعیین کنید. پ) هنگامیکه انرژی پتانسیل نوسانگر ۳ برابر انرژی جنبشی آن است، سرعت نوسانگر چقدر است؟
۲۶	معادلهٔ حرکت هماهنگ سادهٔ یک نوسانگر به جرم ۱۰۰ گرم در SI به صورت $x = ۰/۰۲ \cos ۵۰\pi t$ است . الف) بیشینهٔ تندی نوسانگر چند متر بر ثانیه است ؟ ب) انـرژی مکانیکـی نوسانگر چنـد ژول است ؟
۲۷	معادلهٔ حرکت یک نوسانگر هماهنگ ساده در SI به‌صورت $x = ۰/۰۲\cos(۱۰\pi t)$ است. الف) در چه لحظه‌ای پس از لحظهٔ صفر، برای نخستین بار تندی نوسانگر به صفر می‌رسد؟ ب) اندازهٔ بیشترین شتاب حرکت این نوسانگر چقدر است؟ $(\pi^۲ = ۱۰)$
۲۸	آونگ ساده ای به طول یک متر، در محلی که شتاب گرانشی زمین در SI برابر $g = \pi^۲$ است، نوساناتی کم دامنه انجام می دهد. گلوله ی این آونگ در هر دقیقه چند نوسان کامل انجام می دهد؟

۲۹	آونگ ساده ای در ۵۴ ثانیه، ۳۰ نوسان کامل انجام می دهد. طول این آونگ چند سانتی متر است؟ ($g=\pi^2$)
۳۰	(ت۹) الف) ساعتی آونگ دار (با آونگ ساده) در تهران تنظیم شده است. اگر این ساعت به منطقه ای در استوا برده شود، عقب می افتد یا جلو؟ مقدار این عقب یا جلو افتادن در یک شبانه روز چقدر است؟ (در استوا : $g=۹/۷۸\ m/s^2$ و در تهران : $g=۹/۸۰\ m/s^2$) ب) به نظر شما آیا با افزایش دما، یک ساعت آونگ دار جلو می افتد یا عقب؟
۳۱	بیشینهٔ سرعت آونگ ساده ای $\frac{\sqrt{۲}}{۱۰}\frac{m}{s}$ و بیشینهٔ شتاب آن $۰/۲\frac{m}{s^2}$ است. طول آونگ چند متر است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^2})$
۳۲	(ت۱۱) مطابق شکل چند آونگ را از سیمی آویخته ایم. توضیح دهید با به نوسان درآوردن آونگ X ، آونگ های دیگر چگونه نوسان می کنند؟ 
۳۳	در شکل روبرو اگر میله با بسامد زاویه‌ای ۵ rad/s به نوسان درآید کدام آونگ با دامنه بزرگتری به نوسان در می‌آید؟ (باذکر دلیل) $(g\cong ۱۰\ m/s^2)$