

نام و نام خانوادگی:

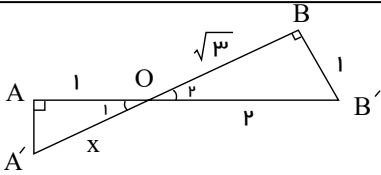
زمان برگزاری:

نام آزمون: ریاضی هندسه کنکوری

تاریخ آزمون:

گروه مشاوره اندیشه جوان

۱- در شکل مقابل دو زاویه A و B قائمه‌اند. مقدار x چقدر است؟



(۷) $\frac{2}{3}\sqrt{3}$

(۱) $\frac{1}{2}\sqrt{3}$

(۴) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{4}{3}$

۲- در یک مثلث قائم الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر، مثلث مفروض را به دو جزء تقسیم می‌کند. اگر مساحت مثلث کوچکتر $\frac{1}{5}$ مساحت مثلث اصلی باشد،

نسبت فواصل پای ارتفاع از دو ضلع قائم آن کدام است؟

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{3}{4}$

(۷) $\frac{2}{3}$

(۱) $\frac{4}{5}$

۳- مثلثی به اضلاع a و b با مثلثی به طول اضلاع ۵ و ۴ و ۳ متشابه است. دو مثلث قابل انطباق نیستند، بیشترین محیط از مثلث اول کدام است؟

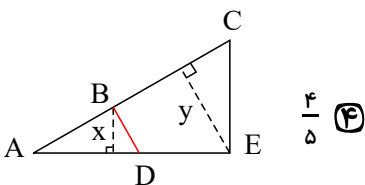
(۴) ۷٫۲

(۳) ۱۰

(۷) ۹

(۱) ۱۳٫۵

۴- در شکل مقابل $AD = ۸$ ، $DE = ۴$ ، $AB = ۶$ و $BC = ۱۰$ ، نسبت $\frac{x}{y}$ کدام است؟



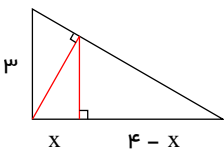
(۴) $\frac{4}{5}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۷) $\frac{5}{9}$

(۱) $\frac{1}{2}$

۵- در شکل مقابل، ارتفاع هر دو مثلث قائم الزاویه رسم شده است. اندازه x کدام است؟



(۷) ۱٫۵۶

(۱) ۱٫۹۶

(۴) ۱٫۴۴

(۳) ۱٫۶۴

۶- در مثلث ABC داریم $\hat{A} = 70^\circ$ ، $\hat{B} = 50^\circ$ و ضلع $AB = 18$ ، در مثلث MNP داریم $\hat{M} = 70^\circ$ ، $\hat{N} = 60^\circ$ ، اگر مساحت مثلث ABC برابر $\frac{9}{4}$ مساحت مثلث MNP باشد، ضلع MP چقدر است؟

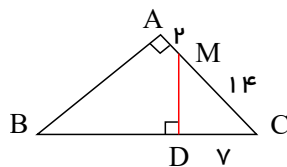
(۴) ۲۷

(۳) ۲۴

(۷) ۱۶

(۱) ۱۲

۷- در شکل مقابل $\hat{A} = \hat{D}$ ، طول BD چند واحد است؟



(۷) ۲۳

(۱) ۲۲

(۴) ۲۵

(۳) ۲۴

۸- اندازه‌ی قاعده‌های یک دوزنقه ۶ و ۹ واحد و طول پاره‌خطی که دو نقطه وسط قاعده‌ها را به هم وصل کند برابر ۱۲ واحد است. فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی دو قطر این دوزنقه از وسط قاعده‌ی کوچکتر چقدر است؟

(۴) ۵٫۴

(۳) ۴٫۸

(۷) ۴٫۲

(۱) ۳٫۶

۹- نسبت مساحت دو مثلث متشابه $\frac{49}{128}$ است. اگر یک ضلع مثلث کوچکتر ۲۱ سانتی‌متر باشد، ضلع متناظر به این ضلع در مثلث بزرگتر چند سانتی‌متر

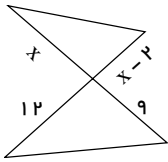
است؟

(۴) $24\sqrt{3}$

(۳) $24\sqrt{2}$

(۷) $21\sqrt{3}$

(۱) $21\sqrt{2}$



۱۰- در شکل مقابل دو مثلث متشابه‌اند، نسبت مساحت آن دو مثلث کدام است؟

(۴) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۷) $\frac{9}{16}$

(۱) $\frac{4}{9}$

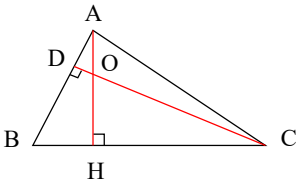
۱۱- اندازه‌ی دوزلع قائم از مثلث قائم الزویه‌ای ۲ و ۶ واحد است. عمودمنصف وتر امتداد ضلع کوچکتر را در M قطع می‌کند. فاصله‌ی M از نزدیکترین راس این مثلث چند واحد است؟

(۴) $\frac{25}{3}$

(۳) $\sqrt{80}$

(۷) ۸

(۱) ۷٫۵



۱۲- در شکل مقابل AH و CD دو ارتفاع مثلث ABC هستند. اگر $\frac{1}{3}OH = AD = 5DO$ ، طول HC کدام است؟

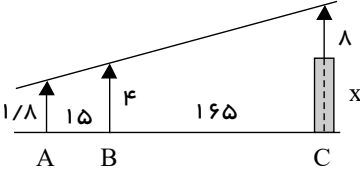
(۷) ۱۷۰

(۱) ۱۶۵

(۴) ۱۸۰

(۳) ۱۷۵

۱۳- در شکل مقابل دکل‌ی به طول ۸ متر بر بالای برجی نصب شده است. دید چشمی ناظر به ارتفاع ۱٫۸ متر، از ارتفاع دکل و تیرک ۴ متری در یک راستا است. بلندی برج چند متر است؟



(۷) ۲۰٫۲

(۱) ۱۹٫۸

(۴) ۲۱٫۲

(۳) ۲۰٫۸

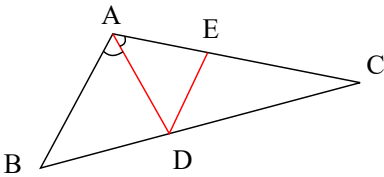
۱۴- در مثلث قائم الزویه ABC ($\hat{A} = \frac{\pi}{3}$) اگر $AC = 2AB$ ، ارتفاع AH رسم شده است. مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث ABH است؟

(۴) ۶

(۳) ۵

(۷) ۴

(۱) ۳



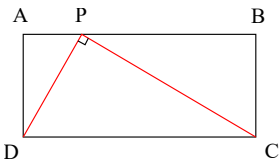
۱۵- در شکل مقابل AD نیمساز زاویه‌ی A است. $DE \parallel AB$ ، اندازه‌ی EC کدام است؟

(۷) ۱۲٫۵

(۱) ۱۲

(۴) ۱۵

(۳) ۱۳٫۵



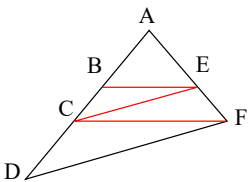
۱۶- در مستطیل شکل مقابل $\hat{P} = 90^\circ$ ، $3AP = BP = 9$ ، طول DP کدام است؟

(۷) $3\sqrt{3}$

(۱) ۵

(۴) ۶

(۳) $4\sqrt{3}$



۱۷- در شکل مقابل $BE \parallel CF$ و $CE \parallel DF$ است. اگر $AB = 5$ و $BC = 3$ ، آنگاه اندازه‌ی CD کدام است؟

(۷) ۴٫۸

(۱) ۴٫۵

(۴) ۵٫۶

(۳) ۵٫۴

۱۸- مثلثی به اضلاع ۵، ۴، a ، با مثلثی به طول اضلاع ۹، ۷، b ، متشابه است. بیشترین مقدار ممکن برای عدد a ، کدام است؟

(۴) $\frac{35}{4}$

(۳) $\frac{36}{5}$

(۷) $\frac{45}{7}$

(۱) $\frac{36}{7}$

۱۹- در مثلث ABC به اضلاع $AB = 6$ و $AC = 4$ و $BC = 4$ نقاط D و E و F را به ترتیب بر AB و BC و AC انتخاب کرده‌ایم. اگر چهارضلعی $ADEF$ لوزی باشد، طول AD کدام است؟

(۴) $\frac{12}{5}$

(۳) ۳

(۷) $\frac{5}{2}$

(۱) ۲

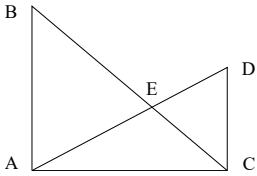
۲۰- اگر دو چند ضلعی متشابه باشند همواره:

(۷) زوایایشان نظیر به نظیر مساوی است.

(۱) اضلاعشان نظیر به نظیر مساوی است.

(۴) اضلاعشان نظیر به نظیر بر یکدیگر عمودند.

(۳) اضلاع نظیرشان موازی است.



۲۱- در شکل مقابل $CD \perp AC$ و $AB \perp AC$ می باشد. کدام دو مثلث متشابه اند؟

- (۱) ABC و ACD (۲) ABC و ABE
 (۳) ABE و CDE (۴) ACE و CDE

۲۲- نسبت مساحت های دو پنج ضلعی منتظم برابر با $\frac{4}{9}$ است. اگر اندازه ی ضلع یکی از آن ها ۶ باشد، اندازه ی ضلع دیگر برابر کدام است؟

- (۱) ۸ یا ۴ (۲) ۹ یا ۴ (۳) ۸ یا ۹ (۴) ۱۲ یا ۵

۲۳- واسطه ی هندسی بین دو عدد $2^3 \times 5 \times 7^2$ و $2 \times 5^3 \times 11^2$ کدام عدد است؟

- (۱) ۷۷۰۰ (۲) ۷۸۰۰ (۳) ۸۵۰۰ (۴) ۸۷۰۰

۲۴- واسطه ی هندسی اعداد $\sqrt{3}$ و $\frac{\sqrt{3}}{4}$ کدام عدد است؟

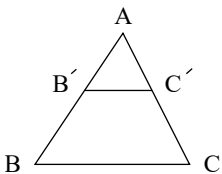
- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۲۵- در مثلث ABC ، نقطه ی E روی AB و بین A و B و F روی AC و بین A و C می باشد. در کدام حالت دو مثلث ABC و AEF متشابه اند؟

- (۱) $AE = 3$ و $FC = 4$ و $EB = 5$ و $AF = 2$ (۲) $AE = 6$ و $FC = 6$ و $EB = 10$ و $AF = 4$
 (۳) $AE = 10$ و $FC = 2$ و $EB = 3$ و $AF = 7$ (۴) $AE = 6$ و $FC = 8$ و $EB = 4$ و $AF = 12$

۲۶- اگر نسبت مساحت های دو مثلث متشابه k^2 باشد، آن گاه نسبت محیط های آن ها کدام است؟

- (۱) $\frac{k}{3}$ (۲) k (۳) $k+3$ (۴) $3k$



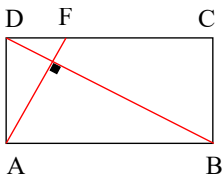
۲۷- در شکل زیر $BC \parallel B'C'$ و $AB = 10 \text{ cm}$ و $AB' = 3 \text{ cm}$ ، AC' چند برابر CC' است؟

- (۱) $\frac{3}{10}$ (۲) $\frac{4}{10}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{7}{10}$

۲۸- در مثلث متساوی الاضلاع به ضلع واحد مربعی محاط کرده ایم. طول ضلع این مربع کدام است؟

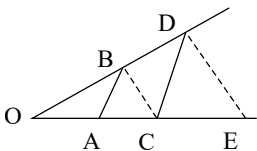
- (۱) $2\sqrt{2} - 2$ (۲) $2\sqrt{3} - 3$ (۳) $\sqrt{3} - 1$ (۴) $4 - 2\sqrt{3}$

۲۹- در شکل زیر چهارضلعی $ABCD$ یک مستطیل است. F نقطه ای است روی ضلع DC به طوری که $AF \perp BD$. اگر $AB = 3AD$ باشد، DC چند برابر DF است؟



- (۱) ۸ (۲) ۹
 (۳) ۴ (۴) ۶

۳۰- در شکل زیر $AB \parallel CD$ و $BC \parallel DE$ و $OA = 4$ و $AC = 6$ است. اندازه ی CE کدام است؟



- (۱) ۱۲ (۲) ۱۵
 (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

۳۱- مثلثی به اضلاع ۳ و ۵ و ۷ با مثلثی به اضلاع ۵ و x و y متشابه است. اگر $x, y > 5$ باشند، $x + y$ کدام است؟

- (۱) $\frac{58}{3}$ (۲) ۲۰ (۳) $\frac{61}{3}$ (۴) ۲۱

۳۲- کدام دو شکل همواره متشابه نیستند؟

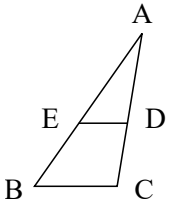
- (۱) هر دو مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین (۲) هر دو لوزی که یک زاویه برابر داشته باشند.
 (۳) هر دو شش ضلعی منتظم (۴) هر دو مستطیل

۳۳- در یک مثلث قائم‌الزاویه از وسط وتر عمودی بر ضلع قائم فرود می‌آوریم تا مثلث جدیدی حاصل شود. مساحت مثلث اصلی چند برابر مساحت مثلث جدید است؟

- ۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۳

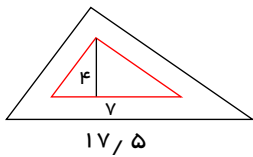
۳۴- ارتفاع مثلث قائم‌الزاویه ABC و $\angle A = 90^\circ$ و HK ارتفاع مثلث AHB می‌باشند. کدام دو مثلث متشابه نیستند؟

- ۱) ABC و AKC ۲) AHB و AHC ۳) AHK و BHK ۴) ABH و AHK



۳۵- در شکل مقابل $\angle B = \angle E$ و $AE = 8$ و $ED = 6$ و $BC = 9$ است. طول BE کدام است؟

- ۱) ۴ ۲) ۴٫۲ ۳) ۴٫۴ ۴) ۴٫۶

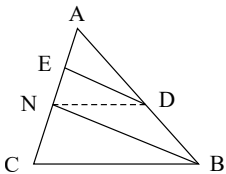


۳۶- اضلاع مثلث کوچک تر موازی اضلاع مثلث بزرگ تر است. مساحت مثلث بزرگ تر کدام است؟

- ۱) ۷۷٫۵ ۲) ۷۸٫۵ ۳) ۸۷٫۵ ۴) ۸۸٫۵

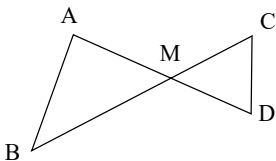
۳۷- اندازه‌ی محیط‌های دو مثلث متشابه به ترتیب ۱۵ و ۸ واحد است. اگر مساحت مثلث بزرگ تر ۲۵ واحد مربع باشد، مساحت مثلث کوچک تر کدام است؟

- ۱) $7\frac{1}{9}$ ۲) $6\frac{1}{9}$ ۳) $7\frac{2}{9}$ ۴) $6\frac{2}{9}$



۳۸- در شکل مقابل $DN \parallel BC$ و $DE \parallel BN$ و $AE = 4$ و $EN = 6$ ، اندازه‌ی AC کدام است؟

- ۱) ۱۸ ۲) ۲۰ ۳) ۲۴ ۴) ۲۵



۳۹- در شکل مقابل $AB \parallel CD$ و $\frac{AM}{AD} = \frac{3}{5}$ می‌باشد. نسبت مساحت‌های دو مثلث در شکل کدام است؟

- ۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{2}{5}$ ۳) $\frac{4}{9}$ ۴) $\frac{9}{25}$

۴۰- طول اضلاع یک مثلث ۱۱ و ۵ و ۷ سانتی‌متر و طول کوچک‌ترین ضلع مثلثی متشابه با مثلث اولی، ۲۲٫۵ سانتی‌متر است. محیط مثلث دوم کدام است؟

- ۱) ۱۰۲ ۲) ۱۰۲٫۵ ۳) ۱۰۳ ۴) ۱۰۳٫۵

۴۱- در دوزنقه‌ای اندازه‌ی قاعده‌ها ۹ و ۴ واحد و طول ساق‌ها ۶ و ۵ واحد است. محیط مثلثی که از امتداد ساق‌ها در بیرون دوزنقه تشکیل شود، کدام است؟

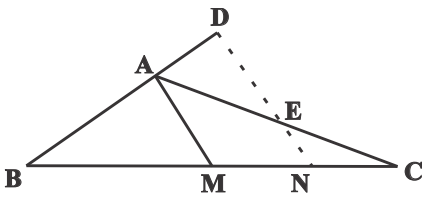
- ۱) ۱۱٫۴ ۲) ۱۱٫۶ ۳) ۱۲٫۲ ۴) ۱۲٫۸

۴۲- در یک دایره به مرکز O ، شعاع OA را به اندازه خود تا نقطه B امتداد می‌دهیم. از نقطه B بر مماس دلخواه دایره عمود BD را فرود می‌آوریم. اگر $\widehat{ADB} = 34^\circ$ باشد، زاویه \widehat{OAD} چند درجه است؟

- ۱) ۶۸ ۲) ۷۳ ۳) ۱۰۲ ۴) ۱۴۶



۴۳- در مثلث $(AB = \frac{2}{3}AC)ABC$ ، پاره خط ND موازی میانه AM است. نسبت $\frac{AD}{AE}$ کدام است؟



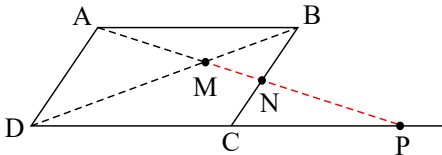
(۱) $\frac{5}{9}$

(۱) $\frac{4}{9}$

(۲) $\frac{4}{5}$

(۳) $\frac{2}{3}$

۴۴- در شکل روبه‌رو، $ABCD$ متوازی الاضلاع است. حاصل $MP \times MN$ برابر کدام است؟



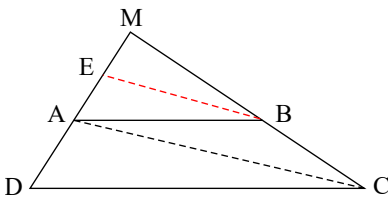
(۱) AD^2

(۱) AB^2

(۲) MA^2

(۳) MD^2

۴۵- در دوزنقه $ABCD$ ، پاره خط BE موازی قطر AC است. اگر $AD = 7$ و $AE = 3$ باشد، فاصله MD کدام است؟



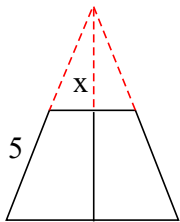
(۱) ۱۲

(۲) ۱۲٫۲۵

(۳) ۱۲٫۵

(۴) ۱۲٫۷۵

۴۶- در یک دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین، طول قاعده‌ها ۱۵ و ۹ واحد و اندازه‌ی ساق‌ها ۵ واحد است. فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی دو ساق این دوزنقه از قاعده‌ی کوچک‌تر چند واحد است؟



(۱) ۵

(۲) ۶

(۱) ۵

(۳) ۷

۴۷- در صفحه‌ی یک مثلث چند نقطه می‌توان یافت که از سه ضلع آن مثلث یا امتداد آن‌ها به یک فاصله باشد؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۴۸- اگر مثلثی متساوی‌الساقین باشد، طول ارتفاع وارد بر قاعده برابر کدام است؟

- (۱) طول نیمساز زاویه‌ی مقابل قاعده (۲) طول میانه‌ی یک ضلع دیگر (۳) طول شعاع دایره‌ی محیطی مثلث (۴) نصف طول قاعده

۴۹- در مثلث متساوی‌الساقین $(AB = AC)ABC$ ، نیمساز خارجی \hat{A} و نیمساز داخلی \hat{B} در نقطه‌ی D متقاطعند، طول پاره خط AD برابر کدام جزء مثلث است؟

- (۱) AC (۲) طول نیمساز داخلی \hat{B} (۳) BC (۴) شعاع دایره محیطی

۵۰- اگر در مثلث متساوی‌الساقین ABC ، طول نیمساز داخلی زاویه‌ی B برابر طول قاعده‌ی BC باشد، زاویه‌ی A برابر است با:

(۱) $\frac{2\pi}{5}$ (۲) $\frac{\pi}{5}$ (۳) $\frac{3\pi}{10}$ (۴) $\frac{\pi}{10}$

۵۱- یک ساق مثلث متساوی‌الساقین $(AB = AC)$ را از طرف رأس A به اندازه خودش ادامه می‌دهیم نقطه‌ی حاصل و قاعده مثلث، چه نوع مثلثی تشکیل می‌دهد؟

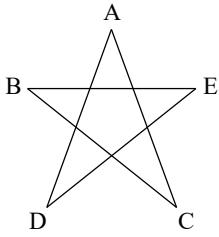
- (۱) قائم‌الزاویه (۲) قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین (۳) متساوی‌الساقین (۴) منفرجه‌الزاویه

۵۲- در مثلث متساوی‌الساقین $(\hat{A} = 32^\circ, AC = AB)ABC$ قاعده‌ی BC را به اندازه‌ی ساق تا نقطه‌ی D امتداد می‌دهیم زاویه‌ی ADC چند درجه است؟

(۱) ۳۶ (۲) ۳۴ (۳) ۳۷ (۴) ۲۹



۵۳- در شکل مقابل مجموع زوایای A و B و C و D و E کدام است؟



- ① 180°
- ② 270°
- ③ کم تر از 180°
- ④ بین 180° و 270°

۵۴- بر قاعده BC از مثلث متساوی الساقین $\triangle ABC$ دو نقطه M و N را چنان اختیار می کنیم که $BM = NC$ باشد. این نقاط را به رأس A وصل می کنیم، مثلث AMN همواره چگونه است؟

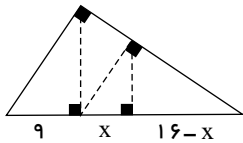
- ① غیر مشخص
- ② متساوی الاضلاع
- ③ متساوی الساقین
- ④ قائم الزویه

۵۵- در مثلث ABC ، داریم $\hat{B} = 50^\circ$ و $\hat{C} = 60^\circ$ نیمساز داخلی زاویه A و عمود منصف ضلع BC در نقطه M متقاطع اند، \widehat{MBC} چند درجه است؟

- ① ۲۵
- ② ۳۰
- ③ ۳۵
- ④ ۴۰

۵۶- درون مثلثی به اضلاع ۹ و ۷ و ۵ واحد، مثلث دیگر طوری رسم می کنیم که اضلاع آن موازی اضلاع مثلث اصلی باشد. اگر بزرگترین ضلع این مثلث ۶ واحد باشد مساحت محدود به این دو مثلث، چند برابر مساحت مثلث کوچکتر است؟

- ① ۰٫۷۵
- ② ۱
- ③ ۱٫۲۵
- ④ ۱٫۵



۵۷- در شکل مقابل، ارتفاع هر سه مثلث قائم الزویه رسم شده است. اندازه x کدام است؟

- ① ۴٫۵۴
- ② ۵٫۳۶
- ③ ۵٫۷۶
- ④ ۶٫۷۵

۵۸- در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت ها $\frac{2}{3}$ نسبت اضلاع است. مساحت مثلث بزرگتر چند برابر مساحت مثلث کوچکتر است؟

- ① ۱٫۵
- ② ۲٫۲۵
- ③ ۲٫۷۵
- ④ ۳

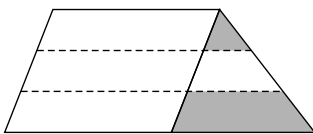
۵۹- در مثلث ABC ، اضلاع $AB = 4$ و $AC = 6$ و $BC = 7$ است. از رأس C خطی موازی میانه AM رسم شده و امتداد BA را در نقطه D قطع کرده است. اندازه BD ، کدام است؟

- ① ۷٫۵
- ② ۸
- ③ ۸٫۵
- ④ ۹

۶۰- در مستطیل $ABCD$ به طول $AB = 17$ ، از نقطه A عمود AH بر قطر BD رسم شده است. اگر $BH = 15$ باشد، طول قطر مستطیل از عدد ۱۹، چقدر بیشتر است؟

- ① $\frac{4}{15}$
- ② $\frac{1}{3}$
- ③ $\frac{7}{15}$
- ④ $\frac{3}{5}$

۶۱- یک ساق دوزنقه به سه قسمت مساوی تقسیم شده است. هر چهار پاره خط موازی یکدیگرند. نسبت مساحت دو ناحیه سایه زده، کدام است؟



- ① $\frac{1}{6}$
- ② $\frac{1}{5}$
- ③ $\frac{2}{9}$
- ④ $\frac{1}{4}$

۶۲- در یک دوزنقه، پاره خطی که وسطهای دو ساق را به هم وصل کند، مساحت آن را به نسبت های ۱ و ۲ تقسیم می کند. نسبت قاعده های آن دوزنقه، کدام است؟

- ① $\frac{1}{6}$
- ② $\frac{1}{5}$
- ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{2}{5}$



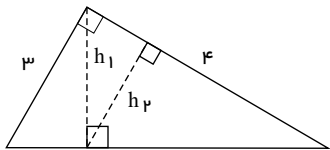
۶۳- در مثلث قائم الزاویه ABC ، اضلاع قائم $AB = 3\sqrt{5}$ و $AC = 6$ ارتفاع AH و میانه AM رسم شده است. مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث AMH است؟

۱۸ (۴)

۱۵ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)



۶۴- در شکل زیر، h_1 و h_2 ارتفاع‌های دو مثلث قائم‌الزاویه هستند. نسبت $\frac{h_2}{h_1}$ کدام است؟

۴ | ۵ (۲)

۴ | ۳ (۴)

۴ | ۵ (۱)

۴ | ۲ (۳)



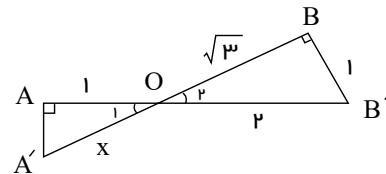
پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲ ابتدا با رابطه فیثاغورس اندازهی OB را بدست می آوریم.

$$OB = \sqrt{4-1} = \sqrt{3}$$

$$\left. \begin{matrix} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ \hat{A} = \hat{B} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle AOA' \sim \triangle OBB' \Rightarrow \triangle OBB'$$

$$\Rightarrow \frac{AA'}{BB'} = \frac{A'O}{OB'} = \frac{AO}{OB} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

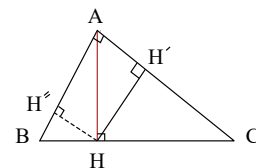


متوسط - سراسری - ۱۳۹۱
گزینه ۴

$$\frac{S_{\triangle ABH}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{5} \rightarrow \begin{cases} S_{\triangle ABH} = S \\ S_{\triangle AHC} = 4S \end{cases}$$

$$\triangle ABH \sim \triangle AHC \text{ (زج)} \rightarrow \frac{S_{\triangle ABH}}{S_{\triangle AHC}} = k^2$$

$$\rightarrow \frac{S}{4S} = k^2 \rightarrow k = \frac{1}{2} \rightarrow \text{نسبت ارتفاعها} = \frac{HH''}{HH'} = k = \frac{1}{2}$$



متوسط - سراسری - ۱۳۹۰
گزینه ۲

چون دو مثلث قابل انطباق نمی باشند یعنی دو مثلث مساوی نیستند و در نتیجه در دو مثلث، اضلاع به طول ۳ نمی توانند متشابه باشند اگر فرض کنیم $a > b$ است یکی از این دو حالت رخ می دهد.

$$\frac{3}{4} = \frac{a}{5} = \frac{b}{3} \rightarrow a = \frac{15}{4}, b = \frac{9}{4} \rightarrow \text{محیط} = 3 + \frac{9}{4} + \frac{15}{4} = 9$$

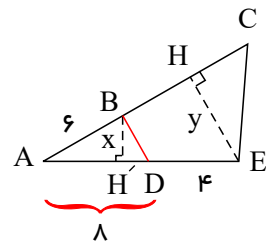
$$\frac{3}{5} = \frac{a}{4} = \frac{b}{3} \rightarrow a = \frac{12}{5}, b = \frac{9}{5} \rightarrow \text{محیط} = 3 + \frac{12}{5} + \frac{9}{5} = 7,2$$

که بیشترین محیط برابر ۹ است.

متوسط - سراسری - ۱۳۹۰

۴ - گزینه ۱ باتوجه به شکل، دو مثلث قائم الزاویهی ABH' و AEH به علت برابری یک زاویهی حادّه (\hat{A}) متشابه هستند. حال نسبت تشابه را می نویسیم:

$$\frac{BH'}{EH} = \frac{AB}{AE} \rightarrow \frac{x}{y} = \frac{6}{8+4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

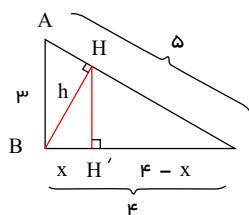


متوسط - سراسری - ۱۳۸۵

گزینه ۵

وتر AC در مثلث قائم الزاویهی ABC به کمک رابطه فیثاغورس بدست می آید.

از طرفی داریم:



$$AC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$BH \times AC = AB \times BC \Rightarrow 5h = 3 \times 4 \Rightarrow h = \frac{12}{5}$$

$$\text{یا } \frac{\text{ارتفاع وارد بر وتر}}{\text{وتر}} = \frac{\text{ضرب دو ضلع قائم}}{5} = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5}$$

$$\triangle BHC : BH^2 = BH' \times BC \Rightarrow \left(\frac{12}{5}\right)^2 = 4x \Rightarrow x = \frac{36}{25} = 1,44$$

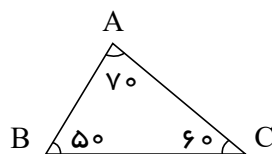
سخت - سراسری - ۱۳۶۰

گزینه ۱

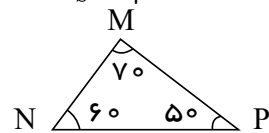
دو مثلث ABC و MNP متشابهند زیرا:



$$\begin{cases} \triangle ABC : A = 70^\circ, B = 50^\circ, C = 60^\circ \\ \triangle MNP : \hat{M} = 70^\circ, \hat{N} = 60^\circ, \hat{P} = 50^\circ \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MNP$$



از طرفی می‌دانیم $\frac{S}{S'} = \left(\frac{AB}{MP}\right)^2$, $\frac{S}{S'} = \frac{9}{4}$

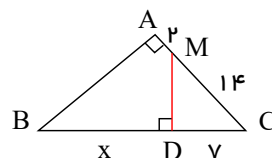


متوسط - سراسری - ۱۳۸۶

۷ - گزینه ۴

$$\frac{AB}{MP} = \sqrt{\frac{9}{4}} \Rightarrow \frac{18}{MP} = \frac{3}{2} \Rightarrow MP = 12$$

$$\left. \begin{matrix} \hat{C} = \hat{C} \\ \hat{D} = \hat{A} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle MDC \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{DC}{AC} = \frac{MC}{BC} \Rightarrow \frac{y}{16} = \frac{14}{7+x} \Rightarrow \frac{1}{16} = \frac{2}{7+x} \Rightarrow 7+x+22 \Rightarrow x=25$$

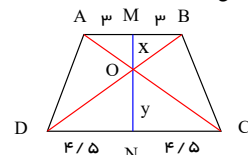


متوسط - سراسری - ۱۳۸۶

۸ - گزینه ۳

خطی که وسط‌های دو قاعده را به هم وصل می‌کند از نقطه‌ی تلاقی دو قطر می‌گذرد.

$$\triangle OMB \sim \triangle OND \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{3}{4.5} \xrightarrow[\text{مخرج}]{\text{ترکیب در}} \frac{x}{x+y} = \frac{3}{7.5} \rightarrow x = 4.8$$



سخت - سراسری - ۱۳۸۵

۹ - گزینه ۳

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{49}{128} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{7}{8\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{21}{a_2} = \frac{7}{8\sqrt{2}} \Rightarrow a_2 = 24\sqrt{2}$$

آسان - سراسری - ۱۳۸۲

۱۰ - گزینه ۱

در دو مثلث متشابه اضلاع متناسب‌اند و نسبت مساحت‌ها برابر با توان دوم نسبت متشابه.

$$\frac{9}{x-2} = \frac{12}{x} \Rightarrow 9x = 12x - 24 \Rightarrow x = 8$$

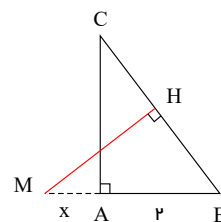
$$\frac{6}{9} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{2}{3} \Rightarrow \text{نسبت متشابه}$$

متوسط - سراسری - ۱۳۸۳

۱۱ - گزینه ۲

$$BC^2 = 36 + 4 \Rightarrow BC = 2\sqrt{10} \Rightarrow BH = CH = \sqrt{10}$$

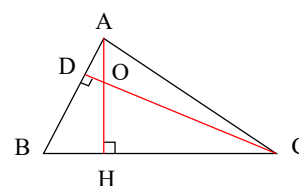
$$\left. \begin{matrix} \angle B = \angle B \\ \angle H = \angle A = 90^\circ \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle BMH \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{BH}{AB} = \frac{BM}{BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{10}}{2} = \frac{X+2}{2\sqrt{10}} \Rightarrow X=8$$



سخت - سراسری - ۱۳۸۴

۱۲ - گزینه ۴ در مثلث قائم الزاویه‌ی AOD و HOC دو زاویه مساوی دارند پس متشابه‌اند.

$$\begin{aligned} \triangle ADO \sim \triangle HOC &\Rightarrow \frac{OH}{OD} = \frac{HC}{AD} = \frac{OC}{OD} \\ \Rightarrow \frac{36}{12} = \frac{HC}{12} &\Rightarrow HC = 5 \times 36 = 180 \end{aligned}$$

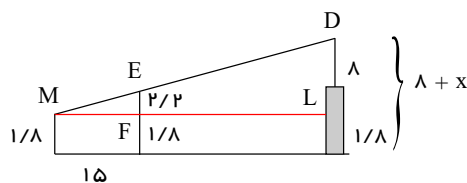


سخت - سراسری - ۱۳۸۲

۱۳ - گزینه ۲ از نقطه‌ی M موازی خطی موازی سطح افق رسم کرده، باتوجه به شکل و قضیه‌ی تالس داریم:

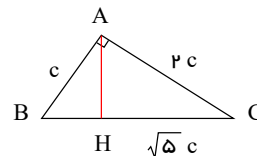


$$EF \parallel DL \Rightarrow \frac{EF}{DL} = \frac{MF}{ML} \Rightarrow \frac{2,2}{\lambda + x - 1,8} = \frac{15}{180} = \frac{1}{12} \Rightarrow x = 20,2$$



متوسط - سراسری - ۱۳۸۷

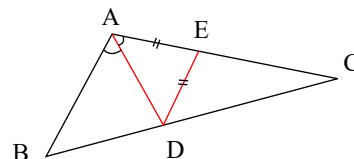
۱۴ - گزینه ۳ بنابر قضیه ی فیثاغورس نتیجه می شود $BC = \sqrt{5}c$ ، داریم:



متوسط - سراسری - ۱۳۸۱

۱۵ - گزینه ۲ بنابر قضیه ی خطوط موازی و مورب نتیجه می گیریم $\hat{D}_1 = \hat{A}_1$ چون AD نیمساز است پس $\hat{D}_2 = \hat{A}_2$ بنابراین $DE = AE$ داریم:

$$\Delta AB = 3AC = 60 \Rightarrow \begin{cases} AC = 20 \\ AB = 12 \end{cases}$$



قضیه تالس

$$DE \parallel AB \longrightarrow \frac{DE}{AB} = \frac{EC}{AC}$$

$$\frac{DE}{12} = \frac{EC}{20} \xrightarrow{DE=AE} \frac{AE}{12} = \frac{EC}{20}$$

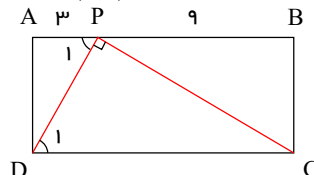
ترکیب در صورت

$$\Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{12}{20} \longrightarrow \frac{AC}{EC} = \frac{32}{20} \Rightarrow \frac{20}{EC} = \frac{32}{20} \Rightarrow EC = 12,5$$

سخت - سراسری - ۱۳۸۱

۱۶ - گزینه ۴ دو زاویه ی \hat{P}_1, \hat{D}_1 بنابر قضیه ی خطوط موازی و مورب مساوی اند. پس دو مثلث قائم الزاویه ADP, PDC متشابه اند.

$$\Delta APD \sim \Delta DPC \Rightarrow \frac{DP}{DC} = \frac{AP}{DP} \Rightarrow DP^2 = AP \cdot DC = 12 \times 3 = 36 \Rightarrow PD = 6$$



روش دوم: بنابر استدلال روش قبل در مثلث قائم الزاویه DPC می توان گفت مربع یک ضلع برابر است با حاصل ضرب وتر در تصویر همان ضلع بر وتر.

اندازه ی AP با اندازه ی تصویر PD بر وتر برابر است، بنابراین:

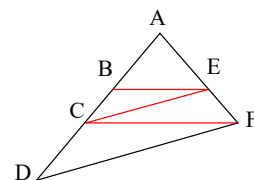
$$PD^2 = AP \times DC = 12 \times 3 = 36 \rightarrow PD = 6$$

سخت - سراسری - ۱۳۸۱

۱۷ - گزینه ۲ اگر CD را برابر x در نظر بگیریم، داریم:

$$\begin{cases} BE \parallel CF \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AF} \\ CE \parallel DF \Rightarrow \frac{AE}{AF} = \frac{AC}{AD} \end{cases} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AD} \Rightarrow AC^2 = AB \times AD \Rightarrow \lambda^2 = 5AD \Rightarrow AD = \frac{64}{5}$$

$$CD = AD - AC = \frac{64}{5} - 8 = \frac{24}{5} = 4,8$$



متوسط - سراسری - ۱۳۸۱

۱۸ - گزینه ۲ چون بیشترین مقدار ممکن برای عدد a را می خواهیم، لذا a با بزرگ ترین ضلع از مثلث دوم متناسب است. حالات زیر را در نظر می گیریم:

$$b < 7 < 9 \Rightarrow \frac{a}{9} = \frac{5}{7} = \frac{4}{b} \Rightarrow a = \frac{45}{7}, b = \frac{28}{5}$$

$$7 < b < 9 \Rightarrow \frac{a}{9} = \frac{5}{b} = \frac{4}{7} \Rightarrow a = \frac{36}{7}, b = \frac{35}{4}$$

$$7 < 9 < b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{5}{9} = \frac{4}{7} \Rightarrow \text{غیر قابل قبول}$$

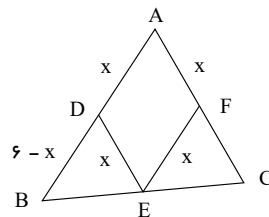
بنابراین بیشترین مقدار a برابر با $\frac{45}{7}$ می باشد.

متوسط - خارج از کشور - ۱۳۹۰



۱۹ - گزینه ۴ با فرض اینکه طول ضلع لوزی x باشد: $AD = x$ و در لوزی $ADFE$ اضلاع $ED \parallel AF$ پس داریم:

$$ED \parallel AC \Rightarrow \frac{DB}{AB} = \frac{ED}{AC} = \frac{6-x}{6} = \frac{x}{4} = 24 - 4x = 6x \Rightarrow x = AD = \frac{12}{5}$$



متوسط - سراسری - ۱۳۷۹

۲۰ - گزینه ۲ با توجه به تعریف تشابه که دو چند ضلعی را متشابه گوئیم وقتی زوایای نظیر مساوی داشته باشند و اضلاع نظیر به نظیر متناسب داشته باشند، گزینه ۲ درست است.
آسان - سراسری - ۱۳۷۹

۲۱ - گزینه ۳ AB و CD هر دو بر AC عمودند و می‌دانیم دو خط عمود بر یک خط موازینند. پس:

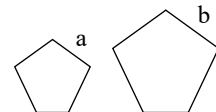
$$AB \parallel DC \Rightarrow \triangle EDC \sim \triangle EAB$$

آسان - سراسری - ۱۳۶۳

۲۲ - گزینه ۲ هر دو پنج ضلعی منتظم متشابه‌اند و نسبت مساحت آن‌ها مجذور نسبت تشابه آن‌هاست، بنابراین:

$$\frac{4}{9} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2}{3} \quad (\text{نسبت تشابه})$$

$$\frac{6}{b} = \frac{2}{3} \Rightarrow b = 9 \quad \text{یا} \quad \frac{a}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow a = 4$$



بستگی به اینکه اگر عدد ۶ اندازه‌ی ضلع کوچک‌تر باشد، ضلع پنج ضلعی بزرگ‌تر ۹ است یا اگر عدد ۶ عدد ضلع بزرگ‌تر باشد، ضلع پنج ضلعی کوچک‌تر ۴ است.

متوسط - سراسری - ۱۳۶۳

۲۳ - گزینه ۱ اگر C واسطه‌ی هندسی بین دو عدد a, b باشد خواهیم داشت:

$$C = \sqrt{ab} = \sqrt{2^2 \times 5 \times 7^2 \times 2 \times 5^3 \times 11^2} = \sqrt{2^4 \times 7^2 \times 5^4 \times 11^2} \Rightarrow C = 2^2 \times 7 \times 5^2 \times 11 = 7700$$

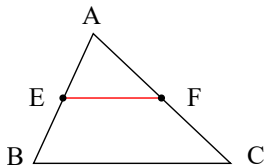
آسان - سراسری - ۱۳۶۴

۲۴ - گزینه ۱ اگر c واسطه‌ی هندسی a و b باشد، داریم:

$$c = \sqrt{ab} = \sqrt{\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

آسان - سراسری - ۱۳۶۶

۲۵ - گزینه ۴ برای اینکه AEF و ABC متشابه باشند باید تناسب $\frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC}$ برقرار باشد. در گزینه ۴ تناسب $\frac{6}{4} = \frac{12}{8}$ برقرار است ولی در مورد بقیه این تناسب برقرار نیست.



متوسط - سراسری - ۱۳۶۶

۲۶ - گزینه ۲

$$\frac{S}{S'} = \left(\frac{2P}{2P'}\right)^2 = k^2 \Rightarrow \frac{2P}{2P'} = k$$

نسبت مساحت دو شکل متشابه مجذور نسبت تشابه آن‌هاست.

آسان - سراسری - ۱۳۶۷

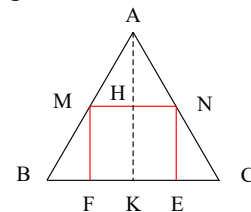
۲۷ - گزینه ۳

$$BC' \parallel BC \Rightarrow \frac{AB'}{BB'} = \frac{AC'}{CC'} \Rightarrow \frac{3}{v} = \frac{AC'}{CC'} \Rightarrow AC' = \frac{3}{v} CC'$$

آسان - سراسری - ۱۳۶۸

۲۸ - گزینه ۲ مطابق شکل ارتفاع AK را رسم کرده داریم:

$$MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AH}{AK}$$



ریاضی هندسه دکوری

اگر طول ضلع مربع را x فرض کنیم با توجه به اینکه در مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a طول ارتفاع $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ است، پس:



$$\frac{MN}{BC} = \frac{AH}{AK} \Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{AK - HK}{AK} \Rightarrow x = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} - x}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

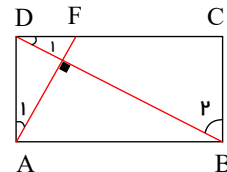
$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{\sqrt{3}}{2} - x \Rightarrow x(\sqrt{3} + 2) = \sqrt{3}$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = 2\sqrt{3} - 3$$

$$\begin{cases} \angle D = \angle C = 90^\circ \\ \angle D_1 = \angle A_1 \end{cases} \Rightarrow \triangle ADF \sim \triangle DBC$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{DF}{BC} = \frac{AF}{DB} \Rightarrow \frac{AD}{3AD} = \frac{DF}{\frac{1}{3}AB}$$

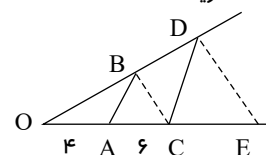
سخت- سراسری- ۱۳۶۹
۲۹- گزینه ۲ $\triangle ADF \sim \triangle DBC$ زیرا دو زاویه مساوی دارند.



پس $DC = 9DF$ بنابراین $AB = 9DF$ و $DF = \frac{1}{9}AB$

نکته: اگر طول مستطیل K برابر عرض مستطیل بود، $DC = K^2 DF$ است.

متوسط- سراسری- ۱۳۶۹
۳۰- گزینه ۲



$$\left. \begin{aligned} AB \parallel CD &\Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} \\ BC \parallel DE &\Rightarrow \frac{OB}{OD} = \frac{OC}{OE} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{OC}{OE} \Rightarrow \frac{4}{10} = \frac{10}{OE} \Rightarrow OE = 25$$

$$CE = 25 - OC = 25 - 10 = 15$$

متوسط- سراسری- ۱۳۷۰
۳۱- گزینه ۲

$$\frac{4}{5} = \frac{5}{x} = \frac{y}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{25}{4} \\ y = \frac{25}{4} \end{cases} \Rightarrow x + y = \frac{25 + 25}{4} = 12.5$$

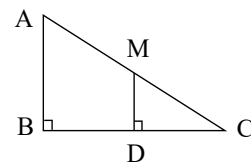
آسان- سراسری- ۱۳۷۳

۳۲- گزینه ۴ هر دو مستطیل دلخواه در حالت کلی متشابه نیستند چون ممکن است اضلاع نظیر متناسب نداشته باشند.

آسان- سراسری- ۱۳۷۳

۳۳- گزینه ۳

$$MD \perp BC \Rightarrow MD \parallel AB \Rightarrow \triangle MCD \sim \triangle ABC$$



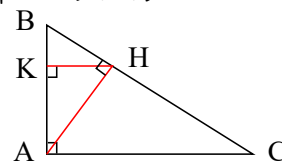
چون نسبت تشابه ۲ است.

$$\frac{S_{ABC}}{S_{MDC}} = \left(\frac{2}{1}\right)^2 = 4$$

آسان- سراسری- ۱۳۷۳

۳۴- گزینه ۱ همواره در هر مثلث قائم الزاویه با رسم ارتفاع وارد بر وتر دو مثلث قائم الزاویه‌ی جدید ایجاد می‌شود که هر دو با مثلث اولیه متشابه هستند. پس داریم:

$$\triangle ABC \sim \triangle ABH \sim \triangle AHC \sim \triangle AKH \sim \triangle HKB$$



پس گزینه‌های ۲ و ۳ و ۴ درست و گزینه‌ی ۱ نادرست است.

آسان- سراسری- ۱۳۷۳

۳۵- گزینه ۱

$$\angle B = \angle E \Rightarrow ED \parallel BC \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{ED}{BC} \Rightarrow \frac{8}{AB} = \frac{6}{9} \Rightarrow AB = 12 \Rightarrow EB = AB - AE = 4$$

آسان- سراسری- ۱۳۷۴



۳۶ - گزینه ۳ اضلاع دو مثلث نظیر به نظیر موازیند پس دو مثلث متشابه اند، بنابراین:

$$\frac{S}{S'} = \left(\frac{7}{17.5}\right)^2 \Rightarrow \frac{4 \times 7}{S'} = \left(\frac{7}{17.5}\right)^2 \Rightarrow S' = \frac{17.5}{2} = 87.5$$

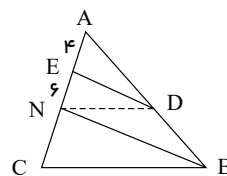
متوسط - سراسری - ۱۳۷۴
گزینه ۱

$$\frac{S}{S'} = \left(\frac{15}{8}\right)^2 \Rightarrow \frac{25}{S'} = \left(\frac{15}{8}\right)^2 \Rightarrow S' = \frac{64}{9} = 7\frac{1}{9}$$

آسان - سراسری - ۱۳۷۸
گزینه ۴

$$ED \parallel NB \Rightarrow \frac{AE}{AN} = \frac{AD}{AB} \quad (1)$$

$$ND \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AN}{AC} \quad (2)$$



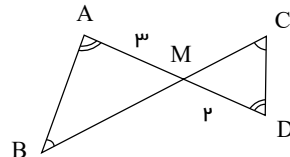
از روابط (۱) و (۲) نتیجه می گیریم $\frac{AE}{AN} = \frac{AN}{AC}$ ، پس:

$$\frac{4}{10} = \frac{10}{AC} \Rightarrow AC = 25$$

متوسط - سراسری - ۱۳۷۹
گزینه ۳ تذکر: وقتی دو مثلث متشابه اند نسبت مساحت آن ها مجذور نسبت تشابه آن هاست.

$$AB \parallel CD \Rightarrow \Delta ABM \sim \Delta MCD \Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{AM}{MD} = \frac{BM}{MC} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{S_{MCD}}{S_{AMB}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$



آسان - سراسری - ۱۳۷۹
گزینه ۴ در دو مثلث متشابه نسبت محیط ها برابر نسبت اضلاع نظیر است.

محیط مثلث اول = $7 + 5 + 11 = 23$

$$\frac{\text{محیط مثلث اول}}{\text{محیط مثلث دوم}} = \frac{a}{a'} \Rightarrow \frac{23}{22.5} = \frac{5}{a'}$$

\Rightarrow محیط مثلث دوم = 103.5

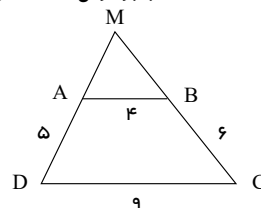
$$AB \parallel DC \Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{AB}{DC} = \frac{MB}{MC} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{MA}{MD} = \frac{4}{9} \xrightarrow{\text{تفصیل در مخرج}} \frac{MA}{5} = \frac{4}{5} \Rightarrow MA = 4$$

$$\frac{MB}{MC} = \frac{4}{9} \xrightarrow{\text{تفصیل در مخرج}} \frac{MB}{6} = \frac{4}{5} \Rightarrow MB = \frac{24}{5} = 4.8$$

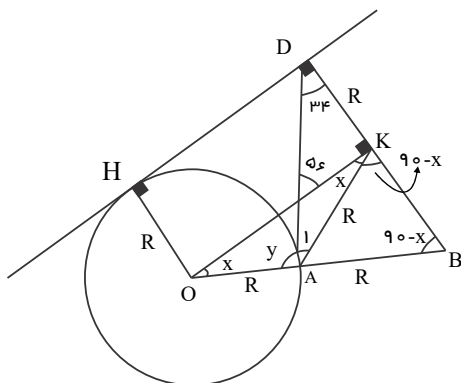
ΔMAB محیط = $MA + MB + AB = 4 + 4 + 4.8 = 12.8$

آسان - سراسری - ۱۳۸۰
گزینه ۴ بنا بر فرض تست شکل زیر را خواهیم داشت.



متوسط - سراسری - ۱۳۹۴
گزینه ۳

بعد از رسم شکل عمود OK را بر BD رسم می کنیم. در این صورت $OHDK$ مستطیل و مثلث OBK قائم الزاویه است و AK میانه وارد بر وتر است بنابراین مثلث های OAK و AKB و AKD متساوی الساقین هستند باتوجه به شکل داریم.





گروه مشاوره اندیشه جوان

$$\left. \begin{aligned} x + y + 56 &= 180 \\ y + 2x + 34 &= 180 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x + 34 - 56 = 0$$

$$\Rightarrow x = 22$$

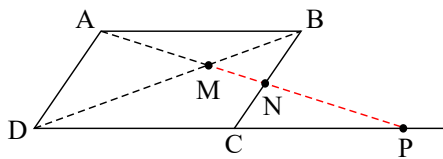
$$x + y + 56 = 180 \xrightarrow{x=22} y = 102$$

سخت- سراسری- ۱۳۹۴
۴۳ - گزینه ۳

$$\left. \begin{aligned} AM \parallel DN &\xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AB}{AD} = \frac{BM}{MN} \\ AM \parallel EN &\xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AE}{AC} = \frac{MN}{MC} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{BM=MC} \frac{AB}{AD} \times \frac{AE}{AC} = \frac{BM}{MN} \times \frac{MN}{MC} = 1 \Rightarrow AB \times AE = AD \times AC$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC} \xrightarrow{\frac{AB}{AC} = \frac{2}{3}} \frac{AD}{AE} = \frac{2}{3}$$

سخت- سراسری- ۱۳۹۴
۴۴ - گزینه ۴



$$\left. \begin{aligned} BN \parallel AD &\xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MN}{AM} = \frac{BM}{MD} \\ AB \parallel DP &\xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BM}{MD} = \frac{AM}{MP} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{MN}{AM} = \frac{AM}{MP}$$

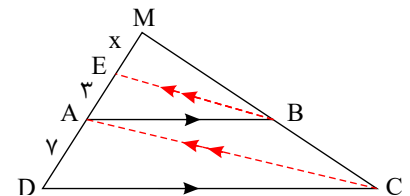
$$\Rightarrow AM^2 = MN \times MP$$

از قضیه تالس به صورت زیر استفاده می کنیم.

سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۴

۴۵ - گزینه ۲ کافی است دو بار از قضیه ی تالس استفاده کنیم:

$$\left\{ \begin{aligned} \triangle MAC : BE \parallel AC &\xrightarrow{\text{تالس}} \frac{ME}{AE} = \frac{MB}{BC} \\ \triangle MDC : AB \parallel CD &\xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MA}{AD} = \frac{MB}{BC} \end{aligned} \right. \Rightarrow \frac{ME}{AE} = \frac{MA}{AD}$$



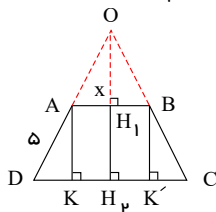
$$\Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{x+3}{7} \Rightarrow 7x = 3x + 9 \Rightarrow 4x = 9 \Rightarrow x = 2,25$$

در نتیجه: $MD = 2,25 + 3 + 7 = 12,25$

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۳

۴۶ - گزینه ۲ اگر ارتفاع های AK و BK' را رسم کنیم آنگاه دو مثلث قائم الزاویه ADK و BK'C همنهشت می شوند پس $DK = K'C$ داریم:

$$DK = \frac{CD - AB}{2} = \frac{15 - 9}{2} = 3$$



$$\text{در مثلث قائم الزاویه DAK داریم: } AK = \sqrt{AD^2 - DK^2} = \sqrt{25 - 9} = 4 \Rightarrow H_1 H_2 = 4$$

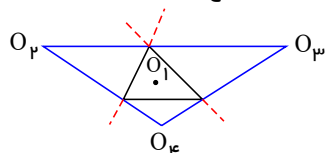
در مثلث قائم الزاویه DAK داریم:

از طرفی $AB \parallel DC$ است پس در مثلث تالس می نویسیم:

$$\triangle ODH_2 : \frac{OH_1}{OH_2} = \frac{AH_1}{DH_2} \Rightarrow \frac{x}{x+4} = \frac{9}{15} \Rightarrow 5x = 3x + 12 \Rightarrow x = 6$$

سخت- خارج از کشور- ۱۳۸۵

۴۷ - گزینه ۴ می دانیم هر نقطه روی نیمساز از اضلاع زاویه به یک فاصله می باشد پس نقطه تلاقی نیمساز های مثلث از سه ضلع به یک فاصله است.



یک نقطه محل تلاقی سه نیمساز داخلی (O_1)

و سه نقطه محل تلاقی هر دو نیمساز خارجی (O_2, O_3, O_4)

سان- سراسری- ۱۳۸۰

۴۸ - گزینه ۱ در مثلث متساوی الساقین میانه، ارتفاع و نیمساز وارد بر قاعده بر هم منطبق اند و یقیناً هم طولند.

سان- سراسری- ۱۳۷۹

۴۹ - گزینه ۱

$$\hat{A}_1 = 180^\circ - 2x, \hat{A}_2 = x$$

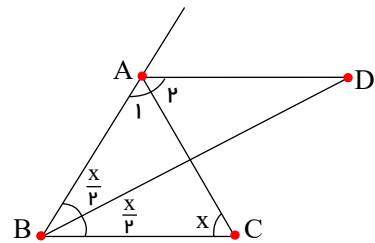
در مثلث ABD فرض می کنیم:

در مثلث ABD داریم:



$$\frac{\widehat{B}}{2} + \widehat{A}_1 + \widehat{A}_2 + \widehat{D} = 180^\circ \Rightarrow \frac{x}{2} + (180 - 2x) + x + \widehat{D} = 180 \Rightarrow \widehat{D} = \frac{x}{2}$$

$$\frac{\widehat{B}}{2} = \widehat{D} \Rightarrow AB = AD = AC$$



سخت - سراسری - ۱۳۷۹

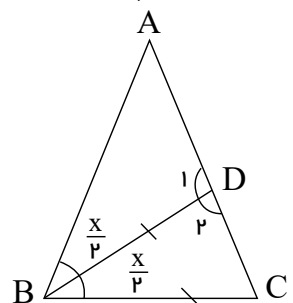
۵۰ - گزینه ۲ اندازه \widehat{B} و \widehat{C} را x فرض می‌کنیم.

$$BD = BC \Rightarrow \widehat{C} = \widehat{D}_1 \Rightarrow \widehat{D}_1 = x$$

$$\frac{\widehat{B}}{2} + \widehat{C} + \widehat{D}_1 = 180^\circ \Rightarrow \frac{x}{2} + x + x = 180^\circ$$

$$x = 72^\circ \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{C} = 72^\circ \Rightarrow \widehat{A} = 36^\circ$$

در مثلث BCD داریم:



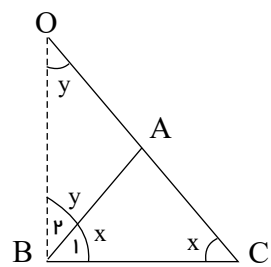
متوسط - سراسری - ۱۳۷۹

۵۱ - گزینه ۱

$$AB = AC \Rightarrow \widehat{B}_1 = \widehat{C} = x$$

$$AO = AB \Rightarrow \widehat{O} = \widehat{B}_2 = y$$

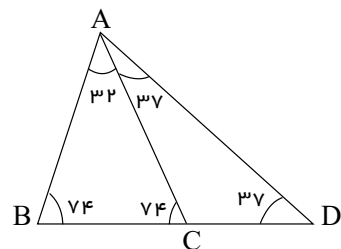
$$\widehat{O} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ \Rightarrow y + (x + y) + x = 180^\circ \Rightarrow 2y + 2x = 180 \Rightarrow x + y = 90^\circ$$



متوسط - سراسری - ۱۳۷۹

۵۲ - گزینه ۳

$$\left. \begin{aligned} \widehat{ACB} &= \frac{180^\circ - 32^\circ}{2} = 74^\circ \\ \widehat{ACD} \text{ زاویه خارجی مثلث } \widehat{ACB} \end{aligned} \right\} \widehat{ADC} = \frac{\widehat{ACB}}{2} \Rightarrow \widehat{ADC} = \frac{74^\circ}{2} = 37^\circ$$



متوسط - سراسری - ۱۳۸۱

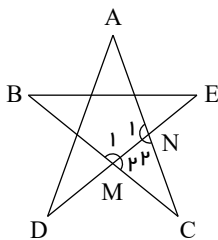
۵۳ - گزینه ۱

$$\widehat{M}_2 = \widehat{E} + \widehat{B} \text{ : مثلث } \triangle MEB \text{ است}$$

$$\widehat{N}_2 = \widehat{A} + \widehat{D} \text{ : مثلث } \triangle ADN \text{ است}$$

و در مثلث $\triangle MNC$ داریم:

$$\widehat{C} + \widehat{M} + \widehat{N} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{C} + \widehat{A} + \widehat{D} + \widehat{E} + \widehat{B} = 180^\circ$$

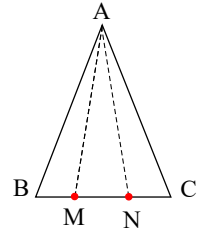


سخت - سراسری - ۱۳۷۳



۵۴ - گزینه ۳

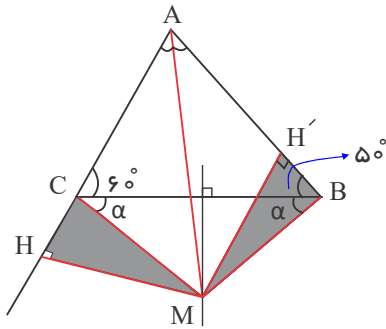
$$\begin{cases} AB = AC \\ BM = NC \\ \hat{B} = \hat{C} \end{cases} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \triangle ABM \cong \triangle ANC \xrightarrow{\text{تساوی اجزای متناظر}} AM = AN$$



آسان - سراسری - ۱۳۷۹

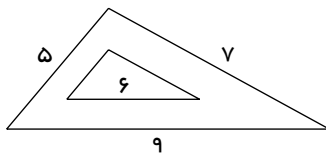
۵۵ - گزینه ۳

برای حل این تست بهتر است ابتدا به تعریف‌های عمود منصف و نیمساز اشاره کنیم.
 (۱) عمود منصف هر پاره خط مکان هندسی نقاطی از صفحه است که فاصله‌شان از دو سر پاره‌خط یکسان باشد.
 (۲) نیم سازه هر زاویه، مکان هندسی نقاطی از صفحه است که فاصله‌شان از دو ضلع زاویه یکسان باشد.



از نقطه‌ی M محل تلاقی عمود منصف ضلع BC و نیمساز \hat{A} به B و C وصل می‌کنیم، پس طبق (۲) $MC = MB$ همچنین از M دو عمود MH و MH' را بر اضلاع AC و AB رسم می‌کنیم، پس طبق (۱) $MH = MH'$ ، در نتیجه، مثلث‌های قائم‌الزاویه MBH' و MCH به حالت وتر و یک ضلع همنهشت‌اند. پس $\widehat{H'CM} = \widehat{HBM} = 50^\circ + \alpha$
 $\widehat{H'CM} + \widehat{MCA} = 180^\circ \Rightarrow (50^\circ + \alpha) + (60^\circ + \alpha) = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 35^\circ$

سخت - خارج از کشور - ۱۳۶۰



۵۶ - گزینه ۳ دو مثلث با یکدیگر متشابه هستند و اگر مساحت مثلث بزرگ‌تر را S و مساحت مثلث کوچک‌تر را S' بنامیم، داریم:

$$\frac{S}{S'} = K^2 \rightarrow \frac{S}{S'} = \left(\frac{9}{6}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

نسبت تشابه

$$\frac{\text{مساحت محدود به دو مثلث}}{\text{مساحت مثلث کوچکتر}} = \frac{S - S'}{S'} = \frac{S}{S'} - 1 = \frac{9}{4} - 1 = \frac{5}{4} = 1,25$$

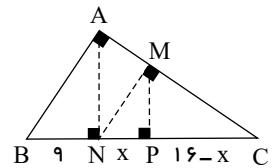
تفکیک

متوسط - خارج از کشور - ۱۳۹۵

۵۷ - گزینه ۳ MN و AB موازی هم و MP و AN نیز موازی هم می‌باشند.

$$\triangle ABC : MN \parallel AB \xrightarrow{\text{قضیه‌ی تالس}} \frac{CM}{MA} = \frac{CN}{NP} = \frac{16}{9} \quad (I)$$

$$\triangle ACN : MP \parallel AN \xrightarrow{\text{قضیه‌ی تالس}} \frac{CM}{MA} = \frac{CP}{PN} = \frac{16-x}{x} \quad (II)$$



نسبت $\frac{CM}{MA}$ در هر دو تناسب وجود دارد

$$I, II \rightarrow \frac{16}{9} = \frac{16-x}{x} \rightarrow 16x = 144 - 9x \rightarrow 25x = 144$$

$$\rightarrow x = \frac{144}{25} = \frac{576}{100} = 5,76$$

سخت - خارج از کشور - ۱۳۸۶

۵۸ - گزینه ۲ در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت‌ها برابر با مجذور نسبت تشابه این دو مثلث است.

نسبت تشابه مثلث بزرگ‌تر به کوچک‌تر $k = \frac{2}{3} \rightarrow k^2 = \frac{4}{9} \rightarrow$ نسبت تشابه مثلث‌ها $\frac{2}{3} = \frac{4}{9}$

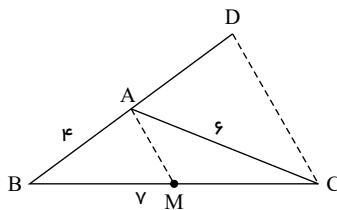
پس: $\frac{\text{مساحت مثلث بزرگ}}{\text{مساحت مثلث کوچک}} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} = 2,25$

آسان - خارج از کشور - ۱۳۸۶



۵۹ - گزینه ۲

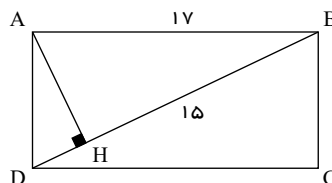
شکل مسئله را رسم می‌کنیم:



$$AM \parallel DC \rightarrow \frac{BA}{BD} = \frac{BM}{BC} \rightarrow \frac{۴}{BD} = \frac{۳,۵}{۷} = \frac{۱}{۲} \rightarrow BD = ۸$$

آسان - خارج از کشور - ۱۳۹۸
گزینه ۱

شکل مسئله را رسم می‌کنیم:



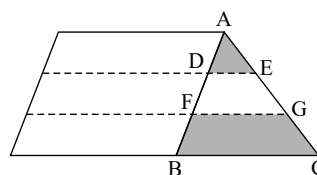
$$(AB)^2 = BH \cdot BD \rightarrow ۲۸۹ = ۱۵BD \rightarrow BD = \frac{۲۸۹}{۱۵}$$

$$\frac{۲۸۹}{۱۵} - ۱۹ = \frac{۲۸۹ - ۲۸۵}{۱۵} = \frac{۴}{۱۵}$$

اکنون می‌خواهیم بدانیم این عدد چقدر از ۱۹ بیشتر است پس:

آسان - خارج از کشور - ۱۳۹۸
گزینه ۲

روش اول:



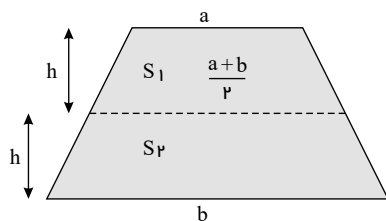
طبق قضیه تالس $\frac{DE}{BC} = \frac{۱}{۳}$ و $\frac{FG}{BC} = \frac{۲}{۳}$ است.

$$\frac{S_{ADE}}{S_{FGCB}} = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)(h)(DE)}{\left(\frac{1}{2}\right)(h)(FG + BC)} = \frac{DE}{FG + BC} = \frac{\frac{1}{3}BC}{\frac{2}{3}BC + BC} = \frac{\frac{1}{3}BC}{\frac{5}{3}BC} = \frac{1}{5}$$

روش دوم:

نسبت مساحت‌های محصور بین خطوط موازی، ۱ به ۳ به ۵ به ۷ به ۹ به ... است پس طبق این توضیح، خواسته مسئله برابر $\frac{1}{5}$ است.

متوسط - خارج از کشور - ۱۳۹۸



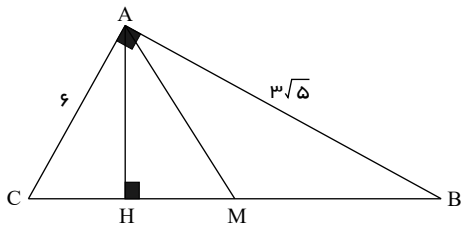
گزینه ۲ اندازه پاره خطی که وسط‌های دو ساق دوزنقه را به هم وصل می‌کند برابر میانگین دو قاعده است.

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{\left(a + \frac{a+b}{2}\right)\left(h\right)\left(\frac{1}{2}\right)}{\left(b + \frac{a+b}{2}\right)\left(h\right)\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{3a+b}{3b+a} = \frac{1}{2} \rightarrow 6a + 2b = 3b + a \rightarrow 5a = b$$

یعنی نسبت قاعده‌های دوزنقه، ۱ به ۵ است.

سخت - سراسری - ۱۳۹۸
گزینه ۴

ابتدا شکل مسأله را رسم می‌کنیم:

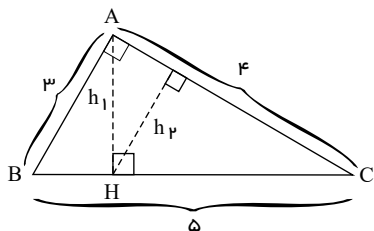


$$\triangle ABC : (AC)^2 + (AB)^2 = (BC)^2 \rightarrow 36 + 45 = (BC)^2 \rightarrow 81 = (BC)^2 \rightarrow BC = 9 \rightarrow BM = CM = 4,5$$

می دانیم : $(AB)^2 = BH \cdot BC \rightarrow 45 = 9BH \rightarrow BH = 5 \rightarrow MH = 0,5$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{AMH}} = \frac{(\frac{1}{2})(h)(BC)}{(\frac{1}{2})(h)(MH)} = \frac{9}{0,5} = 18$$

سخت- سراسری- ۱۳۹۸
۶۴ - گزینه ۲



دو مثلث AHC و ABC متشابه هستند (دو زاویه مساوی) بنابراین نسبت تشابه آنها همان نسبت ارتفاعها است.

$$k = \frac{h_1}{h_2} = \frac{BC}{AC} = \frac{5}{4} \rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{4}{5}$$

متوسط- سراسری- ۱۳۹۸

پاسخنامه کلیدی

| | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| ۱ - ۲ | ۱۱ - ۲ | ۲۱ - ۳ | ۳۱ - ۲ | ۴۱ - ۴ | ۵۱ - ۱ | ۶۱ - ۲ |
| ۲ - ۴ | ۱۲ - ۴ | ۲۲ - ۲ | ۳۲ - ۴ | ۴۲ - ۳ | ۵۲ - ۳ | ۶۲ - ۲ |
| ۳ - ۲ | ۱۳ - ۲ | ۲۳ - ۱ | ۳۳ - ۳ | ۴۳ - ۳ | ۵۳ - ۱ | ۶۳ - ۴ |
| ۴ - ۱ | ۱۴ - ۳ | ۲۴ - ۱ | ۳۴ - ۱ | ۴۴ - ۴ | ۵۴ - ۳ | ۶۴ - ۲ |
| ۵ - ۴ | ۱۵ - ۲ | ۲۵ - ۴ | ۳۵ - ۱ | ۴۵ - ۲ | ۵۵ - ۳ | |
| ۶ - ۱ | ۱۶ - ۴ | ۲۶ - ۲ | ۳۶ - ۳ | ۴۶ - ۲ | ۵۶ - ۳ | |
| ۷ - ۴ | ۱۷ - ۲ | ۲۷ - ۳ | ۳۷ - ۱ | ۴۷ - ۴ | ۵۷ - ۳ | |
| ۸ - ۳ | ۱۸ - ۲ | ۲۸ - ۲ | ۳۸ - ۴ | ۴۸ - ۱ | ۵۸ - ۲ | |
| ۹ - ۳ | ۱۹ - ۴ | ۲۹ - ۲ | ۳۹ - ۳ | ۴۹ - ۱ | ۵۹ - ۲ | |
| ۱۰ - ۱ | ۲۰ - ۲ | ۳۰ - ۲ | ۴۰ - ۴ | ۵۰ - ۲ | ۶۰ - ۱ | |