

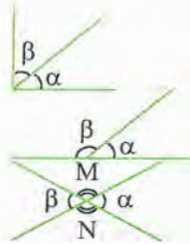


مطالب لازم برای حل تست‌های کنکور (بدون اندکی مطلب چرت و پرت)

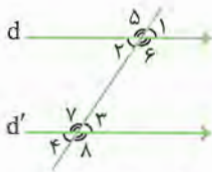
$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 90^\circ$$

$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180^\circ$$

$$\hat{M} = \hat{N}, \hat{\alpha} = \hat{\beta}$$



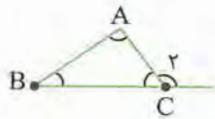
- دو زاویه متمم:
  - دو زاویه مکمل:
  - دو زاویه متقابل به رأس:
- انواع زاویه:



$$d \parallel d' \Rightarrow \begin{cases} \hat{1} = \hat{2} = \hat{3} = \hat{4} \\ \hat{5} = \hat{6} = \hat{7} = \hat{8} \end{cases}$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\hat{C}_2 = \hat{A} + \hat{B}$$



۱- مجموع زوایای داخلی می‌شود  $180^\circ$

۲- زاویه خارجی برابر با مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور

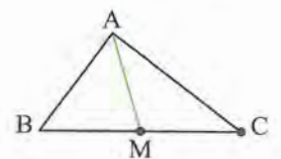
قضیه‌ی خطوط موازی و مورب:

دو قضیه مهم تو مثلث

اجزای داخلی مثلث

۱- میانه (AM)

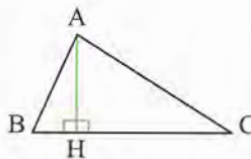
از رأس به وسط ضلع مقابل



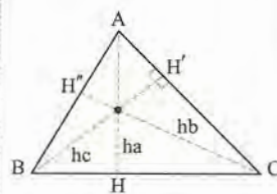
$$\Delta ABM = \Delta AMC$$

۲- ارتفاع (AH)

از رأس عمود به ضلع مقابل

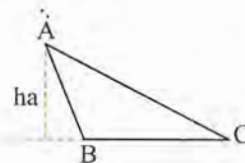


\* مثلث سه تا ارتفاع داره



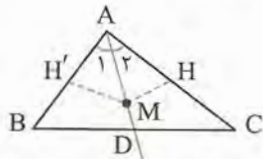
\* تو مثلث قائم‌الزاویه دو ضلع قائمه خودشون ارتفاع هستن.

\* اگه یه زاویه‌ی بیش‌تر از  $90^\circ$  باشه مثلث ارتفاع خارجی داره.



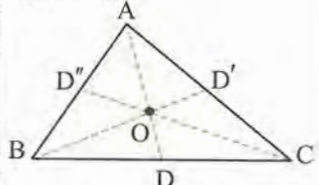
۳- نیمساز (AD)

هر زاویه رو نصف می‌کنه.



\* هر نقطه روی نیمساز از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.

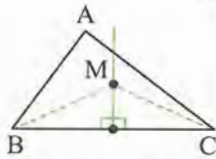
$$MH = MH'$$



\* محل تلاقی نیمسازها (O) از سه ضلع مثلث به یک فاصله است البته ما سه تا نیمساز خارجی هم داریم که سه نقطه دیگه مثل (O) بیرون مثلث به وجود میان.

۴- عمود منصف (Δ)

از وسط ضلع عمود به سمت بالا



\* هر نقطه روی عمودمنصف از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است یعنی:

$$MB = MC$$

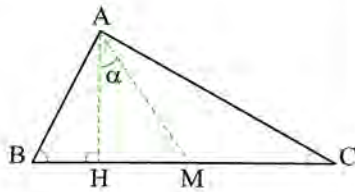
\* مثل میانه و ارتفاع و نیمساز قطعاً ما تو هر مثلث سه تا عمود منصف هم داریم.

\* ۶ مثلثی که تشکیل شدن هم مساحت محل تلاقی مرکز ثقل مثلث است.

$$AG = 2GM \Rightarrow \begin{cases} AG = \frac{2}{3} AM \\ GM = \frac{1}{3} AM \end{cases}$$

و دو میانه‌ی دیگه هم به همین ترتیب

۳- قائم الزویه

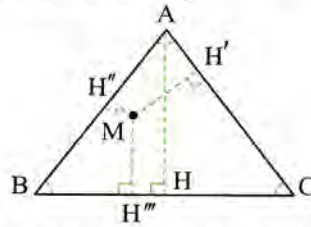


\* زاویه بین ارتفاع و میانه تفاضل دو زاویه غیر قائمه:  $\alpha = |\hat{B} - \hat{C}|$

\* ضلع روبرو به زاویه  $30^\circ$  نصف وتره. میانه‌ی وارد بر وتر نصف وتره. (عکس این قضیه هم صادق!)

\* اگر به زاویه  $15^\circ$  باشد ارتفاع وارد بر وتر  $\frac{1}{4}$  وتره.

۲- متساوی الاضلاع }  $AB = AC = BC$   
 $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^\circ$

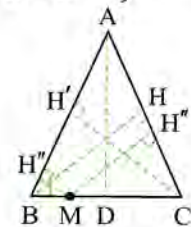


\* ارتفاع و میانه و نیمساز نظیر هر کدام از اضلاع با هم برابرند.

\* مجموع فواصل هر نقطه دلخواه داخل مثلث از سه ضلع برابر با ارتفاع یعنی:

$$MH' + MH'' + MH''' = AH$$

۱- متساوی الساقین }  $AB = AC$   
 $\hat{B} = \hat{C}$



\* AD هم ارتفاع، هم میانه، هم نیمساز و هم عمود منصفه!

\* مجموع فواصل هر نقطه دلخواه روی قاعده از دو ساق برابر، با ارتفاع نظیر هر کدام از ساق‌ها

$$MH'' + MH''' = BH = CH'$$

- ۱- دو ضلع و زاویه بین (ض ز ض)
- ۲- دو زاویه و ضلع بین (ز ض ز)
- ۳- سه ضلع (ض ض ض)

همنهشتی: دو مثلث که کاملاً به هم منطبق باشن همنهشتن به حالت‌های

**مسطح:** مجموعه نقاطی از صفحه که بتونیم بدون بلند کردن قلم از کاغذ رسم کنیم. ساده: خم مسطحی که هیچ یک از نقاط خود را قطع نمی‌کنه مگر در حالتی که نقاط انتهایی به هم برسند. بسته: اگر ابتدا و انتهای یک خم ساده به هم برسند یک خم ساده‌ی بسته تشکیل می‌شه.

انواع خم

هر خم ساده‌ی بسته، صفحه رو به سه زیر مجموعه‌ی درون، بیرون و روی خم تقسیم می‌کنه. **تعریف ناحیه:** اجتماع یک خم ساده بسته و درون آن یک ناحیه نامیده می‌شه. **ناحیه محدب:** هر دو نقطه‌ی دلخواه درون اون رو به هم وصل کنیم، خط حاصل کاملاً درون ناحیه قرار بگیره.

قضیه خم جردن

اولاً؛ از اجتماع حداقل ۳ پاره‌خط تشکیل شده باشه. ثانیاً؛ نقاط انتهایی پاره‌خط‌ها روی یک صفحه بوده و ثالثاً؛ هیچ سه نقطه متوالی روی یک خط قرار نگرفته باشه.

چند ضلعی‌های محدب: چند ضلعی یک خم ساده بسته است که در هر  $n$  ضلعی محدب روابط زیر برقراره:

- ۱- مجموع زوایای داخلی  $(n-2) \times 180^\circ$
- ۲- مجموع زوایای خارجی  $360^\circ$
- ۳- تعداد قطرها از هر رأس  $n-3$
- ۴- تعداد قطرها  $\frac{n(n-3)}{2}$

چهارضلعی‌های خاص:

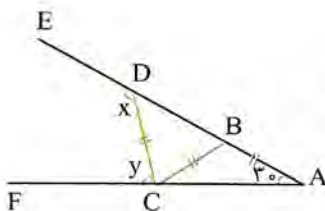
- ۲- مستطیل: متوازی‌الاضلاعی که ۴ زاویه برابر داره.
- ۳- لوزی: متوازی‌الاضلاعی که ۴ ضلع برابر داره.
- ۴- مربع: متوازی‌الاضلاعی که همه چیش برابره.

۱- متوازی الاضلاع } دو ضلع مقابل مساوی و موازی }  
 زاویه‌های مجاور مکمل و قطرها منصف

مثال‌های فصل اول

مثال ۱ با توجه به شکل روبه‌رو مقادیر  $x, y$  را بیابید.

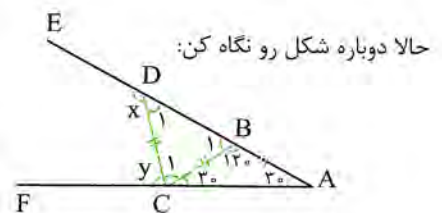
$$AB = BC \rightarrow \hat{ACB} = \hat{CAB} = 30^\circ \rightarrow \hat{ABC} = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$$



$$\hat{B}_1 + 120^\circ = 180^\circ \text{ (زاویه‌ی نیم صفحه)}$$

تازه می‌تونستیم بگیم:  $\hat{B}_1$  زاویه‌ی خارجی برای  $ABC$  که باز می‌شه  $60^\circ$  (تازه می‌تونستیم بگیم:  $\hat{B}_1 = 60^\circ$ )

$$DC = BC \rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1 = 60^\circ \rightarrow \hat{D}_1 + \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 180^\circ \rightarrow \hat{C}_1 = 60^\circ$$

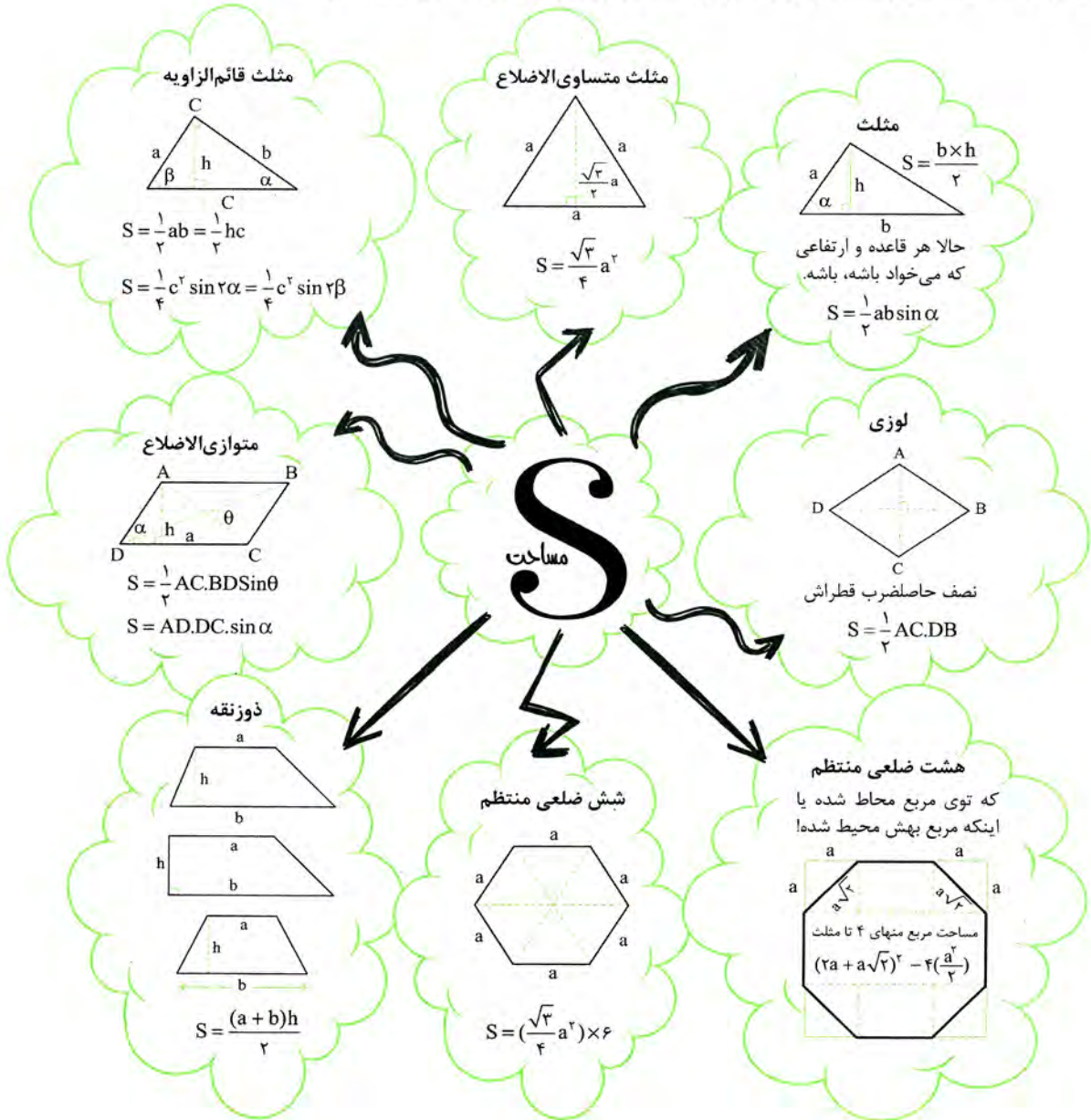




$$c^2 = a^2 + b^2$$

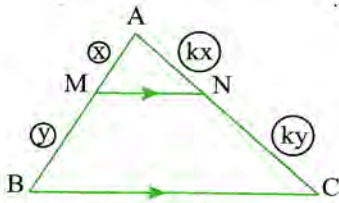
قضیه فیثاغورث رو که از راهنمایی بلدین. یاد تونه!

تو مساحت هم که مساحت مربع و مستطیل رو راستش روم نشد براتون بنویسم! می‌ریم سراغ بقیه شکل‌ها.





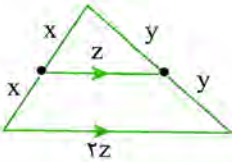
1 قضیه تالس: هر وقت تو یه مثلثی یه خط موازی رسم بشه دو ضلع دیگه رو به یه نسبت تقسیم می‌کنه.



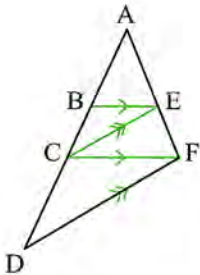
$$\text{جزء به جزء: } \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$

$$\text{جزء به کل: } \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

این قضیه تالس دو شرطیه، یعنی عکسش هم برقراره به این ترتیب که اگه روی اضلاع یک مثلث نقاط M و N طوری انتخاب شده باشن که پاره‌خط‌های متناسب روی AB و AC به وجود اومده باشه MN موازی BC می‌شه. حالا تو یه حالت خاص خیلی مهم اگه یه پاره‌خط وسط‌های دو ضلع مثلث رو به هم وصل کنه موازی سومین ضلع و برابر نصفشه و عکس این قضیه هم برقراره.



قشنگترین سوالات کنکور تو این قضیه مثلث‌های تو در تو هستن مثل این شکل؛ (تالس بفت)



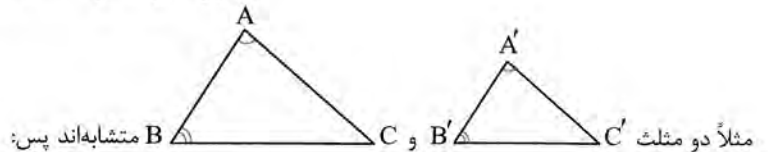
$$\textcircled{1} \frac{AE}{EF} = \frac{AB}{BC}$$

$$\textcircled{2} \frac{AE}{EF} = \frac{AC}{CD}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \Rightarrow \boxed{\frac{AB}{BC} = \frac{AC}{CD}}$$

1 تشابه:

1- زاویه‌هاشون برابر باشه.  
2- اضلاعشون نظیر به نظیر متناسب باشن.  
دو شکل هندسی متشابه‌اند به شرطی که

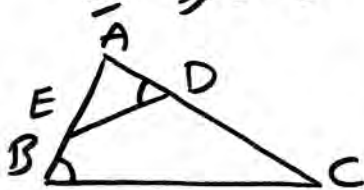


$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = K$$

به K می‌گیم نسبت تشابه؛ نسبت محیط‌ها و ارتفاع‌ها و تمام اجزای داخلی هم K میشه ولی نسبت مساحت‌ها  $K^2$ .

حالت‌های تشابه دو مثلث در حالت کلی  
1- دو زاویه از یک مثلث با دو زاویه از اون یکی (ز ز)  
2- سه ضلع با هم متناسب باشن. (ض ض ض)  
3- دو ضلع متناسب و زاویه بین برابر. (ض ز ض)

در آزمون‌های کنکور



$$\widehat{ADE} \sim \widehat{ABC}$$

تشابه مثلث‌های خاص:

1 هر دو مثلث متساوی‌الاضلاع متشابه‌اند.

2 هر دو مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین متشابه‌اند.

3 هر مثلث قائم‌الزاویه سه حالت متشابه خاص دارن.

- برابری یک زاویه حاده

- تناسب دو ضلع قائمه

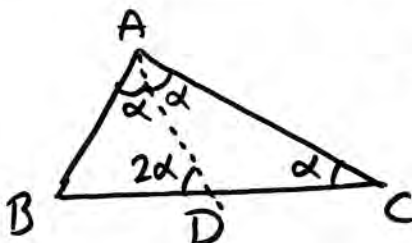
- تناسب وتر و یک ضلع قائمه

4 دو مثلث متساوی‌الساقین سه حالت تشابه خاص دارن:

- برابری زاویه رأس

- برابری یک زاویه ساق

- تناسب ساق‌ها و قاعده

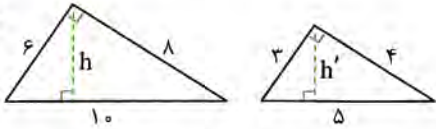


$$\widehat{ABC} \sim \widehat{DBA}$$

$$\frac{AB}{DB} = \frac{BC}{BA} = \frac{AC}{DA}$$

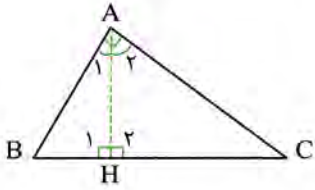
توضیح نسبت تشابه با یه مثال ساده:

P.5



$$K = \frac{10}{5} = \frac{h}{h'} = \frac{6}{3} = \frac{h}{h'} = 2$$

$$\frac{S}{S'} = K^2 = (2)^2 = 4$$



سه کله پوکا و روابط طولی تو مثلث قائم الزاویه اول می ریم سراغ تشابه مثلث ABC با کوچیکها!

$$ABC \sim H_1 B A_1 \Rightarrow \frac{AB}{HB} = \frac{BC}{BA} \Rightarrow (AB)^2 = BH \times BC$$

$$ABC \sim H_2 A_2 C \Rightarrow \frac{AC}{HC} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow (AC)^2 = CH \times CB$$

حالا از این دو تا تشابه فهمیدیم که  $\hat{A}_1 = \hat{C}$  و  $\hat{A}_2 = \hat{B}$  پس دو تا کوچیکها هم متشابه اند.

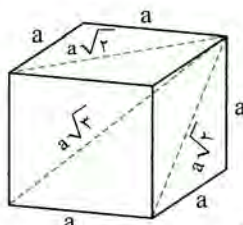
$$A_1 H_1 B \sim C H_2 A_2 \Rightarrow \frac{AH}{CH} = \frac{HB}{AH} \Rightarrow (AH)^2 = BH \times HC$$

### شکل های فضایی

### درسنامه ی چهارم

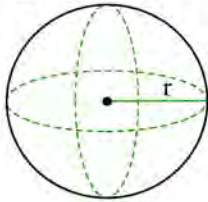


وضعیت خط و صفحه تو فضا: تو مبحث دستگاه معادلات مفصل بررسی شد. قطر وجه و قطر اصلی توی مکعب و مکعب مستطیل



کره

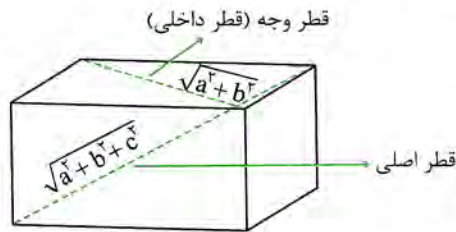
کره هم که خودت می دونی دیگه!



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

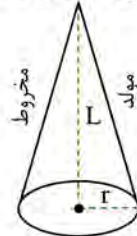
مشتق بگیر نسبت به r

$$S = 4\pi r^2$$



هرم

کف داره ولی سقف نوک تیزه!



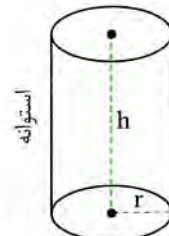
$$V = \frac{1}{3} \times \text{مساحت قاعده} \times \text{ارتفاع}$$

$$S_{\text{جانبی}} = \frac{1}{2} \times \text{محیط قاعده} \times \text{مولد}$$

$$S_{\text{کل}} = \text{کف} + \text{مساحت جانبی}$$

منشور

کف و سقف هم نهشت



$$V = \text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده}$$

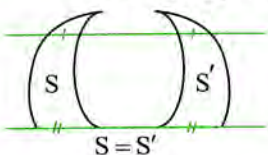
$$S_{\text{جانبی}} = \text{ارتفاع} \times \text{محیط قاعده}$$

$$S_{\text{کل}} = \text{کف} + \text{سقف} + \text{مساحت جانبی}$$

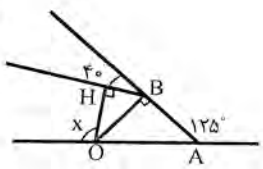
اصل کاوالیری:



اگه قاعده های تو شکل روی یه خط راست باشن و با هم مساوی و خط موازی قاعده در دو شکل پاره خط هایی با طول های مساوی ایجاد کنه.



(تجربی ۸۷)

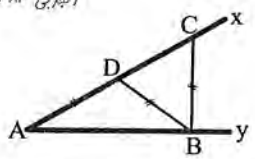


در شکل مقابل  $\hat{A} = 125^\circ$  و  $\hat{B} = 40^\circ$  است، زاویه  $x$  چند درجه است؟

- (۱)  $105^\circ$
- (۲)  $110^\circ$
- (۳)  $115^\circ$
- (۴)  $125^\circ$

سؤال ۱

(تجربی ۸۴ قارج)



در شکل مقابل  $\hat{BCX} = 117^\circ$  است، زاویه  $\hat{CBY}$  چند درجه است؟

- (۱) ۹۳
- (۲)  $94/5$
- (۳)  $95/5$
- (۴) ۹۶

سؤال ۲

(تجربی ۸۰)

زاویه‌های مثلث متناسب با اعداد ۸ و ۵ و ۲ می‌باشد. اندازه کوچکترین زاویه خارجی این مثلث چند درجه است؟

- (۱) ۷۲
- (۲) ۸۲
- (۳) ۸۴
- (۴) ۹۶

سؤال ۳

(تجربی ۸۱)

در مثلث قائم‌الزاویه‌ای، زاویه‌ی بین ارتفاع و میانه‌ی وارد بر وتر برابر ۲۶ درجه است. کوچک‌ترین زاویه‌ی مثلث چند درجه است؟

- (۱) ۲۴
- (۲) ۲۸
- (۳) ۳۲
- (۴) ۳۴

سؤال ۴

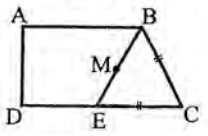
(تجربی ۸۱)

نقطه‌ی M درون مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع  $6\sqrt{3}$  قرار دارد. مجموع فاصله‌های این نقطه از سه ضلع مثلث چه قدر است؟

- (۱) ۶
- (۲)  $4\sqrt{3}$
- (۳)  $6 + \sqrt{3}$
- (۴) ۹

سؤال ۵

(تجربی ۸۹ قارج)



در شکل مقابل، چهار ضلعی ABCD دوزنقه قائم‌الزاویه است و  $CB = CE$ . مجموع فواصل نقطه‌ی M از دو خط CB, CE کدام است؟

- (۱) DE
- (۲) BC
- (۳) BE
- (۴) AD

سؤال ۶

(تجربی ۸۰)

در صفحه‌ی یک مثلث چند نقطه می‌توان یافت که از سه ضلع آن مثلث یا امتداد آنها به یک فاصله باشد؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

سؤال ۷

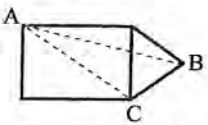
(تجربی ۸۷ قارج)

یک مثلث متساوی‌الاضلاع به سه مثلث همنهشت تقسیم شده است. زاویه‌های دو مثلث همنهشت کدام است؟

- (۱)  $60^\circ, 60^\circ, 60^\circ$
- (۲)  $90^\circ, 30^\circ, 30^\circ$
- (۳)  $90^\circ, 60^\circ, 30^\circ$
- (۴)  $120^\circ, 30^\circ, 30^\circ$

سؤال ۸

(تجربی ۸۸ قارج)

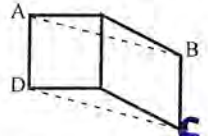


در شکل مقابل، بر روی ضلع مربع، مثلث متساوی‌الاضلاع ساخته شده است. در مثلث ABC بزرگ‌ترین زاویه چند برابر کوچک‌ترین زاویه‌ی آن است؟

- (۱) ۳
- (۲)  $\frac{7}{2}$
- (۳) ۴
- (۴)  $\frac{9}{2}$

سؤال ۹

(تجربی ۸۸)



در شکل مقابل، یک مربع و یک لوزی با زاویه‌ی  $60^\circ$  درجه، در یک ضلع مشترک‌اند. بزرگترین زاویه‌ی متوازی‌الاضلاع ABCD چند درجه است؟

- (۱) ۱۰۰
- (۲) ۱۰۵
- (۳) ۱۲۰
- (۴) ۱۳۵

سؤال ۱۰

(تجربی ۹۳ قارج)

در مثلث متساوی‌الساقین  $ABC$  ( $AB = AC$ )، ساق  $AB$  را به اندازه  $BD = BC$  امتداد می‌دهیم. اگر  $CD$  برابر  $AC$  باشد، زاویه  $A$  چند درجه است؟

- (۱) ۲۵
- (۲) ۳۰
- (۳) ۳۲
- (۴) ۳۶

سؤال ۱۱

(تجربی ۹۳ قارج)

در مثلث متساوی‌الساقین  $ABC$  ( $AB = AC$ )، قاعده  $BC$  را به اندازه ساق تا نقطه  $D$  امتداد می‌دهیم. اگر زاویه خارجی رأس  $A$  از مثلث  $ABD$  برابر  $102^\circ$  درجه باشد، کوچکترین زاویه مثلث  $ABC$ ، چند درجه است؟

- (۱) ۳۴
- (۲) ۳۸
- (۳) ۴۲
- (۴) ۴۴

سؤال ۱۲

(تجربی ۹۳)

در مثلث  $ABC$  زاویه  $\hat{A} = 108^\circ$  است. ضلع  $BC$  را از هر دو طرف به اندازه‌های  $BD = BA$  و  $CE = CA$  امتداد می‌دهیم. کوچکترین زاویه خارجی مثلث  $ADE$  چند درجه است؟

- (۱) ۲۴
- (۲) ۳۲
- (۳) ۳۶
- (۴) ۵۴

سؤال ۱۳

(تجربی ۹۳ قارج)

در مثلث متساوی‌الساقین  $ABC$ ، قاعده  $BC$  را از هر دو طرف به اندازه‌ی ساق‌ها، تا نقاط  $D$  و  $E$  امتداد می‌دهیم. در مثلث  $ADE$  کوچک‌ترین زاویه‌ی خارجی، چند برابر کوچک‌ترین زاویه داخلی آن است؟

- (۱) ۱
- (۲)  $\frac{3}{2}$
- (۳) ۲
- (۴) ۳

سؤال ۱۴

مربع و مثلث متساوی الاضلاع درون مربع، در یک ضلع مشترک اند. در مثلث غیر قائم الزاویه که دو ضلع آن به ترتیب قطر مربع و ضلع مثلث متساوی الاضلاع است. زاویه بزرگتر چند برابر زاویه کوچکتر است؟

سؤال 15

- ۷ (۱)      ۷/۵ (۲)      ۸ (۳)      ۹ (۴)

در مثلث  $ABC$  ( $\hat{C} = 24^\circ, \hat{A} = 9^\circ$ )، از رأس  $C$  خطی بر  $AC$  عمود کرده و بر روی آن،  $CD = CB$  را طوری جدا می‌کنیم که  $BD$  ضلع  $AC$  را قطع کند. زاویه  $\widehat{DBC}$  چند درجه است؟؟

سؤال 16

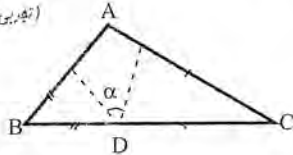
- ۴۸ (۴)      ۳۸ (۳)      ۳۶ (۲)      ۳۳ (۱)

در مثلث متساوی الساقین  $ABC$  ( $AB = AC$ ) در رأس  $A$  خط عمود بر  $AC$  نیمساز زاویه داخلی  $C$  را در  $D$  قطع می‌کند. اگر  $M$  محل تلاقی نیمسازهای داخلی مثلث مفروض باشد.  $AD$  برابر کدام است؟

سؤال 17

- $\frac{1}{2}AC$  (۴)       $MC$  (۳)       $MD$  (۲)       $AM$  (۱)

(تجربی ۱۸۵)



در شکل مقابل، زاویه  $\hat{A} = 112^\circ$  و دو مثلث کناری متساوی الساقین اند. زاویه  $\alpha$  چند درجه است؟

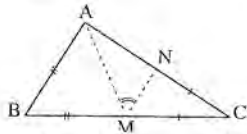
سؤال 18

- ۳۳ (۱)      ۳۴ (۲)      ۳۸ (۴)      ۳۶ (۳)

(تجربی ۹۲ قارج)

در شکل مقابل، دو مثلث کناری متساوی الساقین اند و  $\hat{M} = 43^\circ$  اندازه زاویه  $\widehat{BAC}$  چند درجه است؟

سؤال 19



- ۹۳ (۱)      ۹۴ (۲)      ۹۶ (۳)      ۹۷ (۴)

در مثلث  $ABC$  بر روی ضلع  $BC$  پاره‌های  $BM = BA$  و  $CN = CA$  را جدا می‌کنیم. اگر زاویه  $\hat{A} = 72^\circ$  باشد، زاویه  $\widehat{MAN}$  چند درجه است؟

سؤال 20

(تجربی ۸۶)

- ۵۴ (۱)      ۵۲ (۲)      ۴۸ (۳)      ۴۲ (۴)

در مثلث  $ABC$  داریم  $AB = AC$  و  $\hat{A} = 80^\circ$ ، عمود منصف‌های دو ساق مثلث، قاعده  $BC$  را در  $M$  و  $N$  قطع می‌کند. کوچک‌ترین زاویه  $\widehat{AMN}$  چند درجه است؟

سؤال 21

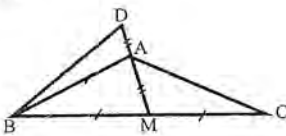
(تجربی ۹۶)

- ۱۵ (۱)      ۲۰ (۲)      ۲۵ (۳)      ۳۰ (۴)

(تجربی ۸۹)

در شکل مقابل  $\hat{D} + \hat{C} = 61^\circ$ ، اندازه زاویه  $\widehat{ABC}$  چند درجه است؟

سؤال 22



- ۳۹ (۱)      ۶۱ (۲)      ۵۶ (۴)      ۵۸ (۳)



هدیه - فصل ۲

طول ساق یک مثلث متساوی الساقین  $\sqrt{85}$  سانتی‌متر و طول قاعده‌ی آن ۱۲ سانتی‌متر است. مساحت مثلث چند سانتی‌متر مربع است؟ (تجربی ۸۰)

سؤال 1

- ۲۴ $\sqrt{3}$  (۱)      ۴۲ (۲)      ۳۰ $\sqrt{2}$  (۳)      ۴۸ (۴)

(تجربی ۸۳)

در یک مستطیل با طول و عرض  $2\sqrt{6}$  و  $2\sqrt{3}$ ، فاصله هر رأس از قطر مستطیل کدام است؟

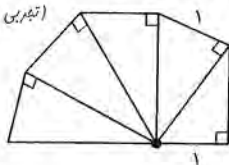
سؤال 2

- $\sqrt{6}$  (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۲ $\sqrt{2}$  (۴)

مثلث‌های قائم‌الزاویه، در یک رأس مشترک، اندازه‌ی یک ضلع قائم آن‌ها ۱ واحد، چنان رسم می‌شوند که ضلع قائم دیگر آن، وتر مثلث قبلی است. مساحت نهمین مثلث کدام است؟

سؤال 3

(تجربی ۸۸)



- $\frac{3}{4}$  (۱)       $\frac{5}{4}$  (۲)       $\frac{3}{2}$  (۴)       $\sqrt{2}$  (۳)

(تجربی ۹۱)

در یک مثلث قائم‌الزاویه، طول اضلاع قائم به نسبت ۱ و ۳، مساحت آن ۶۰ واحد مربع است. ارتفاع وارد بر وتر چقدر است؟

سؤال 4

- ۵ (۱)      ۴ $\sqrt{2}$  (۲)      ۶ (۳)      ۸ (۴)

در مثلث متساوی الساقین  $AB = AC = 4$ ،  $BC = 2\sqrt{7}$  ضلع  $AC$  را به اندازه خود تا نقطه  $D$  امتداد می‌دهیم. ( $AD = AC$ ) اندازه  $BD$  کدام است؟

سؤال 5

(تجربی ۹۱ قارج)

- $2\sqrt{10}$  (۱)      ۴ $\sqrt{2}$  (۲)      ۶ (۳)      ۷ (۴)

مساحت یک مثلث قائم‌الزاویه برابر با مساحت مربعی است که بر روی ضلع کوچک تر آن ساخته می‌شود. اندازه‌ی میانه‌ی وارد بر ضلع متوسط، چند برابر ضلع متوسط این مثلث است؟

(تجربی ۹۲ فارغ)

- (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۳)  $\sqrt{2}$  (۴)  $\sqrt{3}$

در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم  $\hat{A} = 90^\circ$  و  $\frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$  ارتفاع AH و میانه AM رسم شده است. مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث AMH است؟

(تجربی ۸۳)

- (۱) ۷ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

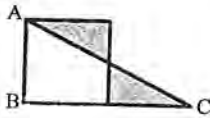
در مثلث قائم‌الزاویه‌ای، طول اضلاع قائم  $\sqrt{5}, 3$  است، ارتفاع وارد بر وتر رسم شده است، فاصله‌ی پای قائم از وسط وتر، کدام است؟

(تجربی ۸۶)

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{2}{5}$  (۴)  $\frac{1}{3}$

در مثلث قائم‌الزاویه ABC، بر روی ضلع AB مربعی ساخته شده است. اگر دو مثلث سایه زده همنهشت باشند، مساحت دوزنقه چند برابر مساحت مربع است؟

(تجربی ۹۳)



- (۱)  $\frac{5}{9}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{4}{5}$

در یک مستطیل وسط‌های اضلاع را به هم وصل می‌کنیم، نسبت مساحت مستطیل به مساحت شکل حاصله کدام است؟

(تجربی ۸۳)

- (۱)  $\sqrt{2}$  (۲) ۲ (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴) ۳

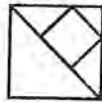
در یک متوازی‌الاضلاع وسط دو ضلع غیر موازی را به هم وصل می‌کنیم. متوازی‌الاضلاع به دو قسمت نامساوی تقسیم می‌شود. مساحت قسمت بزرگتر چند برابر مساحت قسمت کوچک‌تر است؟

(تجربی ۸۷)

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

در شکل مقابل هر دو چهارضلعی مربع‌اند. مساحت مربع بزرگ‌تر چند برابر مساحت کوچک‌ترین مثلث است؟

(تجربی ۸۴)



- (۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴) ۲۴

در داخل مثلث قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین، بزرگ‌ترین مربع ممکن را قرار می‌دهیم. نسبت مساحت این مربع به مساحت مثلث مفروض چقدر است؟

(تجربی ۸۵)

- (۱)  $\frac{4}{9}$  (۲)  $\frac{5}{9}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

در دوزنقه قائم‌الزاویه‌ای نسبت دو قاعده برابر  $\frac{2}{3}$  است. اگر وسط قاعده کوچک را به وسط ساق قائمه وصل کنیم، مساحت مثلث حاصل چند برابر مساحت دوزنقه اصلی است؟

(تجربی ۸۲)

- (۱)  $\frac{1}{9}$  (۲)  $\frac{1}{9}$  (۳)  $\frac{1}{8}$  (۴)  $\frac{1}{6}$

در یک دوزنقه متساوی‌الساقین، دو قطر عمود بر هم‌اند. اگر قاعده‌های این دوزنقه ۱۴ و ۲ واحد باشند. اندازه‌ی ساق کدام است؟

(تجربی ۸۵ فارغ)

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

در یک دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین، اندازه‌ی دو قاعده برابر ۵ و ۹ و طول ساق آن ۶ واحد است. مساحت این دوزنقه کدام است؟

(تجربی ۸۸ فارغ)

- (۱)  $14\sqrt{6}$  (۲)  $21\sqrt{2}$  (۳)  $21\sqrt{4}$  (۴)  $28\sqrt{4}$

طول ضلع یک مربع برابر محیط مثلث قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین به ضلع قائم ۲ واحد است. با حذف گوشه‌های این مربع، بزرگ‌ترین هشت ضلعی منتظم ممکن داخل آن ساخته شده است. مساحت این هشت ضلعی، کدام است؟

(تجربی ۹۳)

- (۱) ۳۲ (۲)  $24\sqrt{2}$  (۳)  $24 + 8\sqrt{2}$  (۴)  $16 + 16\sqrt{2}$

مساحت مثلث قائم‌الزاویه‌ای  $\frac{1}{8}$  مجذور وتر آن است. کوچک‌ترین زاویه این مثلث، چند درجه است؟

(تجربی ۹۲ فارغ)

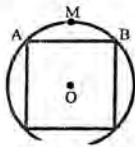
- (۱) ۱۵ (۲)  $17/5$  (۳)  $22/5$  (۴) ۳۰

زاویه‌های مثلثی متناسب با اعداد ۱، ۵، ۶، می‌باشند، کوچکترین ارتفاع این مثلث چند برابر بزرگترین ضلع آن است؟

(تجربی ۹۳)

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{2}{5}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

(تقریبی ۹۱ قارج)



در شکل مقابل ضلع مربع برابر ۲ واحد است، فاصله وسط کمان AB از نزدیک‌ترین رأس مربع چقدر است؟

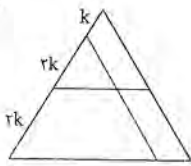
(۲)  $\sqrt{4-2\sqrt{2}}$   
 (۴)  $\sqrt{1+\sqrt{2}}$

(۱)  $\sqrt{2}-\sqrt{2}$   
 (۳)  $\sqrt{2}$

سؤال ۲۰

در شکل روبه‌رو، یک ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع به نسبت‌های ۱، ۲ و ۲ تقسیم شده است. مساحت متوازی‌الاضلاع سایه زده چند درصد مساحت مثلث اصلی است؟

(تقریبی ۹۲ قارج)



(۱) ۱۶  
 (۲) ۱۸  
 (۳) ۲۰  
 (۴) ۲۴

سؤال ۲۱

در یک مستطیل به ابعاد ۱ و ۲ واحد، از انتهای یک قطر خطی بر آن قطر عمود می‌کنیم تا امتداد ضلع کوچک‌تر مستطیل را در M قطع کند. فاصله نقطه‌ی M از سر دیگر این قطر چند واحد است؟

(سراسری ۹۰ قارج)

(۴) ۶

(۳) ۵

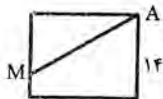
(۲) ۴/۵

(۱) ۴

سؤال ۲۲

در شکل روبه‌رو پاره‌خط AM مساحت مستطیل را به دو جزء با نسبت مساحت‌های  $\frac{5}{9}$  تقسیم کرده است. اگر قطر مستطیل ۲۵ واحد باشد،

(تقریبی ۹۳)



(۲) ۲۳  
 (۴)  $10\sqrt{6}$

پاره‌خط AM چند واحد است؟

(۱) ۲۱

(۳)  $9\sqrt{2}$

سؤال ۲۳

در مثلث قائم‌الزاویه طول اضلاع قائم ۳ و ۴ واحد است. نیم‌دایره‌ها به قطر اضلاع مثلث رسم شده‌اند. مجموع مساحت دو ناحیه‌ی سایه‌زده، کدام است؟

(تقریبی ۹۳ قارج)

(۴)  $3\pi$

(۳) ۷

(۲) ۶

(۱)  $2\pi$

سؤال ۲۴

در دوزنقه متساوی‌الساقین، با زاویه ۶۰ درجه، قاعده کوچک‌تر برابر ساق آن است. اگر محیط این دوزنقه ۳۰ واحد باشد، مساحت آن کدام است؟

(۴) ۵۴

(۳) ۴۸

(۲)  $27\sqrt{3}$

(۱)  $24\sqrt{3}$

سؤال ۲۵

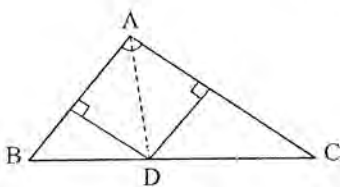
در مثلث قائم‌الزاویه به اضلاع قائم ۳ و ۷ واحد، طول نیمساز داخلی زاویه قائمه کدام است؟

(۱)  $1/4\sqrt{2}$

(۲) ۲/۱

(۳) ۲/۸

(۴)  $2/1\sqrt{2}$



سؤال ۲۶

در دوزنقه‌ای با طول قاعده‌های ۸ و ۱۲ واحد، مساحت مثلث محدود به دو قطر و یک ساق آن، چند واحد مربع است؟

(۴) ۲۸

(۳) ۲۴

(۲) ۲۰

(۱) ۱۸

سؤال ۲۷

در مثلثی اندازه‌های دو ضلع ۱۰ و ۱۵ واحد است. مجموع ارتفاع‌های وارد بر این دو ضلع، برابر ارتفاع ضلع سوم است. اندازه ضلع سوم، کدام است؟

(۴) ۸

(۳) ۷/۵

(۲) ۷

(۱) ۶

سؤال ۲۸

مساحت یک شش ضلعی منتظم، برابر  $9\sqrt{3}$  واحد مربع است، اندازه قطر کوچک آن، کدام است؟

(۴) ۳

(۳)  $2\sqrt{3}$

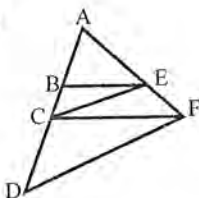
(۲)  $3\sqrt{2}$

(۱)  $2\sqrt{6}$

سؤال ۲۹

هفتم - فصل ۳

(تقریبی ۸۱)



در شکل مقابل  $BE \parallel CF$  و  $CE \parallel DF$ ، اگر  $AB = 5$  و  $BC = 3$  آن‌گاه اندازه‌ی CD کدام است؟

(۱) ۴/۵

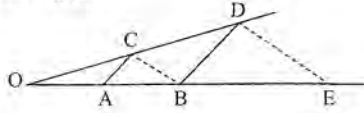
(۲) ۴/۸

(۳) ۵/۴

(۴) ۵/۶

سؤال ۱

(تقریبی ۹۴ قارج)



در شکل روبه‌رو، دو جفت پاره‌خط موازی‌اند.  $OA = 3$  و  $AB = 5$ ، اندازه  $BE$  کدام است؟

- (۱)  $13\frac{1}{3}$
- (۲)  $12\frac{2}{3}$
- (۳)  $11\frac{1}{3}$
- (۴)  $10\frac{2}{3}$

سؤال 2

نسبت مساحت دو مثلث متشابه  $\frac{49}{128}$  است. اگر یک ضلع مثلث کوچک‌تر ۲۱ سانتی‌متر باشد، ضلع متناظر به این ضلع در مثلث بزرگ‌تر چند سانتی‌متر است؟

(تقریبی ۸۳)

- (۱)  $21\sqrt{2}$
- (۲)  $21\sqrt{3}$
- (۳)  $24\sqrt{2}$
- (۴)  $24\sqrt{3}$

سؤال 3

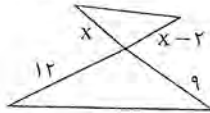
در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت‌ها  $\frac{2}{3}$  نسبت اضلاع است. مساحت مثلث بزرگ‌تر چند برابر مساحت مثلث کوچک‌تر است؟

(تقریبی ۸۶ قارج)

- (۱)  $1/5$
- (۲)  $2/25$
- (۳)  $2/75$
- (۴)  $3$

سؤال 4

(تقریبی ۸۳)



در شکل مقابل دو مثلث متشابه‌اند. نسبت مساحت آن دو مثلث کدام است؟

- (۱)  $\frac{9}{16}$
- (۲)  $\frac{3}{4}$
- (۳)  $\frac{4}{9}$
- (۴)  $\frac{2}{3}$

سؤال 5

طول اضلاع در یک مثلث (۱، ۵، ۷ سانتی‌متر) و طول کوچک‌ترین ضلع مثلثی متشابه با مثلث اولی،  $22/5$  سانتی‌متر است. محیط مثلث دوم کدام است؟

(تقریبی ۸۰)

- (۱)  $102$
- (۲)  $102/5$
- (۳)  $103$
- (۴)  $103/5$

سؤال 6

مثلثی به طول اضلاع  $a, b$  و  $3$  با مثلثی به طول اضلاع  $4, 5, 3$  متشابه است و دو مثلث قابل انطباق نیستند. بیشترین محیط از مثلث اول کدام است؟

(تقریبی ۹۰)

- (۱)  $7/2$
- (۲)  $9$
- (۳)  $10$
- (۴)  $13/5$

سؤال 7

مثلثی به اضلاع  $4, 5, a$ ، با مثلثی به طول اضلاع  $9, 7, b$  متشابه است. بیشترین مقدار ممکن برای عدد  $a$ ، کدام است؟

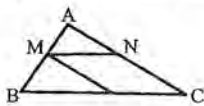
(تقریبی ۹۰ قارج)

- (۱)  $\frac{26}{7}$
- (۲)  $\frac{45}{7}$
- (۳)  $\frac{36}{5}$
- (۴)  $\frac{35}{4}$

سؤال 8

در شکل مقابل،  $AM = \frac{2}{3}MB$  و چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است. مساحت متوازی‌الاضلاع چند درصد مساحت مثلث  $ABC$  است؟

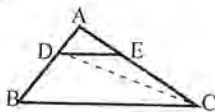
(تقریبی ۸۹ قارج)



- (۱)  $48$
- (۲)  $50$
- (۳)  $54$
- (۴)  $60$

سؤال 9

(تقریبی ۸۹)



در شکل مقابل  $\frac{AD}{AB} = \frac{2}{5}$  و  $DE \parallel BC$ ، مساحت مثلث  $ADE$  چند درصد مساحت  $DEC$  است؟

- (۱)  $70$
- (۲)  $84$
- (۳)  $78$
- (۴)  $75$

سؤال 10

درون مثلثی به اضلاع  $9$  و  $7$  و  $5$  واحد، مثلث دیگر طوری رسم می‌کنیم که اضلاع آن موازی اضلاع مثلث اصلی باشد، اگر بزرگترین ضلع این مثلث  $6$  واحد باشد، مساحت محدود به این دو مثلث، چند برابر مساحت مثلث کوچک‌تر است؟

(تقریبی ۸۷)

- (۱)  $0/75$
- (۲)  $1$
- (۳)  $1/25$
- (۴)  $1/8$

سؤال 11

در دوزنقه‌ای به طول قاعده‌های  $6$  و  $9$  و ارتفاع  $2$  واحد، امتداد دو ساق در نقطه‌ی  $M$  متقاطع‌اند. فاصله‌ی  $M$  از قاعده‌ی بزرگ‌تر چقدر است؟

(تقریبی ۸۷)

- (۱)  $5$
- (۲)  $6$
- (۳)  $7$
- (۴)  $8$

سؤال 12

اندازه‌ی قاعده‌های دوزنقه  $6$  و  $9$  واحد و طول پاره‌خطی که دو نقطه وسط قاعده‌ها را به هم وصل کند  $12$  واحد است. فاصله نقطه تلاقی دو قطر این دوزنقه از وسط قاعده‌ی کوچک‌تر چقدر است؟

(تقریبی ۸۵)

- (۱)  $3/6$
- (۲)  $4/2$
- (۳)  $4/8$
- (۴)  $5/4$

سؤال 13

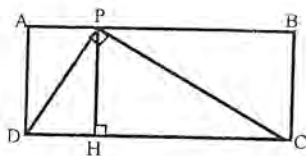
در دوزنقه‌ای اندازه قاعده‌ها  $9$  و  $4$  واحد و طول ساق‌ها  $6$  و  $5$  واحد است. محیط مثلثی که از امتداد ساق‌ها در بیرون دوزنقه تشکیل شود، کدام است؟

(تقریبی ۹۴)

- (۱)  $11/4$
- (۲)  $11/6$
- (۳)  $12/2$
- (۴)  $12/8$

سؤال 14

(تقریبی ۸۱)

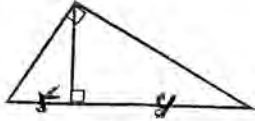


در مستطیل مقابل  $\hat{P} = 90^\circ$  و  $AP = BP = 9$ . طول  $DP$  کدام است؟

- (۱)  $5$
- (۲)  $3\sqrt{3}$
- (۳)  $4\sqrt{2}$
- (۴)  $6$

سؤال 15

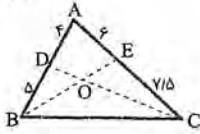
(تقریبی ۸۶)



سؤال 16 - در بزرگ‌ترین مثلث قائم‌الزاویه مقابل، اندازه بزرگ‌ترین میانه کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{50}$  (۳)
- (۲)  $\sqrt{65}$  (۲)
- (۳)  $\sqrt{70}$  (۳)
- (۴)  $\sqrt{75}$  (۴)

(تقریبی ۸۷ خارج)



سؤال 17 در شکل مقابل، نسبت مساحت مثلث OBD به مساحت مثلث OCE کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۱)
- (۲)  $\frac{4}{5}$  (۲)
- (۳)  $\frac{5}{6}$  (۳)
- (۴) ۱ (۴)

سؤال 18 در مثلث ABC داریم  $\hat{A} = 70^\circ$  و  $\hat{B} = 50^\circ$  و ضلع  $AB = 18$  و در مثلث MNP داریم  $\hat{M} = 70^\circ$  و  $\hat{N} = 60^\circ$ . اگر مساحت مثلث

(تقریبی ۸۶)

ABC برابر  $\frac{9}{4}$  مساحت مثلث MNP باشد، طول ضلع MP چقدر است؟

- (۱) ۱۲ (۱)
- (۲) ۱۶ (۲)
- (۳) ۲۴ (۳)
- (۴) ۲۷ (۴)

سؤال 19 در یک مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر، مثلث مفروض را به دو جزء تقسیم می‌کند. اگر مساحت مثلث کوچک‌تر  $\frac{1}{5}$  مساحت مثلث اصلی باشد، نسبت فواصل پای ارتفاع از دو ضلع قائم آن کدام است؟

(تقریبی ۹۰)

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۱)
- (۲)  $\frac{2}{3}$  (۲)
- (۳)  $\frac{1}{3}$  (۳)
- (۴)  $\frac{4}{5}$  (۴)

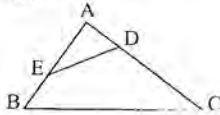
سؤال 20 در مثلث  $ABC (\hat{A} = 90^\circ)$ ، ارتفاع AH، مثلث مفروض را به دو جزء تقسیم می‌کند. مساحت مثلث اصلی  $6/76$  برابر مساحت مثلث کوچک‌تر است. نسبت فواصل H از دو ضلع قائم کدام است؟

(تقریبی ۹۱)

- (۱)  $\frac{2}{8}$  (۱)
- (۲)  $\frac{5}{12}$  (۲)
- (۳)  $\frac{7}{12}$  (۳)
- (۴)  $\frac{3}{8}$  (۴)

سؤال 21 در چهارضلعی BCDE، زاویه‌های روبه‌رو، مکمل هم‌اند. اگر  $BC = 20$  و  $DE = 12$ ، آنگاه مساحت چهارضلعی چند برابر مساحت مثلث ABC است؟

(تقریبی ۸۷ خارج)



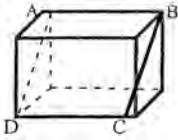
- (۱)  $0/56$  (۱)
- (۲)  $0/64$  (۲)
- (۳)  $0/72$  (۳)
- (۴)  $0/80$  (۴)

(تقریبی ۸۸ خارج)

سؤال 22 در یک مثلث ABC، داریم  $\hat{A} = 2\hat{B}$ ،  $AC = 4$ ،  $BC = 6$  و اندازه‌ی ضلع AB کدام است؟

- (۱)  $4/5$  (۱)
- (۲) ۵ (۲)
- (۳)  $5/5$  (۳)
- (۴) ۶ (۴)

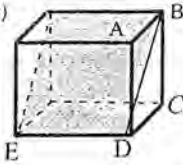
(تقریبی ۸۰)



۷۶. در مکعب شکل مقابل مساحت چهار ضلعی ABCD برابر  $3\sqrt{2}$  است. سطح کل مکعب چند سانتی متر مربع است؟

- ۱۲ (۱)
- ۱۶ (۲)
- ۲۴ (۴)
- ۱۸ (۳)

(تقریبی ۸۷)



۷۷. در مکعب شکل مقابل، زاویه‌ی صفحه قطری سایه زده با صفحه وجه ABCD چند درجه است؟

- ۳۰ (۱)
- ۴۵ (۲)
- ۶۰ (۳)
- ۹۰ (۴)

(تقریبی ۹۱ خارج)

۷۸. در یک مکعب، فاصله هر رأس از صفحه گذرا بر انتهای سه یال که از همین رأس می‌گذرند، چند برابر یال این مکعب است؟

- $\frac{\sqrt{2}}{3}$  (۱)
- $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)
- $\frac{\sqrt{3}}{4}$  (۳)
- $\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۴)

(تقریبی ۸۴ خارج)

۷۹. حجم یک کره به شعاع a برابر با حجم یک استوانه به شعاع قاعده‌ی  $\frac{a}{3}$  است. طول ارتفاع استوانه کدام است؟

- ۴a (۱)
- ۵a (۲)
- $\frac{14a}{3}$  (۳)
- $\frac{16a}{3}$  (۴)

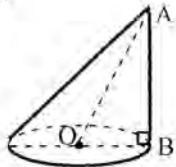
۸۰. مساحت کل یک منشور قائم با قاعده مربع برابر ۱۸۲ واحد سطح است. اگر مجموع ارتفاع و ضلع قاعده آن ۱۰ واحد باشد ارتفاع منشور کدام است؟

(تقریبی ۸۱)

- ۳ (۱)
- ۴ (۲)
- ۶ (۳)
- ۷ (۴)

(تقریبی ۸۰)

۸۱. در شکل مقابل  $\angle AOB = 60^\circ$  اگر  $OA = 4\sqrt{3}$ ، حجم مخروط کدام است؟



- $12\pi$  (۱)
- $18\pi$  (۳)
- $16\pi$  (۲)
- $24\pi$  (۴)

(تقریبی ۸۵)

۸۲. در یک هرم منتظم با قاعده‌ی مربع، ارتفاع هر وجه جانبی ۱۳ و ارتفاع هرم ۱۲ واحد است. سطح کل هرم چند واحد مربع است؟

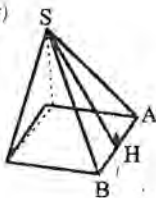
- ۲۸۵ (۱)
- ۳۲۰ (۲)
- ۳۲۵ (۳)
- ۳۶۰ (۴)

(تقریبی ۹۴)

۸۳. در یک مکعب به طول یال  $4\sqrt{2}$ ، فاصله وسط هر یک از دو وجه غیرموازی از یکدیگر چقدر است؟

- ۳ (۱)
- $2\sqrt{3}$  (۲)
- ۴ (۳)
- $3\sqrt{2}$  (۴)

(تقریبی ۸۸ خارج)



۸۴. در هرم مربعی منتظم زیر،  $SH = 5$ ،  $SA = \sqrt{34}$ ، حجم این هرم کدام است؟

- ۴۸ (۱)
- ۵۴ (۳)
- ۵۲ (۲)
- ۵۶ (۴)

(تقریبی ۸۴ خارج)

۸۵. حجم یک هرم مربع القاعده به ضلع a و ارتفاع a، برابر حجم یک مخروط به شعاع قاعده‌ی a است. طول ارتفاع مخروط کدام است؟

- $\frac{a}{\pi}$  (۱)
- $\frac{\pi}{a}$  (۲)
- $\frac{\sqrt{a}}{\pi}$  (۳)
- $\frac{\pi}{\sqrt{a}}$  (۴)

(تقریبی ۹۱)

۸۶. بزرگ‌ترین مکعب ممکن داخل یک کره به قطر ۶ واحد جای گرفته است. سطح کل این مکعب کدام است؟

- ۵۴ (۱)
- ۶۳ (۲)
- ۷۲ (۳)
- ۸۱ (۴)

۸۷. مخروطی به شعاع قاعده‌ی ۳ و ارتفاع ۶ واحد را با صفحه‌ای موازی صفحه‌ی قاعده و به فاصله‌ی ۴ واحد از آن، قطع می‌دهیم. حجم مخروط جدا شده کدام است؟

(تقریبی ۸۸)

- $\frac{2\pi}{3}$  (۱)
- $\pi$  (۲)
- $\frac{4\pi}{3}$  (۳)
- $2\pi$  (۴)

(تقریبی ۹۰)

۸۸. ظرفی است به شکل نیم‌کره، به ضخامت یکنواخت ۳ واحد و قطر خارجی دهانه‌ی آن ۱۶ واحد است. سطح کل این ظرف چند برابر  $\pi$  است؟

- ۲۰۸ (۱)
- ۲۱۲ (۲)
- ۲۱۵ (۳)
- ۲۱۷ (۴)

۸۹. در داخل کره‌ای به شعاع ۶ واحد، بزرگ‌ترین استوانه‌ی ممکن به ارتفاع ۸ واحد قرار دارد. حجم این استوانه چند واحد مکعب است؟ (تقریبی ۸۲)

- (۱)  $۱۲۰\pi$  (۲)  $۱۳۲\pi$  (۳)  $۱۴۴\pi$  (۴)  $۱۶۰\pi$

۹۰. دو مکعب مستطیل به‌طور کامل در یک مکعب به طول یال ۶ واحد جای گرفته‌اند. طول قطر هریک از این دو مکعب مستطیل کدام است؟

- (تقریبی ۸۶ خارج) (۱)  $۴\sqrt{۳}$  (۲)  $۳\sqrt{۶}$  (۳)  $۶\sqrt{۲}$  (۴) ۹

۹۱. بر کره‌ای به شعاع R کوچک‌ترین استوانه‌ی ممکن را محیط می‌کنیم. نسبت سطح کل استوانه به سطح کره جقدر است؟ (تقریبی ۸۵ خارج)

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{۵}{۴}$  (۳)  $\frac{۴}{۳}$  (۴)  $\frac{۳}{۲}$

۹۲. قاعده یک منشور مایل، مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۴ واحد است. طول یال‌های جانبی منشور ۶ واحد و زاویه یال‌ها با صفحه قاعده ۶۰ درجه است. حجم این منشور کدام است؟ (تقریبی ۹۱)

- (۱)  $۱۲\sqrt{۳}$  (۲) ۲۴ (۳)  $۱۸\sqrt{۳}$  (۴) ۳۶

۹۳. نیم کره‌ای به قطر ۱۲ واحد، در داخل کوچک‌ترین استوانه ممکن جای گرفته است. حجم محدود به این نیمکره و استوانه، چند برابر  $\pi$  است؟ (تقریبی ۹۳ خارج)

- (تقریبی ۹۳ خارج) (۱) ۳۶ (۲) ۴۲ (۳) ۵۴ (۴) ۷۲

۹۴. مکعبی به طول یال ۲ واحد، در داخل کوچکترین کره ممکن جای گرفته است. مساحت این کره کدام است؟ (تقریبی ۹۳)

- (تقریبی ۹۳) (۱)  $۸\pi$  (۲)  $۹\pi$  (۳)  $۱۲\pi$  (۴)  $۱۸\pi$

۹۵. در داخل نیم‌کره به شعاع ۹ واحد، استوانه‌ای به ارتفاع ۶ واحد جای گرفته است. بیشترین حجم ممکن این استوانه، کدام است؟ (تقریبی ۹۴)

- (تقریبی ۹۴) (۱)  $۱۸۰\pi$  (۲)  $۲۱۰\pi$  (۳)  $۲۴۰\pi$  (۴)  $۲۷۰\pi$

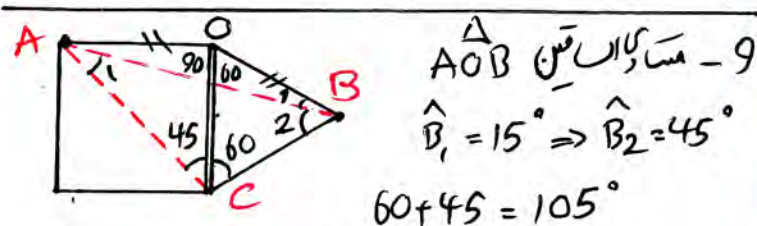
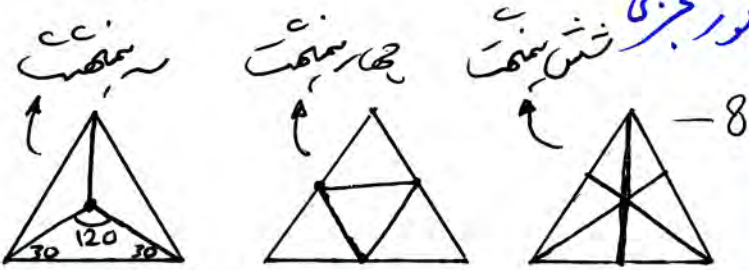
۹۶. در یک مکعب مستطیل به ابعاد ۵، ۶ و  $۲\sqrt{۵}$  فاصله‌ی دو رأس غیر واقع در یک وجه، کدام است؟ (تقریبی ۹۴ خارج)

- (تقریبی ۹۴ خارج) (۱) ۷ (۲) ۸ (۳)  $۵\sqrt{۳}$  (۴) ۹

۹۷. کره‌ای از تمام رأس‌های یک مکعب مستطیل به ابعاد  $۲\sqrt{۵}$ ، ۶، ۵، گذشته است. سطح این کره چند برابر  $\pi$  است؟ (تقریبی ۹۰ خارج)

- (تقریبی ۹۰ خارج) (۱) ۶۴ (۲) ۸۱ (۳) ۱۴۴ (۴) ۱۳۶

P.1

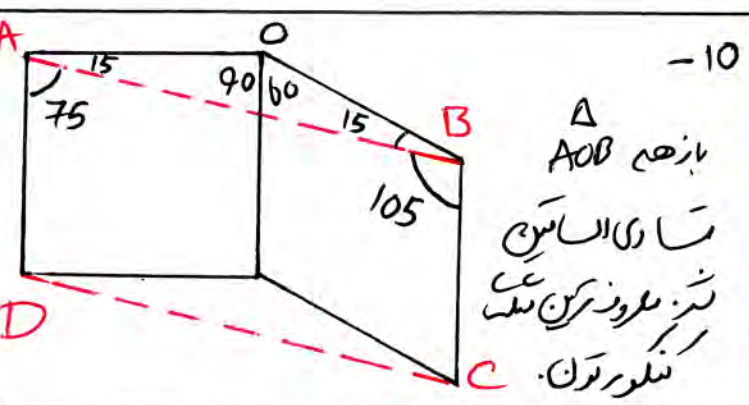


9- مساحتی این مثلث AOB  
 $\hat{B}_1 = 15^\circ \Rightarrow \hat{B}_2 = 45^\circ$

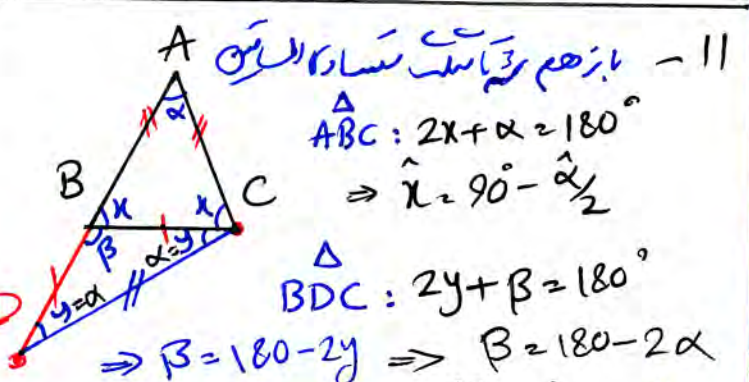
$60 + 45 = 105^\circ$

$\hat{A}_1 = 180 - (105 + 45) = 30^\circ$

$\Rightarrow \frac{105}{30} = 3.5 = 7\frac{1}{2}$



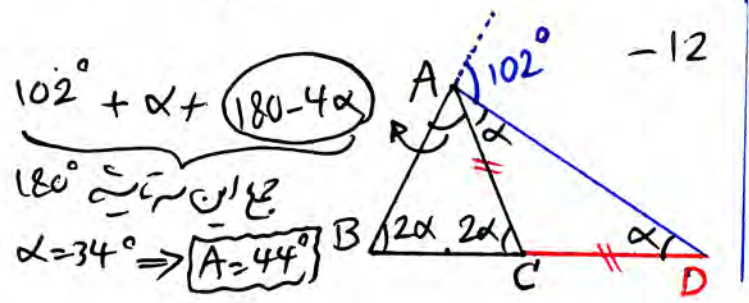
10- باز هم مساحتی این مثلث AOB  
 مساحتی این مثلث  
 نیز معلوم کردن است  
 طول وتر آن



11- باز هم برقیه مساحتی این مثلث ABC  
 $\Delta ABC: 2x + \alpha = 180^\circ$   
 $\Rightarrow x = 90 - \frac{\alpha}{2}$

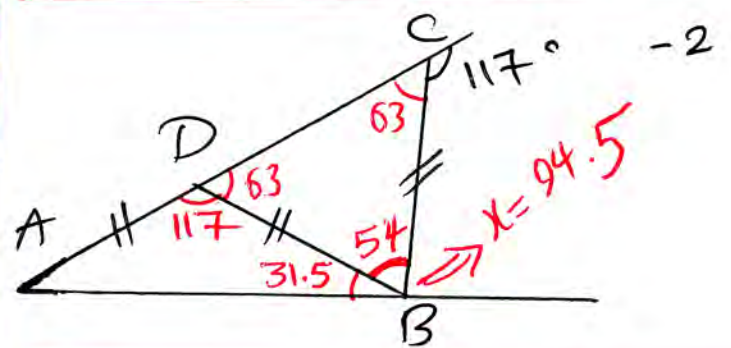
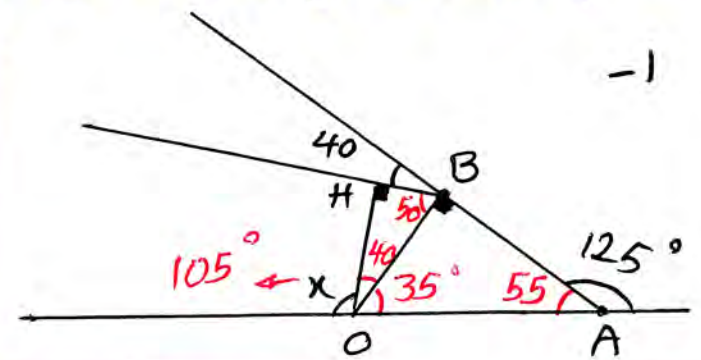
$\Delta BDC: 2y + \beta = 180^\circ$   
 $\Rightarrow \beta = 180 - 2y \Rightarrow \beta = 180 - 2\alpha$

مساحتی CAD هم مساحتی این!  $\hat{A} = \hat{D} \rightarrow x + \beta = 180$   
 $\Rightarrow 90 - \frac{\alpha}{2} + 180 - 2\alpha = 180 \Rightarrow \alpha = 36^\circ$



$102^\circ + \alpha + (180 - 4\alpha)$   
 مجموع این سه زاویه  $180^\circ$   
 $\alpha = 34^\circ \Rightarrow \boxed{A = 44^\circ}$

\* با استفاده فوق حرفی ای سوالات هندسه هندسه تجزیه شش ضلعی



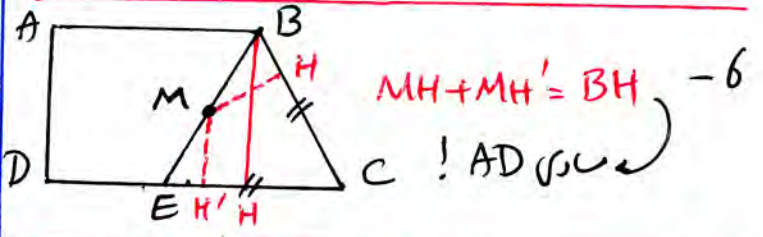
3-  $2x + 5x + 8x = 180^\circ$

$15x = 180^\circ \Rightarrow x = 12^\circ$

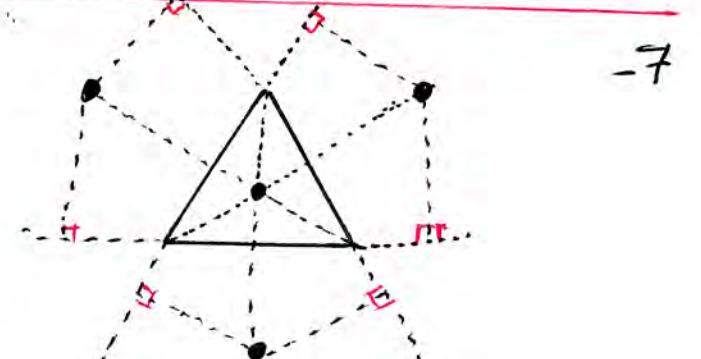
طول وتر این خارجی مجاور با بزرگترین داخلی  $8x = 96^\circ$

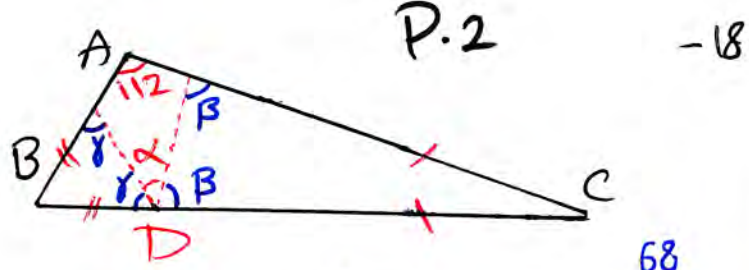
4- همونطور که تدریس کنیم  $\hat{B} - \hat{C} = 26^\circ$   
 چون مساحتی تمام الزامات:  $\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$   
 $\Rightarrow 2\hat{B} = 116 \Rightarrow \hat{B} = 58^\circ \Rightarrow \hat{C} = 32^\circ$

5- تدریس کنیم برابر ارتفاع:  $\sqrt{3} \times (6\sqrt{3}) = 9$



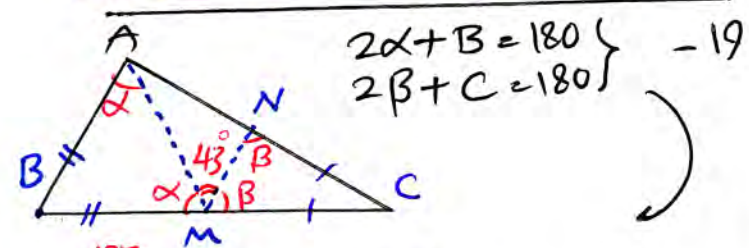
6-  $MH + MH' = BH$   
 (مساحتی AD!)





$$\begin{cases} 2\alpha + \beta = 180 \\ 2\beta + \alpha = 180 \end{cases} \Rightarrow 2(\alpha + \beta) + \beta + \alpha = 360$$

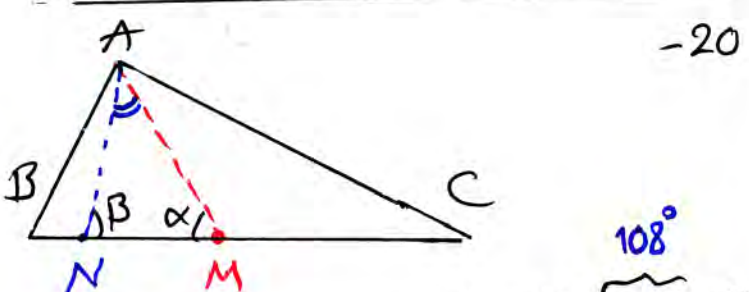
$$\beta + \alpha = 146 \Rightarrow \alpha = 180 - 146 = 34^\circ$$



$$\begin{cases} 2\alpha + \beta = 180 \\ 2\beta + \alpha = 180 \end{cases}$$

$$2(\alpha + \beta) + \beta + \alpha = 360$$

$$\beta + \alpha = 86^\circ \Rightarrow \hat{A} = 94^\circ$$



$$\begin{cases} 2\alpha + \beta = 180 \\ 2\beta + \alpha = 180 \end{cases} \Rightarrow 2(\alpha + \beta) + \beta + \alpha = 360$$

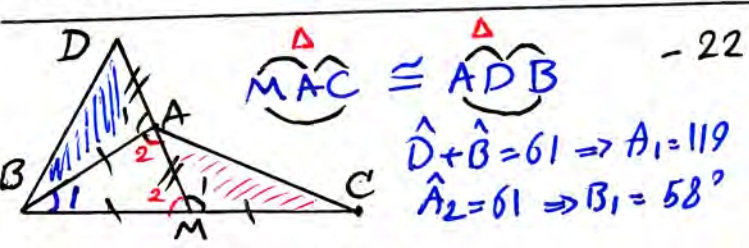
$$\alpha + \beta = 126 \Rightarrow \hat{M} = 54^\circ$$



$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 100^\circ \Rightarrow \begin{cases} \hat{\alpha} = 50^\circ \\ \hat{\beta} = 50^\circ \end{cases}$$

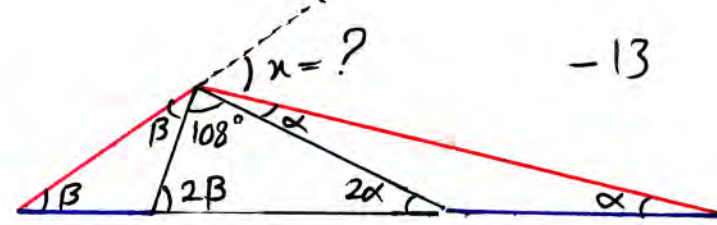
$$\hat{e} + \hat{f} = 50 \Rightarrow \hat{e} + \hat{f} + \hat{g} + \hat{f} = 100$$

$$\hat{g} + \hat{f} = 50 \Rightarrow 80 \Rightarrow \hat{f} = 20^\circ$$



$$\hat{D} + \hat{B} = 61 \Rightarrow A_1 = 119$$

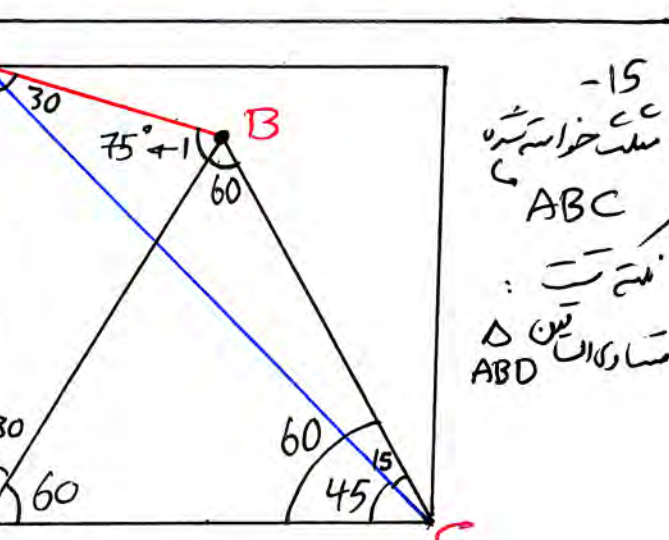
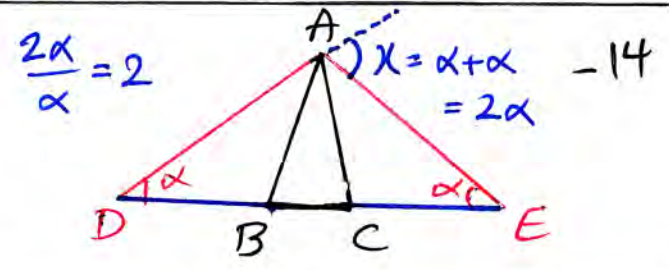
$$\hat{A}_2 = 61 \Rightarrow B_1 = 58^\circ$$



$$2(\alpha + \beta) + 108 = 180 \Rightarrow \alpha + \beta = 36^\circ$$

$$\chi = \alpha + \beta = 36^\circ$$

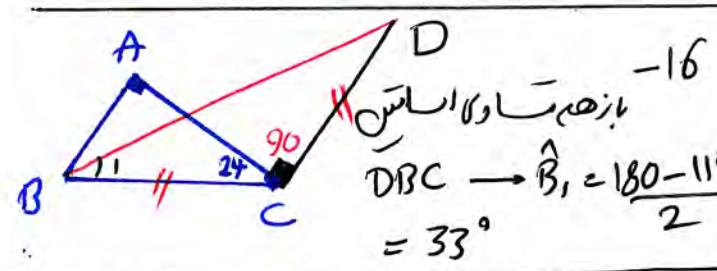
زاویه خارجي مثلث بزرگ برابر با مجموع دو زاویه داخلی غیر مجاور



$$\hat{A} = \hat{B}_1 = \frac{150}{2} = 75^\circ$$

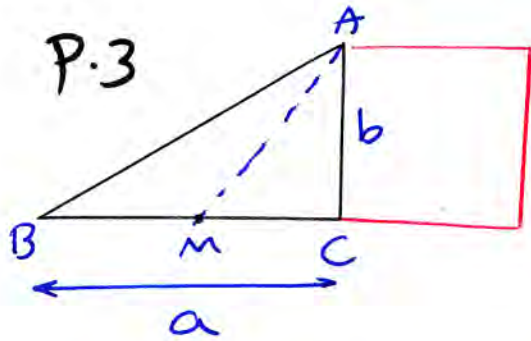
$$\hat{B} = 135^\circ$$

$$\frac{135^\circ}{15^\circ} = 9 \rightarrow 9 \text{ برابر}$$



بدرستی که فرض ما هم شکل بوجود بیاید مثلث بر متساوی الاضلاع در نظر بگیریم چون ADM هم متساوی الساقین است AD=AM

P.3



-6

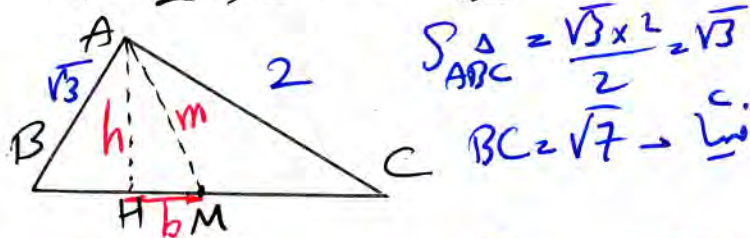
$$\frac{ab}{2} = b^2 \Rightarrow b = \frac{a}{2}$$

حالا اگر فرض کنیم  $a=2$  و  $b=1$   $\Rightarrow$   $MC=1$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{\text{مساحت}}{\text{ضلع}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

7- چون مقدار مساحت به طول وتر بستگی دارد بر خلاف

سوال 4 یعنی  $AC=2$ ,  $AB=\sqrt{3}$



$$S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{3} \times 2}{2} = \sqrt{3}$$

$$BC = \sqrt{7} \rightarrow \text{فرض}$$

$$\frac{\sqrt{7} \times h}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow h = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

$$m = \frac{\sqrt{7}}{2}$$

$$b = \sqrt{m^2 - h^2} = \sqrt{\frac{7}{4} - \frac{12}{7}}$$

$$\Rightarrow b = \sqrt{\frac{1}{28}} = \frac{1}{2\sqrt{7}}$$

$$S_{\Delta AMH} = \frac{h \times b}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \times \frac{1}{2\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3}}{2 \times 7}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta AMH}} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2 \times 7}} = 14$$



8- با توجه سوال قبلی راه فراد  
 $S = \frac{\sqrt{7} \times 3}{2} = \frac{4 \times h}{2} \Rightarrow h = \frac{3\sqrt{7}}{4}$   
 $b = \sqrt{4 - \frac{63}{16}} = \frac{1}{4}$

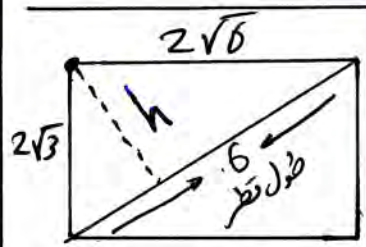
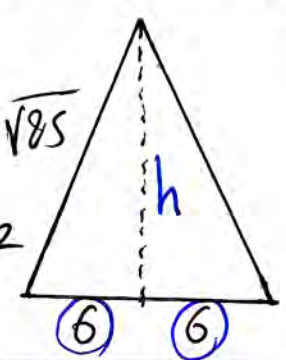
$$\text{وتر} = \sqrt{7+9} = 4 \Rightarrow m=2$$

باغ سوالات فصل 13

$$h = \sqrt{85-36}$$

$$h = 7$$

$$S = 7 \times \frac{12}{2} = 42$$

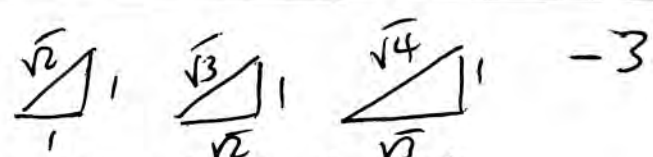


مسافت مسافت از مرکز  
 (مربع)

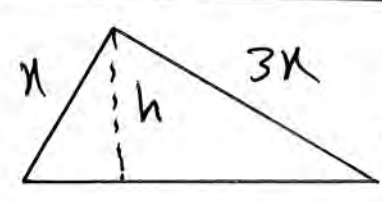
$$\text{قطر} = \sqrt{24+12} = 6$$

$$\frac{3 \times 6 \times h}{2} = \frac{2\sqrt{6} \times 2\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow h = \frac{2\sqrt{18}}{3} = \frac{2 \times 3\sqrt{2}}{3} = 2\sqrt{2}$$



مساحت مساحت مساحت  
 $S = \frac{3}{2} \leftarrow \sqrt{9} = 3$



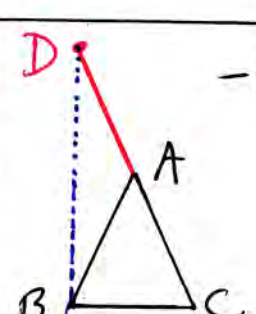
$$\sqrt{\text{وتر}} = x^2 + (3x)^2$$

$$\sqrt{\text{وتر}} = 10x^2$$

$$\frac{x \times 3x}{2} = 60 \Rightarrow x^2 = 40 \Rightarrow \text{وتر} = 20$$

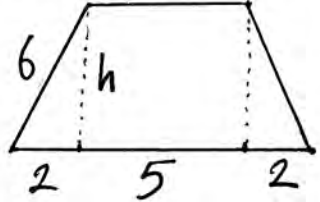
$$\frac{20 \times h}{2} = 60 \Rightarrow h = 6$$

5- چون AB مسافت بزرگتر  
 و نصف DC پس DC  
 و مرکز مسافت بزرگتر تا مرکز



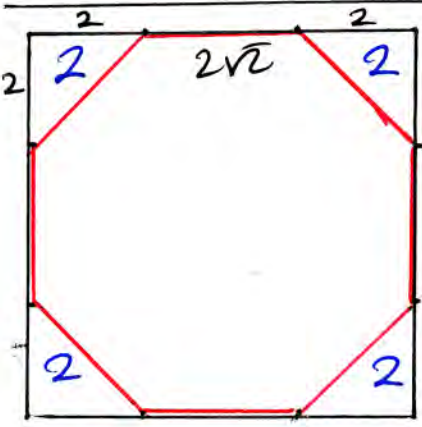
$$BD = \sqrt{64-28} = 6$$

P.4 5



$$h = \sqrt{36 - 4} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$S_2 = \frac{14 \times 4\sqrt{2}}{2} = 28\sqrt{2}$$



$$S_{\square} = (4 + 2\sqrt{2})^2$$

$$= 16 + 8 + 16\sqrt{2}$$

$$= 24 + 16\sqrt{2}$$

$$S_{\text{Octagon}} = 24 + 16\sqrt{2} - 8 = 16 + 16\sqrt{2}$$



$$S = \frac{1}{2} a h$$

$$\frac{1}{2} h a = \frac{1}{8} a^2$$

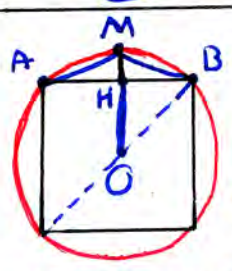
کبر زلایم  $15^\circ$  ارتفاع ربع دره

$$h = \frac{1}{4} a \Rightarrow$$

$$x + 5x + 6x = 180^\circ \quad 6x = 90^\circ \quad -19$$

$$\Rightarrow 12x = 180^\circ \Rightarrow x = 15^\circ \rightarrow \frac{h}{a} = \frac{1}{4}$$

چون سبک تمام الزامی بود ارتفاع وارد بر وتر ربع دره



MAB - 20

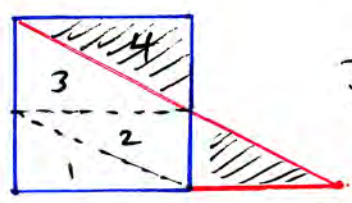
قطر دایره = قطر مربع =  $2\sqrt{2}$

$\Rightarrow r = \sqrt{2}$

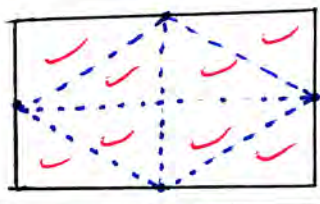
$$OH = 1 \Rightarrow MH = \sqrt{2} - 1$$

$$AM = \sqrt{1 + (\sqrt{2} - 1)^2} = \sqrt{1 + (3 - 2\sqrt{2})} = \sqrt{4 - 2\sqrt{2}}$$

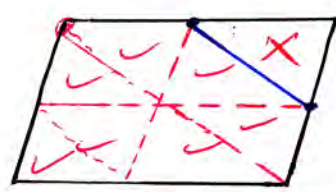
$$\frac{S_{\square}}{S_{\triangle}} = \frac{2 \times 1 \times \sin \alpha}{\frac{1}{2} \times 5 \times 5 \times \sin \alpha} = \frac{4}{25} = \frac{1}{16} \quad -21$$



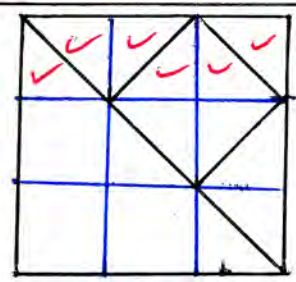
$$\frac{3}{4} \quad -9$$



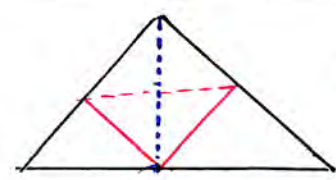
$$\frac{8}{4} = 2 \quad -10$$



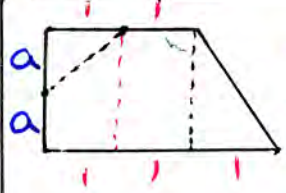
$$\frac{7}{1} = 7 \quad -11$$



$$\frac{18}{1} = 18 \quad -12$$

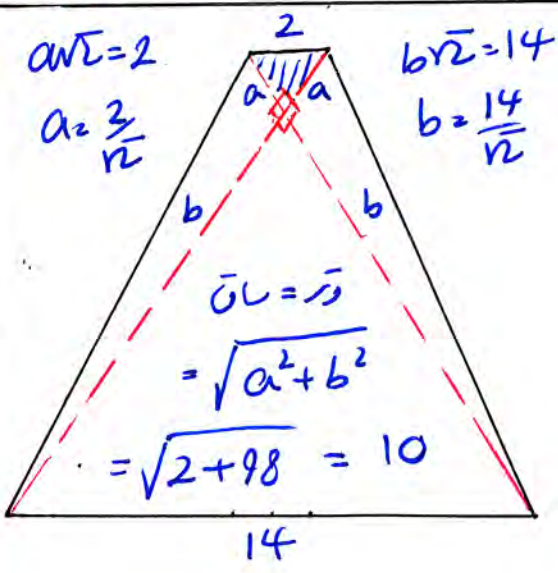


$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad -13$$

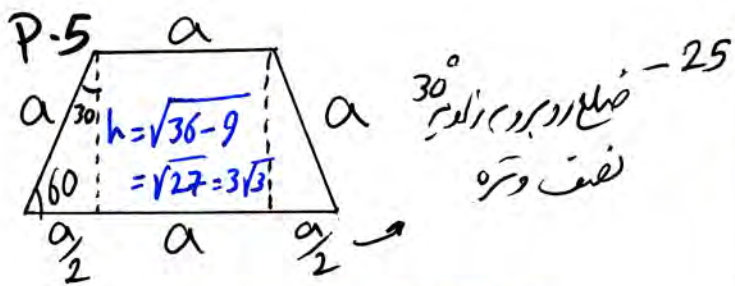


باز هم چون نسبت خواسته  
لازم خود 2 و 3 در بگیریم

$$\frac{\frac{a \times 1}{\sqrt{2}}}{\frac{(2+3)2a}{2}} = \frac{1}{10}$$

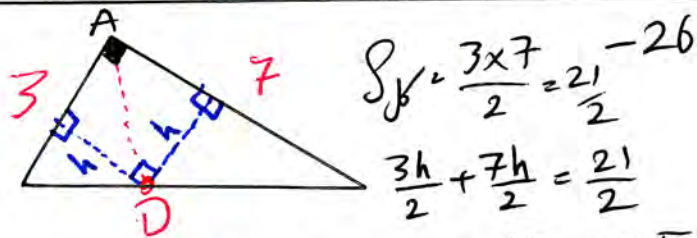


$$-15$$

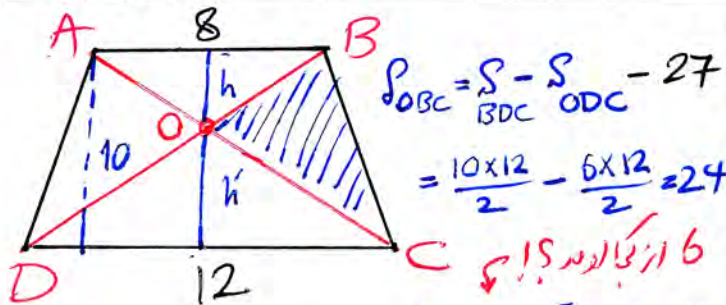


$$4a + 2\left(\frac{a}{2}\right) = 30 \Rightarrow a = 6$$

$$S = \frac{(6+12) \cdot 3\sqrt{3}}{2} = 27\sqrt{3}$$



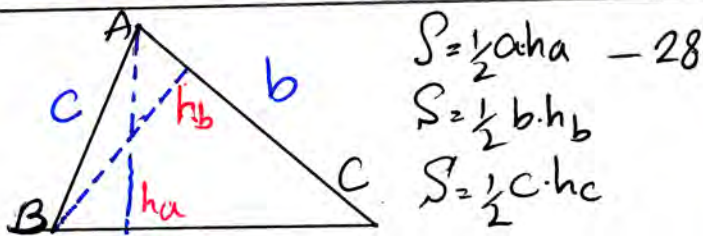
$$\Rightarrow 10h = 21 \Rightarrow h = 2.1 \Rightarrow AD = 2.1\sqrt{2}$$



البته این نسبت  
مساوی است!

$$\frac{12}{8} = \frac{h'}{h} = \frac{3}{2} \Rightarrow h' = 6$$

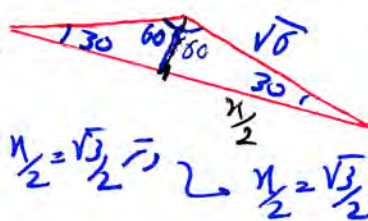
$$h + h' = 10 \Rightarrow h = 4$$



$$h_a = \frac{2S}{a}, h_b = \frac{2S}{b}, h_c = \frac{2S}{c}$$

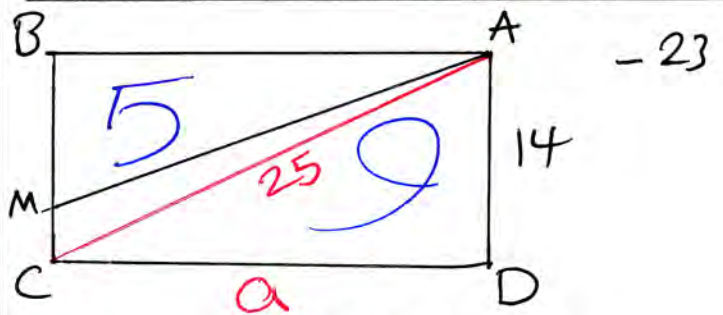
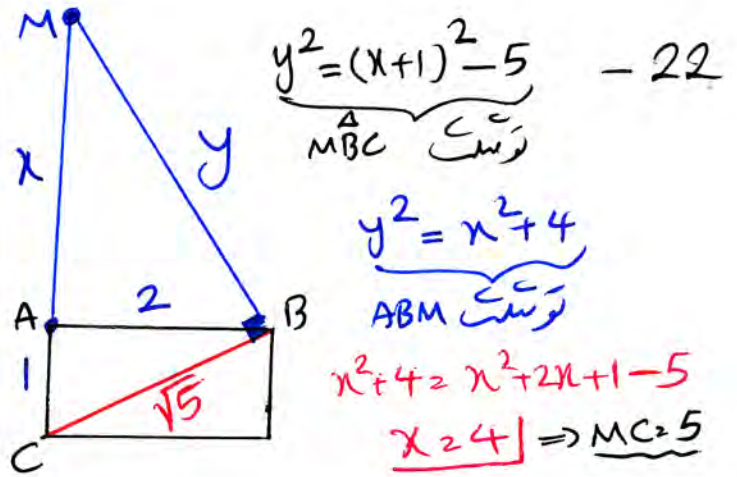
$$h_c = h_a + h_b \Rightarrow \frac{2S}{c} = 2S \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c} \Rightarrow c = \frac{10 \times 15}{10+15} = \frac{150}{25} = 6$$



29 - هدف قرار دهیم مساحت 6 صفر است یعنی مساحت

$$6 \left( \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \right) = 9\sqrt{3} \Rightarrow a = \sqrt{6}$$

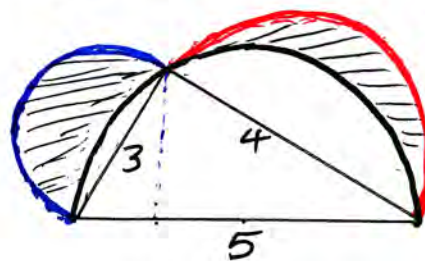


$$a^2 = (25)^2 - (14)^2 = 429$$

$$\frac{S_{ABM}}{S_{\square}} = \frac{\frac{1}{2} a \cdot BM}{a \times 14} = \frac{5}{14} \Rightarrow BM = 10$$

$$AM = \sqrt{429 + 100} = \sqrt{529} = 23$$

$$S_{\triangle} = 6 \rightarrow \text{مساحت} = S_1 - (S_1 - 6) = 24 - 18 = 6$$

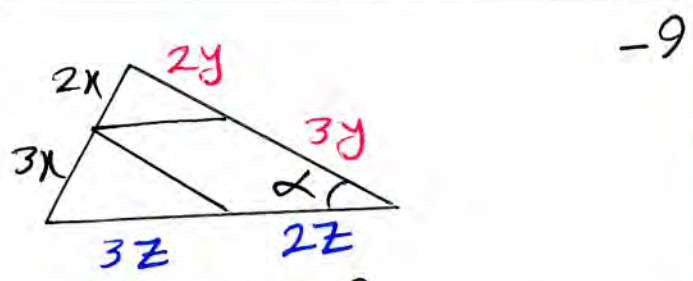
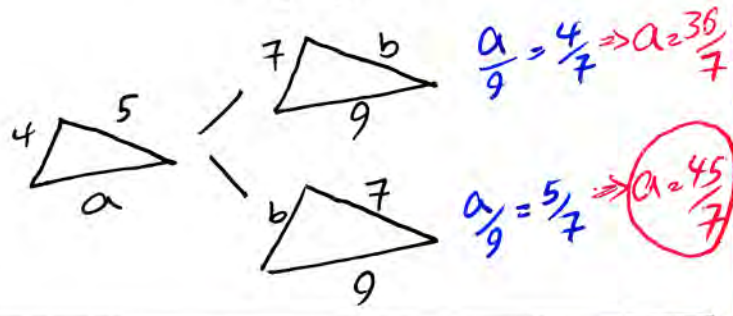
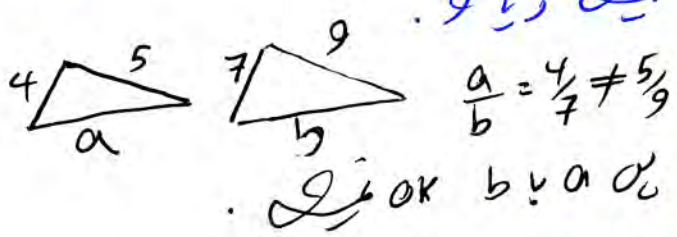


مساحت کل = مساحت  $S_2 + S_3$  و حساب کنیم از این رابطه استفاده کنیم

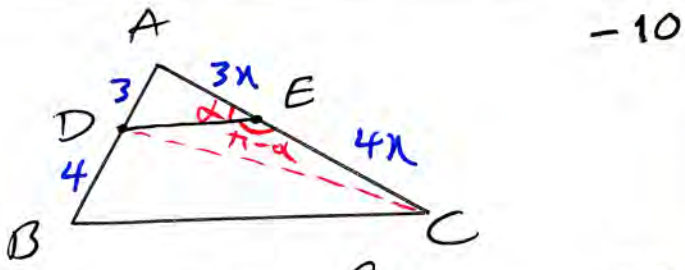
29 - هدف قرار دهیم مساحت 6 صفر است یعنی مساحت

$$6 \left( \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \right) = 9\sqrt{3} \Rightarrow a = \sqrt{6}$$

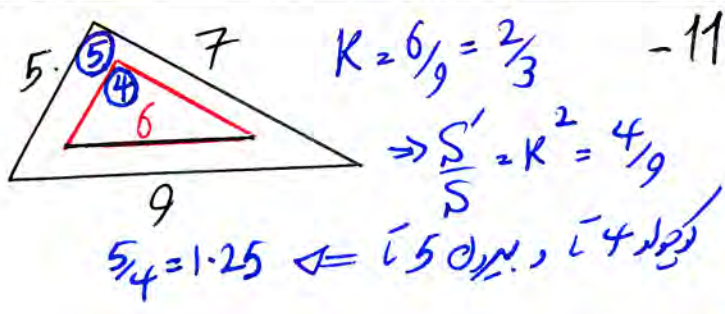
8- لولا چون بیشتر مقدار سکن برای  $a$  روخته  $a$  رو به عنوان ضلع بزرگتر در نظر داریم  
 حالا دنبال ضلع بزرگتر سکت نگاه می‌کنیم و می‌بینیم که  $a$  بزرگتر است



$\frac{S_{\square}}{S_{\Delta}} = \frac{3y \times 2z \times \sin \alpha}{5y \times 5z \times \sin \alpha} = \frac{12}{25} = 48\%$



$\frac{S_{\Delta ADE}}{S_{\Delta DEC}} = \frac{\frac{DE \times 3x \sin \alpha}{2}}{\frac{DE \times 4x \sin(\pi - \alpha)}{2}} = \frac{3}{4} = 75\%$



P.6 پاسخ سوالات فصل سوم

1-  $\frac{AE}{EF}$  تهر دوست سکت  
 نسبت کوچک:  $\frac{AE}{EF} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \frac{5}{3} = \frac{8}{CD}$   
 نسبت بزرگ:  $\frac{AE}{EF} = \frac{AC}{CD}$   
 $\Rightarrow CD = \frac{24}{5} = 4\frac{4}{5} = 4.8$

2- عین سوال 8 لبراز 13 لال!

$\frac{OC}{CD} = \frac{OA}{AB} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{8}{BE} \Rightarrow BE = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$   
 $\frac{OC}{CD} = \frac{OB}{BE}$

3-  $K^2 = \frac{49}{128} \Rightarrow K = \frac{7}{8\sqrt{2}}$

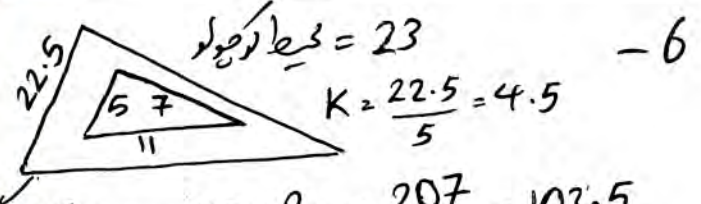
$\frac{21}{x} \mid \frac{7}{8\sqrt{2}} \Rightarrow x = 24\sqrt{2}$

4- نسبت (ضلع) =  $\frac{2}{3}$  نسبت سکت

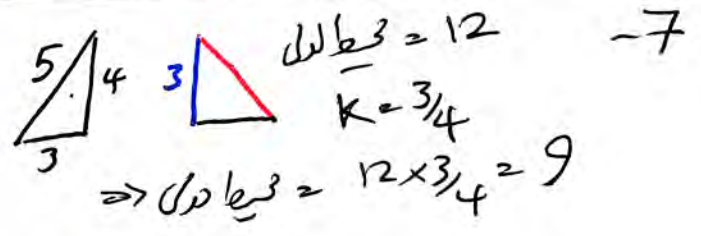
$K^2 = \frac{2}{3}K \Rightarrow K = \frac{2}{3}$   
 $K \text{ بزرگ} = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{S}{S'} = K^2 = \frac{9}{4} = 2.25$

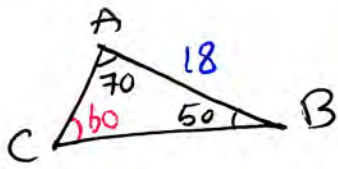
5-  $\frac{x-2}{9} = \frac{x}{12} \Rightarrow 3x = 24$

$\Rightarrow x = 8 \Rightarrow K = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \Rightarrow K^2 = \frac{4}{9}$



نسبت بزرگ =  $23 \times \frac{9}{2} = \frac{207}{2} = 103.5$

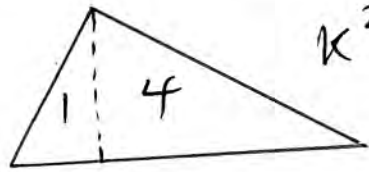




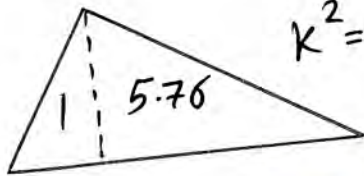
$$K^2 = \frac{9}{4} - 18 \Rightarrow K = 3\frac{1}{2}$$



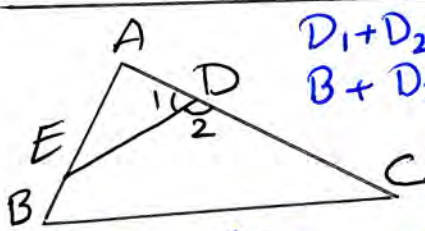
$$MP = 18 \times \frac{2}{3} = 12$$



$$K^2 = \frac{1}{4} - 19 \Rightarrow K = \frac{1}{2}$$



$$K^2 = \frac{1}{5 \cdot 76} = \frac{100}{576} - 20 \Rightarrow K = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$



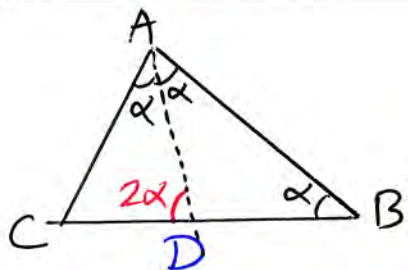
$$D_1 + D_2 = 180, B + D_2 = 180 \Rightarrow D_1 = B$$

(A) هم که سر هم. این مثلث کویلو در مثلث

لعل مساوی است.  $\widehat{ABC} \sim \widehat{ADE}$

$$\frac{DE}{BC} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} \Rightarrow K^2 = \frac{9}{25}$$

$$\Rightarrow \frac{16}{25} = 64\%$$



$$AB = 5 - 22$$

$$\frac{AB}{10/3} = \frac{3}{2}$$

$$\widehat{ABC} \sim \widehat{DAC}$$

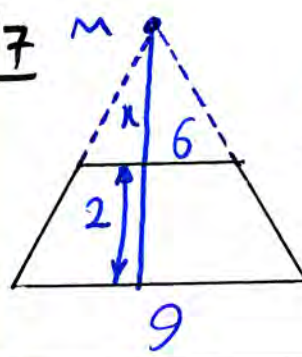
$$AD = 10/3$$

$$BD = 6 - 8/3 = 10/3$$

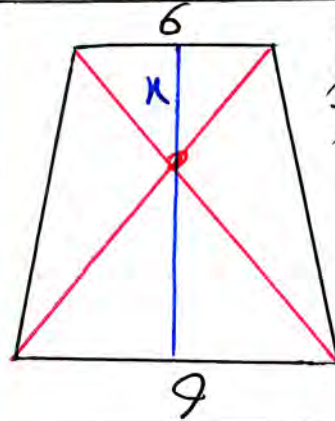
$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{DC} = \frac{BC}{AC}$$

$$16 = 6 \times DC \Rightarrow DC = 16/6 = 8/3$$

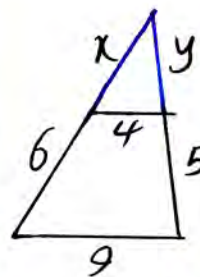
P.7



$$\frac{x}{8} = \frac{x+2}{9} - 12 \Rightarrow x = 4 \rightarrow \text{مربع} = 6$$



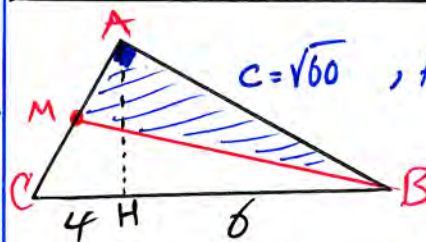
$$\frac{B}{A} = \frac{x}{12-x} - 13 \Rightarrow 3x = 24 - 2x \Rightarrow x = \frac{24}{5} = 4.8$$



$$\frac{x}{x+6} = \frac{4}{9} - 14 \Rightarrow 5x = 24 \Rightarrow x = 4.8$$

$$\frac{y}{y+5} = \frac{4}{9} \Rightarrow 5y = 20 \Rightarrow y = 4$$

$$(DP)^2 = 3 \times 12 \Rightarrow DP = 6 - 15$$



$$c = \sqrt{60}, AC = \sqrt{40} - 16 \Rightarrow AM = \frac{\sqrt{40}}{2}$$

$$\Delta ABM : BM = \sqrt{60 + 10} = \sqrt{70}$$

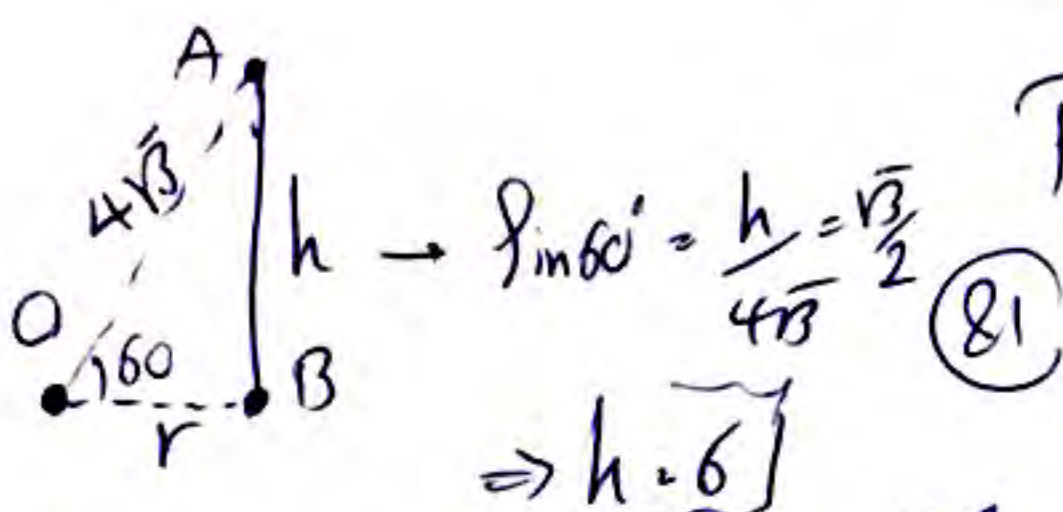
$$c^2 = BH \times BC, h^2 = CH \times HB$$

$$\frac{4}{5} = \frac{6}{7.5} - 17$$

DECB مثلث است که از D به E وصل می شود

دو زوایه است و برابر دو قطر مثلث است

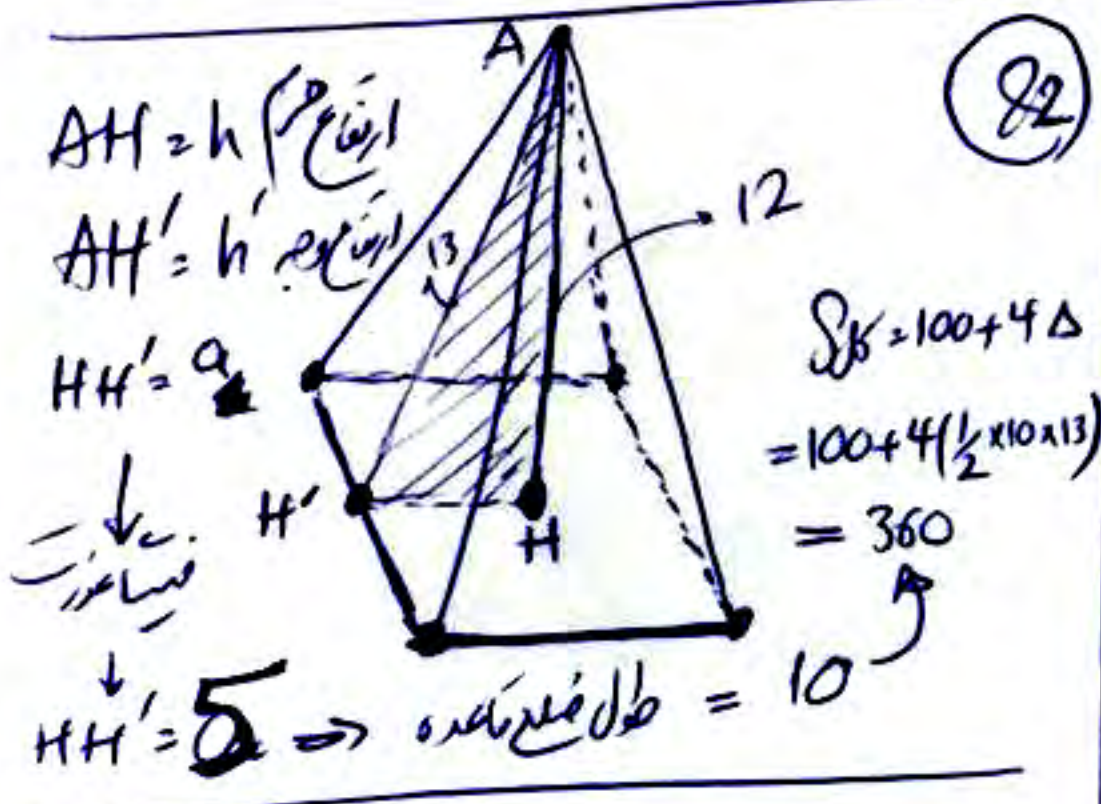
همه ملاحظه!



P.8 :  $\sin 60^\circ = \frac{h}{4\sqrt{3}} \Rightarrow h = 2\sqrt{3}$  (81)

$\sin 60^\circ = \frac{r}{4\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow r = 2\sqrt{3}$

$V_{\text{cylinder}} = \frac{1}{3} (\pi (2\sqrt{3})^2) \times 6 = 24\pi$



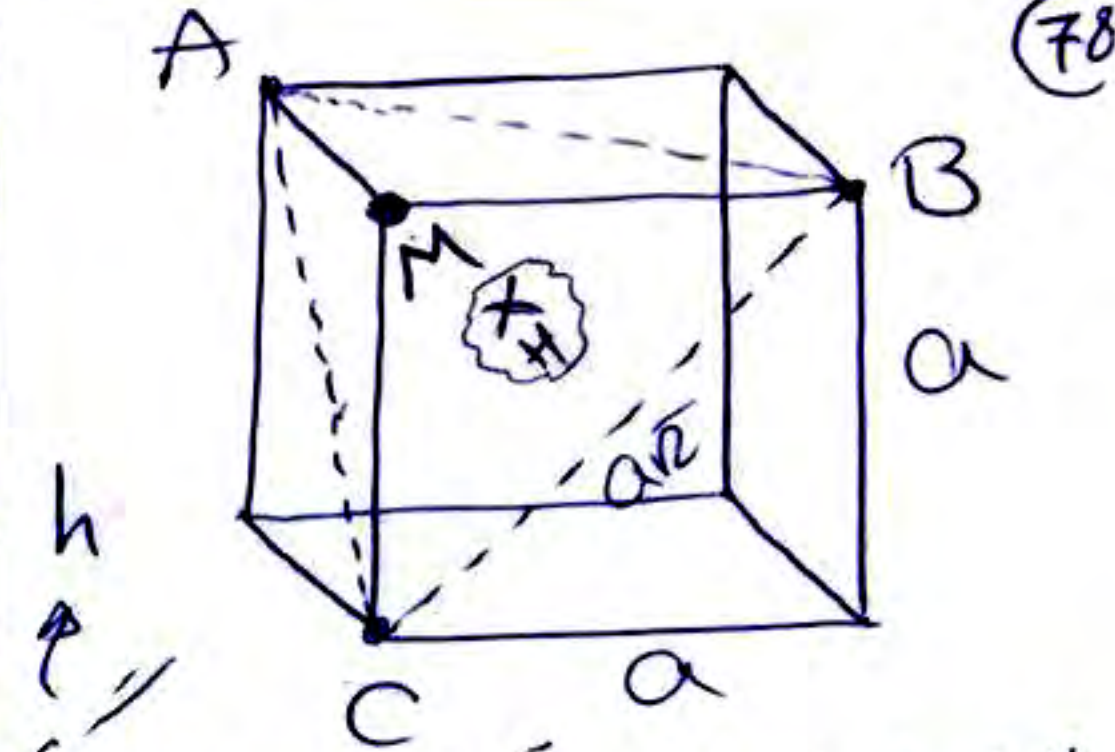
(82)

$AB \times BC = 3\sqrt{2}$   
 $a \times a\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \Rightarrow a^2 = 3$   
 $6 \times 3 = 18 \leftarrow 6a^2 \leftarrow \text{مساحة}$

(76)

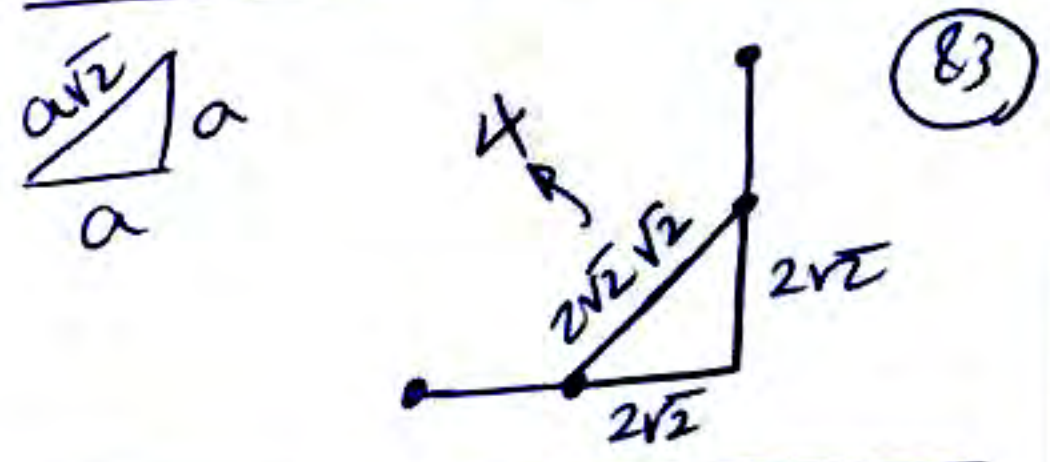
$90^\circ$  (77)

(78)

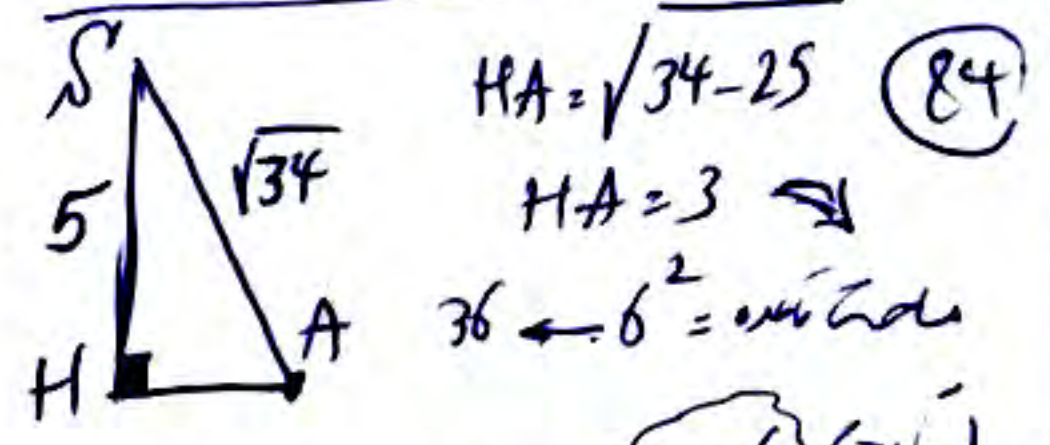


مساحة  $AMC$  = مساحة  $ABC$

$\frac{1}{3} a \times \frac{a^2}{2} = \frac{1}{3} h \times \frac{\sqrt{3}}{4} (a\sqrt{2})^2$   
 $a = \sqrt{3} h \Rightarrow h = \frac{1}{\sqrt{3}} a$

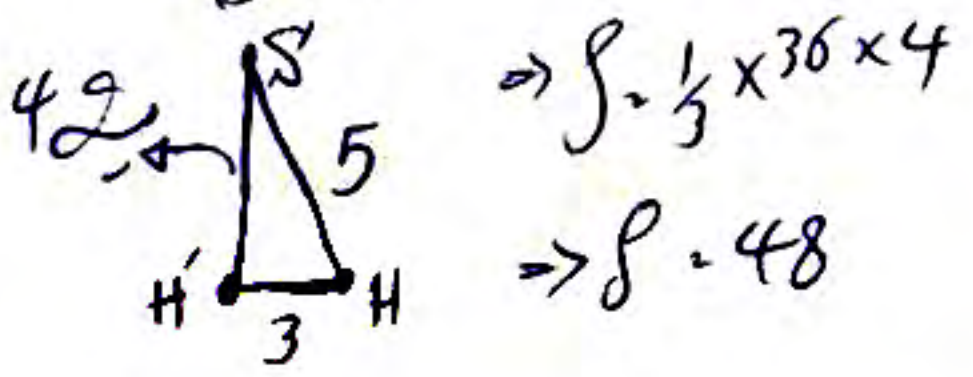


(83)



(84)

$S_{\text{triangle}} = \frac{1}{2} \times 36 \times 4 = 72$

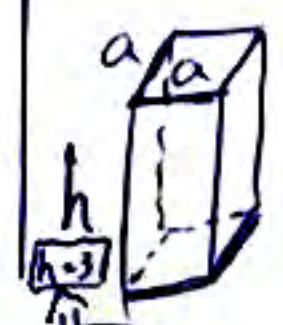


$S = \frac{1}{2} \times 36 \times 4 \Rightarrow S = 48$

$\frac{4}{3} \pi a^3 = \pi (a/2)^2 \times h$  (79)

$\frac{4}{3} a = \frac{1}{4} h \Rightarrow h = \frac{16}{3} a$

$2a^2 + 4ah = 182, a+h=10$  (80)



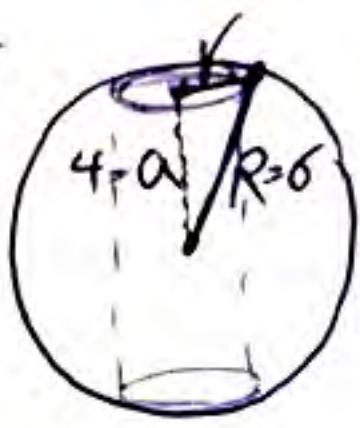
$2a^2 + 4a(10-a) = 182$   
 $-2a^2 + 40a = 182 \Rightarrow h = 10 - a$

$a^2 - 20a + 91 = 0 \Rightarrow (a-7)(a-13) = 0$

ل 13 قبله 7 بعد 10 هو a=7

$$r = \sqrt{6^2 - 4^2} = \sqrt{20}$$

$$V_{\text{استوانه}} = \pi (r^2) \times h = 160\pi$$



P.9  
89

اگر با فرض (4)

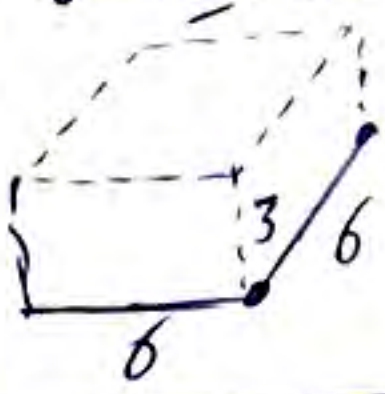
$$\frac{1}{3} a^2 \times a = \frac{1}{3} \pi a^2 \times h \quad (85)$$

$$a = \pi h \Rightarrow h = \frac{a}{\pi}$$

90

$$r = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$= \sqrt{2^2 + 2^2 + 3^2} = 9$$



86

اگر فرض کنیم مربع است

$$a\sqrt{3} = 6$$

$$a = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

$$V_{\text{مخروط}} = 6a^2 = 6 \times 12 = 72$$



91

$$S_{\text{استوانه}} = 2\pi r^2 + 2\pi r h$$

$$= 2\pi r(r+h) = 2\pi r(r+2r) = 6\pi r^2$$

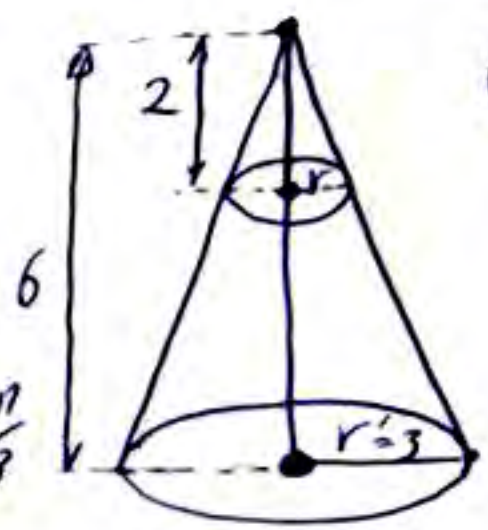
$$S'_{\text{کره}} = 4\pi r^2 \rightarrow \frac{S}{S'} = \frac{6\pi r^2}{4\pi r^2} = \frac{3}{2}$$



87

$$\frac{2}{6} = \frac{r}{3} \Rightarrow r = 1$$

$$V = \frac{1}{3} \pi (1)^2 \times 2 = \frac{2\pi}{3}$$



93

$$V = \pi r^2 \times r = \pi r^3$$

$$V_{\text{کره}} = \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$\text{حجم آب} = \pi r^3 - \frac{2}{3} \pi r^3 = \frac{1}{3} \pi r^3 = \frac{1}{3} \pi \times 6^3$$

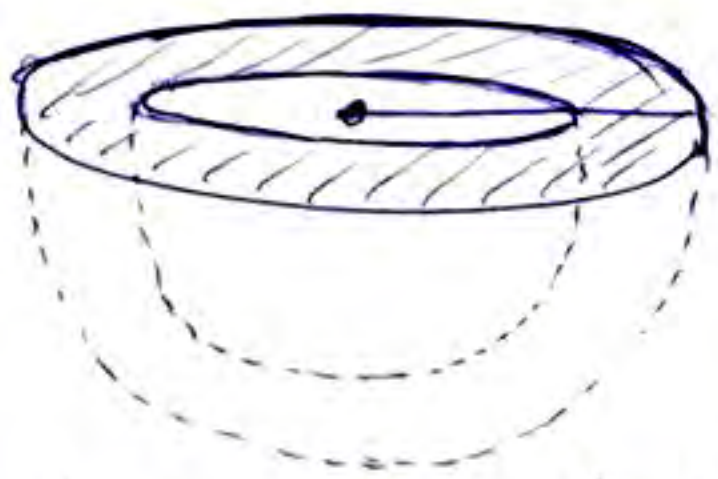


88

$$39\pi$$

$$V_{\text{واشور}} = \pi (8)^2 - \pi (5)^2 = \pi (64 - 25)$$

$$S_{\text{کره}} = \frac{1}{2} \times 4\pi (8)^2 = 128\pi$$



95

$$r = \sqrt{61 - 36} = \sqrt{45}$$

$$V = \pi r^2 \times h = \pi \times 45 \times 6$$



$$S_{\text{کره}} = \frac{1}{2} \times 4\pi (15)^2 = 50\pi$$

$$217\pi$$

96

$$\sqrt{5^2 + 6^2 + (2\sqrt{5})^2} = 9$$

97

$$\sqrt{(5)^2 + (6)^2 + (2\sqrt{5})^2} = 9 \rightarrow r = \frac{9}{2} \rightarrow S = 4\pi \left(\frac{9}{2}\right)^2 = 81\pi$$

