۱ در یک همایش ۵ نفر جهت سخنرانی ثبت‌نام کرده‌اند. چند طریق ترتیب سخنرانی برای آنان وجود دارد، به طوری که بین سخنرانی دو نفر موردنظر a و b از آنان فقط یک نفر سخنرانی کند؟

۱) ۲۰
۲) ۲۴
۳) ۳۶
۴) ۴۰

۲ ارقام ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ را به طریقی کنار هم قرار داده‌ایم که همواره رقم‌های فرد کنار هم باشند. تعداد پنج رقمی های حاصل کدام است؟

۱) ۱۲
۲) ۲۴
۳) ۳۶
۴) ۴۸

۳ چند عدد چهاررقمی با ارقام متمایز و فرد، بزرگ تر از ۳۰۰۰ وجود دارد؟

۱) ۷۲
۲) ۸۴
۳) ۹۶
۴) ۱۰۸

۴ حروف کلمهٔ $LAGRANGE$ را با جایگشت‌های مختلف کنار هم قرار می‌دهیم. در چند حالت حروف یکسان کنار هم قرار می‌گیرند؟

۱) ۳۶۰
۲) ۵۴۰
۳) ۷۲۰
۴) ۱۴۴۰

۵ تعداد جایگشت‌های حروف کلمهٔ $SYSTEM$ به طوری که S ها کنار هم نباشند کدام است؟

۱) ۱۸۰
۲) ۲۱۶
۳) ۲۴۰
۴) ۳۶۰

۶ اگر $۲۶ = \frac{P(n,۴)}{C(n-۱,۴)}$ ، مقدار n کدام است؟

۱) ۵۲
۲) ۵۳
۳) ۵۴
۴) ۵۵

۷ تعداد زیرمجموعه‌های سه عضوی از مجموعهٔ $\{a,b,c,d,e,f\}$ شامل عضو a کدام است؟

۱) ۸
۲) ۱۰
۳) ۱۲
۴) ۱۵

۸ از هریک از مدارس A، B، C، D و E چهار نفر به اردوگاه دانش‌آموزی دعوت شده‌اند. به چند طریق می‌توان سه دانش‌آموز که دو به دو غیر هم مدرسه باشند، انتخاب کرد؟

۱) ۱۲۰
۲) ۳۲۰
۳) ۴۸۰
۴) ۶۴۰

۹ از هریک از ۶ منطقهٔ کشوری ۱۵ دانش‌آموز به یک اردوگاه فرهنگی دعوت شده‌اند. به چند طریق می‌توان ۳ دانش‌آموز از بین آن‌ها که دو به دو غیر هم منطقه‌ای هستند انتخاب نمود؟

۱) ۵۷۶۰۰
۲) ۶۷۵۰۰
۳) ۷۵۶۰۰
۴) ۷۶۵۰۰

۱۰ از هریک از ۸ مدرسهٔ علاقمند، ۶ نفر برای بازی تنیس چهار نفری (۲ نفر در مقابل ۲ نفر) انتخاب شده‌اند. به چند طریق این بازی ممکن است انجام شود به طوری که هر دو نفر همیار هم، از یک مدرسه باشند؟
(بازی بین مدارس مختلف انجام می‌شود)

۱) ۴۲۰۰
۲) ۵۴۰۰
۳) ۵۶۰۰
۴) ۶۳۰۰

۱۱ از ده پرسش موجود، به چند طریق می‌توان ۸ پرسش را جهت پاسخگویی انتخاب کرد به شرط آن که حداقل ۴ پرسش از ۵ پرسش اول انتخاب شود؟

۱) ۲۵
۲) ۳۲
۳) ۳۰
۴) ۳۵

۱۲ از بین ۵ دانش‌آموز تجربی و ۳ دانش‌آموز ریاضی، به چند طریق می‌توان ۳ نفر را برای کار در آزمایشگاه انتخاب کرد به‌طوری که لااقل ۲ نفر از آن‌ها دانش‌آموز تجربی باشند؟

۱) ۲۵
۲) ۳۰
۳) ۳۵
۴) ۴۰

۱۳ با ارقام ۹ و ... و ۳ و ۲ و ۱ به چند طریق می‌توان یک عدد پنج‌رقمی ساخت به‌طوری که درست دو رقم آن زوج باشد؟

۱) ۶۴۰۰
۲) ۷۲۰۰
۳) ۸۴۰۰
۴) ۹۶۰۰

۱۴ با جابه جایی ارقام عدد ۵۷۶۲۲۲ چند عدد شش رقمی می‌توان تشکیل داد به‌طوری که رقم‌های ۲ ، یک‌درمیان قرار بگیرند؟

۱) ۹
۲) ۱۲
۳) ۱۸
۴) ۲۴

۱۵ بر روی یک دایره ۸ نقطهٔ متمایز وجود دارد. تعداد چهارضلعی‌های محدّب که هر رأس یک چهارضلعی واقع بر نقاط مفروض باشد، کدام است؟

۱) ۵۶
۲) ۶۸
۳) ۷۰
۴) ۶۴

۱۶ با ارقام ۹ و ۷ و ۵ و ۳ و ۱ چند عدد سه‌رقمی با شرط "رقم یکان < رقم دهگان < رقم صدگان " می‌توان نوشت؟

۱) ۸
۲) ۹
۳) ۱۰
۴) ۱۲

۱۷ با ارقام متمایز ۹,...,۱,۲,۳,۴ به چند طریق می‌توان یک عدد چهاررقمی ساخت، به‌طوری‌که فقط یکی از ارقام آن زوج باشد؟

۱) ۶۴۰
۲) ۷۲۰
۳) ۷۸۰
۴) ۹۶۰

۱۸ در ظرفی ۴ مهره آبی، ۳ مهره قرمز و ۲ مهره سفید موجود است. به تصادف ۳ مهره از ظرف خارج می‌کنیم. با کدام احتمال، حداقل یک مهره آبی خارج می‌شود؟

۱) $\frac{۳۱}{۴۲}$
۲) $\frac{۳۷}{۴۲}$
۳) $\frac{۶۷}{۸۴}$
۴) $\frac{۷۳}{۸۴}$

۱۹ دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال مجموع دو عدد رو شده مضرب ۴ است؟

۱) $\frac{۲}{۹}$
۲) $\frac{۵}{۱۸}$
۳) $\frac{۱}{۴}$
۴) $\frac{۵}{۱۲}$

۲۰ در کیسه‌ای ۵ مهره با شماره‌های ۱ تا ۵ وجود دارد. این مهره‌ها را به طور تصادفی پی‌درپی و بدون جایگذاری خارج می‌کنیم. با کدام احتمال دو مهره با شمارهٔ فرد متوالیاً خارج نمی‌شوند؟

۱) ۰/۱
۲) ۰/۱۵
۳) ۰/۳
۴) ۰/۲۵

۲۱ چهار دانش‌آموز یک کلاس که بر یک نیمکت نشسته باشند، با کدام احتمال ماه تولد حداقل دو نفر آنان یکسان است؟

۱) $\frac{۱۹}{۴۸}$
۲) $\frac{۴۱}{۹۶}$
۳) $\frac{۲۳}{۴۸}$
۴) $\frac{۵۵}{۹۶}$

۲۲ در ظرفی ۴ مهرهٔ سفید و ۵ مهرهٔ سیاه موجود است. به تصادف ۳ مهره از ظرف خارج می‌کنیم. با کدام احتمال مهره‌های خارج شده همرنگ‌اند؟

۱) $\frac{۱}{۶}$
۲) $\frac{۳}{۱۴}$
۳) $\frac{۲}{۹}$
۴) $\frac{۵}{۱۴}$

۲۳ دو تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم تا برای اولین بار هر دو عدد رو شده زوج باشند. با کدام احتمال حداکثر در سه پرتاب نتیجه حاصل می‌شود؟

۱) $\frac{۲۷}{۶۴}$
۲) $\frac{۳۷}{۶۴}$
۳) $\frac{۱۹}{۳۲}$
۴) $\frac{۳۹}{۶۴}$

۲۴ در پرتاب دو سکه و یک تاس با هم، احتمال این‌که حداقل یک سکه رو و عدد تاس مضرب ۳ باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۱۲}$
۲) $\frac{۱}{۶}$
۳) $\frac{۱}{۴}$
۴) $\frac{۱}{۳}$

۲۵ در آزمایشگاهی ۵ موش سفید و ۶ موش سیاه موجود است. به تصادف ۳ موش از بین آن‌ها خارج می‌کنیم. با کدام احتمال لااقل یکی از موش‌ها سفید است؟

۱) $\frac{۸}{۱۱}$
۲) $\frac{۹}{۱۱}$
۳) $\frac{۲۸}{۳۳}$
۴) $\frac{۲۹}{۳۳}$

۲۶ در گروه زنان ساکن یک روستا، ۶۰ درصد آنان تحصیلات ابتدایی و ۲۵ درصد آنان مهارت قالی‌بافی دارند. اگر یک فرد از این گروه انتخاب شود، با کدام احتمال این فرد تحصیلات ابتدایی دارد یا مهارت قالی‌بافی دارد؟

۱) ۰/۷
۲) ۰/۷۵
۳) ۰/۸
۴) ۰/۸۵

۲۷ حروف کلمهٔ $ATAXIA$ را بریده، به طور تصادف کنار هم قرار می‌دهیم. با کدام احتمال هر سه حرف A کنار هم قرار می‌گیرند؟

۱) $\frac{۱}{۶}$
۲) $\frac{۱}{۵}$
۳) $\frac{۱}{۴}$
۴) $\frac{۱}{۳}$

۲۸ چهار رقم ۳ و ۲ و ۱ و ۰ را به تصادف کنار هم قرار می‌دهیم تا عددی چهار رقمی حاصل شود. با کدام احتمال یک عدد چهار رقمی مضرب ۶ حاصل می‌شود؟

۱) $\frac{۱}{۳}$
۲) $\frac{۵}{۱۲}$
۳) $\frac{۴}{۹}$
۴) $\frac{۵}{۹}$

۲۹ در آزمایشگاهی ۷ موش نگه‌داری می‌شوند که بر روی ۳ موش آزمون مهارت انجام شده است. اگر ۲ موش از بین آنان تصادفی انتخاب شود، با کدام احتمال لااقل بر روی یکی از آن دو، آزمون انجام شده است؟

۱) $\frac{۱۰}{۲۱}$
۲) $\frac{۴}{۷}$
۳) $\frac{۵}{۷}$
۴) $\frac{۱۶}{۲۱}$

۳۰ در آزمایشگاهی ۳ موش سفید و ۵ موش سیاه نگه‌داری می‌شوند. اگر به طور تصادفی ۴ موش از بین آن‌ها جهت انجام آزمایشی برداشته شوند، با کدام احتمال فقط یکی از موش‌های مورد آزمایش سفید است؟

۱) $\frac{۲}{۷}$
۲) $\frac{۲}{۵}$
۳) $\frac{۳}{۷}$
۴) $\frac{۳}{۵}$

۳۱ احتمال این که از سه موش انتخاب شده از ۶ موش سفید و ۵ موش سیاه، هر سه موش سفید باشند، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۸}$
۲) $\frac{۴}{۳۳}$
۳) $\frac{۵}{۳۲}$
۴) $\frac{۵}{۳۳}$

۳۲ در آزمایشگاهی ۵ موش سالم و ۳ موش دیابتی نگه‌داری می‌شوند. اگر دو موش از محفظه گریخته باشند، با کدام احتمال فقط یکی از موش‌های فراری دیابتی است؟

۱) $\frac{۱۵}{۵۶}$ ۲) $\frac{۵}{۱۴}$

۳) $\frac{۳}{۸}$ ۴) $\frac{۱۵}{۲۸}$

۳۳ در یک روستا ۵۴ درصد جمعیت را مردان و ۴۶ درصد را زنان تشکیل می‌دهند. اگر ۶۰ درصد مردان و ۷۵ درصد زنان دفترچه سلامت داشته باشند، با کدام احتمال یک فرد انتخابی به تصادف از بین آن‌ها دفترچهٔ سلامت دارد؟

۱) ۰/۶۵۸ ۲) ۰/۶۶۹

۳) ۰/۶۸۵ ۴) ۰/۶۹۶

۳۴ دو تاس را باهم می‌اندازیم، با کدام احتمال دو عدد رو شده، متوالی هستند؟

۱) $\frac{۲}{۹}$ ۲) $\frac{۵}{۱۸}$

۳) $\frac{۷}{۱۸}$ ۴) $\frac{۴}{۹}$

۳۵ در جعبه‌ای ۴ مهرهٔ سفید و ۳ مهرهٔ سیاه و ۲ مهرهٔ قرمز است. به‌تصادف ۳ مهره از آن بیرون می‌آوریم، با کدام احتمال فقط یکی از مهره‌ها سفید است؟

۱) $\frac{۸}{۲۱}$ ۲) $\frac{۱۷}{۴۲}$

۳) $\frac{۱۰}{۲۱}$ ۴) $\frac{۹}{۱۴}$

۳۶ در جعبه‌ای ۷ مهرهٔ سفید و ۵ مهرهٔ سیاه و ۲ مهرهٔ قرمز موجود است. به‌تصادف ۴ مهره از آن بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال یک مهره قرمز و حداقل ۲ مهرهٔ سفید، خارج شده است؟

۱) $\frac{۳۰}{۹۱}$ ۲) $\frac{۲۵}{۷۷}$

۳) $\frac{۴۰}{۱۴۳}$ ۴) $\frac{۵۰}{۱۴۳}$

۳۷ در پرتاب یک سکه، اگر "رو" بیاید یک تیرانداز مجاز است ۵ تیر رها کند، اگر "پشت" بیاید، ۳ تیر رها می‌کند. می‌دانیم احتمال اصابت هر تیر رهاشده $\frac{۳}{۵}$ است. با کدام احتمال فقط یک تیر اصابت می‌کند؟

۱) $\frac{۹۶}{۶۲۵}$ ۲) $\frac{۱۱۴}{۶۲۵}$

۳) $\frac{۱۲۲}{۶۲۵}$ ۴) $\frac{۱۲۸}{۶۲۵}$

۳۸ هریک از ارقام ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱، بر روی پنج کارت یکسان نوشته شده است، به‌تصادف سه کارت از آن‌ها را کنار هم قرار می‌دهیم. با کدام احتمال عدد سه‌رقمی حاصل مضرب ۳ است؟

۱) ۰/۳ ۲) ۰/۴

۳) ۰/۵ ۴) ۰/۶

۳۹ احتمال موفقیت عمل جراحی برای شخص A برابر ۰/۹ و برای شخص B برابر ۰/۸ می‌باشد. با کدام احتمال، لااقل عمل جراحی برای یکی از این دو نفر، موفقیت‌آمیز است؟

۱) ۰/۹۲
۲) ۰/۹۴
۳) ۰/۹۶
۴) ۰/۹۸

۴۰ در کیسه‌ای ۵ مهرهٔ سفید و ۴ مهرهٔ سیاه و ۳ مهرهٔ آبی وجود دارد. سه مهره به‌تصادف از کیسه خارج می‌کنیم. با کدام احتمال رنگ مهره‌های خارج‌شده متفاوت است؟

۱) $\frac{5}{22}$
۲) $\frac{3}{11}$
۳) $\frac{7}{22}$
۴) $\frac{4}{11}$

۴۱ در یک خانواده ۴ فرزندی، با کدام احتمال، ۲ فرزند پسر یا ۳ فرزند دختر است؟

۱) $\frac{3}{8}$
۲) $\frac{9}{16}$
۳) $\frac{5}{8}$
۴) $\frac{3}{4}$

۴۲ در یک خانواده سه فرزندی، می‌دانیم یکی از فرزندان پسر است. با کدام احتمال دو فرزند دیگر، دختر است؟

۱) $\frac{3}{8}$
۲) $\frac{3}{7}$
۳) $\frac{4}{7}$
۴) $\frac{5}{8}$

۴۳ در آزمایشگاهی ۵ موشِ سفید و ۳ موشِ سیاه نگه‌داری می‌شوند. به تصادف متوالیاً سه موش از بین آن‌ها انتخاب می‌شود. با کدام احتمال اولین موش سفید و سومین موش سیاه است؟

۱) $\frac{11}{56}$
۲) $\frac{17}{56}$
۳) $\frac{13}{56}$
۴) $\frac{15}{56}$

۴۴ یک خانوادهٔ سه فرزندی با کدام احتمال، حداقل دو فرزند دختر دارد؟ در صورتی که می‌دانیم حداقل یکی از فرزندان، دختر است.

۱) $\frac{3}{8}$
۲) $\frac{5}{8}$
۳) $\frac{3}{7}$
۴) $\frac{4}{7}$

۴۵ در یک خانواده سه فرزندی می‌دانیم فرزند اول آن‌ها دختر است. با کدام احتمال لااقل یکی از فرزندان پسر است؟

۱) $\frac{1}{3}$
۲) $\frac{1}{2}$
۳) $\frac{5}{8}$
۴) $\frac{3}{4}$

۴۶ خانواده‌ای دارای چهار فرزند است. می‌دانیم که دو فرزند اول آن‌ها پسر است. احتمال آن‌که دو فرزند دیگر این خانواده دختر باشند، کدام است؟

۱) $\frac{3}{16}$
۲) $\frac{1}{4}$
۳) $\frac{5}{16}$
۴) $\frac{3}{8}$

۴۷ در یک خانوادهٔ دو فرزندی، می‌دانیم یکی از فرزندان پسر است. با کدام احتمال این خانواده فرزند دختر دارد؟

۱) $\frac{۱}{۳}$
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۲}{۳}$
۴) $\frac{۳}{۴}$

۴۸ ظرف A دارای ۴ مهرهٔ سفید و ۵ مهرهٔ سیاه است و هر یک از دو ظرف یکسان B و C دارای ۶ مهرهٔ سفید و ۳ مهرهٔ سیاه است. به تصادف یکی از سه ظرف را انتخاب کرده و ۴ مهره از آن خارج می‌کنیم. با کدام احتمال دو مهره از مهره‌های خارج شده، سفید است؟

۱) $\frac{۲۵}{۶۳}$
۲) $\frac{۲۶}{۶۳}$
۳) $\frac{۱۰}{۲۱}$
۴) $\frac{۱۱}{۲۱}$

۴۹ شصت درصد از کارکنان سازمانی مرد و چهل درصد آنان زن هستند. می‌دانیم که ۲۰ درصد از مردان و ۴۵ درصد از زنان تحصیلات دانشگاهی دارند. اگر به تصادف ۳ نفر از بین آنان انتخاب شود، با کدام احتمال ۲ نفر آنان، تحصیلات دانشگاهی دارند؟

۱) ۰/۱۸۹
۲) ۰/۱۹۲
۳) ۰/۱۹۶
۴) ۰/۱۹۸

۵۰ در جعبه‌ای ۶ مهرهٔ سفید و ۹ مهرهٔ سیاه موجود است. دو مهره متوالیاً و بدون جای‌گذاری بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال بدون توجه به اولین مهره، دومین مهرهٔ خارج شده سفید است؟

۱) $\frac{۵}{۱۴}$
۲) $\frac{۳}{۷}$
۳) $\frac{۲}{۵}$
۴) $\frac{۳}{۵}$

۵۱ در جعبهٔ اول ۴ مهرهٔ سفید و ۳ مهرهٔ سیاه و در جعبهٔ دوم ۳ مهرهٔ سفید و ۶ مهرهٔ سیاه موجود است. به تصادف یکی از جعبه‌ها را انتخاب کرده و دو مهره با هم از آن بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال هر دو مهره سفید است؟

۱) $\frac{۳۱}{۱۶۸}$
۲) $\frac{۱۱}{۵۶}$
۳) $\frac{۱۷}{۸۴}$
۴) $\frac{۱۳}{۵۶}$

۵۲ از بین ۳ کارت سفید و ۴ کارت سبز یکسان به تصادف یک کارت بدون جای‌گذاری بیرون می‌آوریم. سپس کارت دوم را خارج می‌کنیم. با کدام احتمال هر دو کارت همرنگ هستند؟

۱) $\frac{۲}{۷}$
۲) $\frac{۵}{۱۴}$
۳) $\frac{۳}{۷}$
۴) $\frac{۴}{۷}$

۵۳ احتمال انتقال بیماری مسری به افرادی که واکسن زده‌اند ۰/۰۲۵ و احتمال انتقال به افراد دیگر ۰/۲ است. $\frac{۲}{۵}$ کارگران یک کارگاه واکسن زده‌اند. اگر فرد حامل بیماری با یکی از کارگران ملاقات کند، با کدام احتمال، این بیماری منتقل می‌شود؟

۱) ۰/۱۳
۲) ۰/۱۴
۳) ۰/۱۵
۴) ۰/۱۶

۵۴ ۵۵ درصد دانشجویان سال اول دختر و بقیه پسر هستند. ۶۰ درصد دختران و ۶۴ درصد پسران تمام واحدهای درسی خود را گذرانده‌اند. چند درصد کل دانشجویان، تمام واحدهای درسی خود را گذرانده‌اند؟

۱) ۶۱/۴
۲) ۶۱/۸
۳) ۶۲/۴
۴) ۶۲/۸

۵۵ انتقال نوعی بیماری ارثی از والدین به فرزند پسر ۱۰ درصد و به فرزند دختر ۶ درصد است. با کدام احتمال فرزندی که به دنیا می‌آید این نوع بیماری را ندارد؟

۱) ۹۱%
۲) ۹۲%
۳) ۹۳%
۴) ۹۴%

۵۶ هفتاد و پنج درصد محصولات کارخانه‌ای مرغوب‌اند. با کدام احتمال از ۴ کالای خریداری شده این کارخانه لااقل یک کالا مرغوب است؟

۱) $\frac{۲۵۱}{۲۵۶}$
۲) $\frac{۲۵۵}{۲۵۶}$
۳) $\frac{۱۲۷}{۱۲۸}$
۴) $\frac{۶۳}{۶۴}$

۵۷ آزمایشی فقط دو نتیجهٔ شکست و پیروزی دارد. احتمال پیروزی $\frac{۳}{۴}$ و X تعداد پیروزی‌ها در ۱۶ بار تکرار این آزمایش‌ها است. $P(۰ \leq X \leq ۱۶)$ کدام است؟

۱) $\left(\frac{۳}{۴}\right)^{۱۶}$
۲) $۱-\left(\frac{۱}{۴}\right)^{۱۶}$
۳) $۲\left(\frac{۱۶}{۸}\right)\left(\frac{۳}{۴}\right)$
۴) ۱

۵۸ احتمال انتقال ویروس از فرد بیمار به افراد مستعد ۰/۱ است. اگر بیمار با ۴ نفر مستعد ملاقات کند، با کدام احتمال ۲ یا ۳ نفر آنان مبتلا می‌شوند؟

۱) ۰/۰۴۸۲
۲) ۰/۰۵۲۲
۳) ۰/۰۵۶۴
۴) ۰/۰۵۹۴

۵۹ از نوعی بذر ۸۰ درصد آن‌ها جوانه می‌زند. اگر سه بذر از این نوع کاشته شود، با کدام احتمال لااقل دو بذر جوانه می‌زند؟

۱) ۰/۵۱۲
۲) ۰/۷۸۴
۳) ۰/۸۶۴
۴) ۰/۸۹۶

۶۰ می‌دانیم ۳۰ درصد از افراد جامعه‌ای دارای گروه خونی A هستند. اگر به طور تصادفی ۳ نفر از این جامعه انتخاب کنیم، با کدام احتمال فقط گروه خونی دو نفر از آن‌ها از نوع Aاست؟

۱) ۰/۱۸۹
۲) ۰/۱۴۷
۳) ۰/۰۴۲
۴) ۰/۰۶۳

۶۱ نوعی واکسن با احتمال ۹۰ درصد برای طیور تأثیر مثبت دارد. اگر ۵ مورد از این واکسن به کار رود، با کدام احتمال فقط ۳ مورد آن تأثیر مثبت خواهد داشت؟

۱) ۰/۰۷۲۹
۲) ۰/۰۸۱
۳) ۰/۷۲۹
۴) ۰/۸۱

۶۲ احتمال این که از چهار فرزند یک خانواده دو فرزند پسر و دو فرزند دختر باشند، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) $\frac{۳}{۸}$
۴) $\frac{۷}{۱۶}$

۶۳ در یک شرکت ۴۵۰ نفر کار می‌کنند که ۳۰۰ نفر آنان تحصیلات دانشگاهی دارند. اگر ۶ نفر از این کارکنان به تصادف انتخاب شوند، با کدام احتمال ۴ نفر آنان تحصیلات دانشگاهی دارند؟

۱) $\frac{۱۶}{۸۱}$
۲) $\frac{۶۴}{۲۴۳}$
۳) $\frac{۸۰}{۲۴۳}$
۴) $\frac{۴۰}{۸۱}$

۶۴ پدر و مادری هر یک دارای یک ژن رنگ چشم مغلوب (b) و یک ژن رنگ چشم غالب (B)اند و $P(B) = ۳P(b)$. اگر این پدر و مادر دارای سه فرزند باشند، با کدام احتمال فقط یکی از فرزندان دارای ژن چشم مغلوب‌اند؟

۱) $\frac{۹}{۶۴}$
۲) $\frac{۹}{۳۲}$
۳) $\frac{۲۷}{۶۴}$
۴) $\frac{۹}{۱۶}$

۶۵ احتمال انتقال نوعی بیماری مسری به افراد مستعد ۰/۲ است. اگر ۵ نفر با فردی که حامل این بیماری است ملاقات کنند، با کدام احتمال ۳ نفر آنان مبتلا می‌شوند؟

۱) ۰/۰۲۵۶
۲) ۰/۰۵۱۲
۳) ۰/۱۰۲۴
۴) ۰/۲۰۴۸

۶۶ دانش‌آموزی به ۵ پرسش ۵ گزینه‌ای به تصادف پاسخ می‌دهد. با کدام احتمال فقط به ۳ پرسش پاسخ صحیح داده شده است؟

۱) ۰/۰۲۵۶
۲) ۰/۰۵۱۲
۳) ۰/۰۶۲۵
۴) ۰/۰۷۶۸

۶۷ دانش‌آموزی به ۵ پرسش ۵ گزینه‌ای به تصادف پاسخ می‌دهد. با کدام احتمال فقط به یک پرسش پاسخ صحیح داده شده است؟

۱) ۰/۲۰۴۸
۲) ۰/۴۰۹۶
۳) ۰/۵۱۲
۴) ۰/۷۱۴۴

۶۸ در آزمایشگاهی ۶ موش سیاه و ۴ موش سفید موجود است. به طور تصادفی ۲ موش از بین آن‌ها خارج می‌کنیم. X تعداد موش‌های سفید خارج شده است. بیشترین مقدار در توزیع احتمال آن کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۵}$
۲) $\frac{۷}{۱۵}$
۳) $\frac{۸}{۱۵}$
۴) $\frac{۳}{۵}$

۶۹ احتمال انتقال نوعی بیماری از فرد بیمار به افراد مستعد ۰/۲ است. اگر ۶ نفر مستعد با این بیمار ملاقات کنند، با کدام احتمال ۴ نفر آنان به این بیماری مبتلا می‌شوند؟

۱) ۰/۰۱۴۲۸
۲) ۰/۰۱۵۳۶
۳) ۰/۰۱۵۴۸
۴) ۰/۰۱۵۹۶

۷۰ به طور متوسط از هر ۱۰ مشتری مراجعه کننده به فروشگاهی ۶ نفر خرید می‌کنند. در فاصلهٔ زمانی معین ۴ مشتری به این فروشگاه مراجعه می‌کنند. با کدام احتمال فقط ۳ نفر از آن‌ها خرید می‌کنند؟

۱) ۰/۳۱۷۲
۲) ۰/۳۲۸۲
۳) ۰/۳۴۵۶
۴) ۰/۳۶۵۴

۷۱ از نوعی بذر که ۸۰ درصد آن‌ها جوانه می‌زنند، ۵ عدد کاشته شده است. با کدام احتمال، حداقل دو عدد از آن‌ها جوانه می‌زند؟

۱) ۰/۹۹۳۲۸
۲) ۰/۹۹۳۶۰
۳) ۰/۹۴۲۰۸
۴) ۰/۹۵۱۲۰

۷۲ در یک کارخانه ۶۰ درصد کارگران بومی‌اند. اگر ۴ نفر از بین آنان به تصادف انتخاب شوند، با کدام احتمال درست ۳ نفر از آنان بومی‌اند؟

۱) ۰/۱۵۳۶
۲) ۰/۲۹۹۶
۳) ۰/۳۲۷۶
۴) ۰/۳۴۵۶

۷۳ دانش‌آموزی به ۶ پرسش تستی سه گزینه‌ای به تصادف پاسخ می‌گوید. احتمال این که فقط به ۴ پرسش پاسخ درست بدهد، کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۸۱}$
۲) $\frac{۵}{۸۱}$
۳) $\frac{۱۶}{۲۴۳}$
۴) $\frac{۲۰}{۲۴۳}$

۷۴ در یک بیمارستان ۵ نوزاد در یک روز متولد شده‌اند. با کدام احتمال لااقل دو نفر از آنان دختر است؟

۱) $\frac{۵}{۱۶}$
۲) $\frac{۳}{۸}$
۳) $\frac{۷}{۱۶}$
۴) $\frac{۱۳}{۱۶}$

۷۵ در جعبه‌ای ۳ مهرهٔ آبی، ۲ مهرهٔ سیاه و ۵ مهرهٔ قرمز موجود است. اگر دو مهره از آن بیرون می‌آوریم، با کدام احتمال این دو مهره هم‌رنگ نیستند؟

۱) $\frac{۲۸}{۴۵}$
۲) $\frac{۲۹}{۴۵}$
۳) $\frac{۳۱}{۴۵}$
۴) $\frac{۳۲}{۴۵}$

۷۶ در پرتاب یک تاس، اگر عدد زوج ظاهر شود، یک تیرانداز مجاز است ۴ تیر رها کند، در غیر این صورت ۳ تیر رها می‌کند. می‌دانیم احتمال موفقیت در هر تیر رها شده $\frac{۲}{۳}$ است. با کدام احتمال فقط ۲ بار موفقیت حاصل شده است؟

۱) $\frac{۸}{۲۷}$
۲) $\frac{۱۰}{۲۷}$
۳) $\frac{۱۱}{۲۷}$
۴) $\frac{۱۳}{۲۷}$

۷۷ احتمال جوانه زدن هر دانه از نوعی بذر $\frac{۲}{۳}$ است. اگر چهار دانه از این بذر در شرایط یکسان کاشته شوند، با کدام احتمال حداقل سه دانه، جوانه می‌زند؟

۱) $\frac{۴۴}{۸۱}$
۲) $\frac{۱۵}{۲۷}$
۳) $\frac{۴۶}{۸۱}$
۴) $\frac{۱۶}{۲۷}$

۷۸ آزمایشی فقط دو نتیجه دارد، احتمال پیروزی در هر بار $\frac{۳}{۴}$ است. در تکرار ۶ بار این آزمایش مستقل، احتمال ۴ پیروزی چندبرابر احتمال ۳ پیروزی است؟

۱) $\frac{۳}{۴}$
۲) $\frac{۴}{۳}$
۳) $\frac{۳}{۲}$
۴) $\frac{۹}{۴}$

۷۹ در یک شهر صنعتی ۶۰ درصد جمعیت مرد و ۴۰ درصد آن زن هستند. اگر ۱۸ درصد مردان و ۱۲ درصد زنان تحصیلات دانشگاهی داشته باشند، چند درصد این جمعیت تحصیلات دانشگاهی دارند؟

۱) ۱۵/۲
۲) ۱۵/۶
۳) ۱۵/۸
۴) ۱۶/۲

۸۰ دانش‌آموزی به ۶ پرسش ۴ گزینه‌ای به‌تصادف پاسخ می‌دهد. با کدام احتمال ۳ پرسش را پاسخ درست داده است؟

۱) $\frac{۱۳۵}{۱۰۲۴}$
۲) $\frac{۱۳۵}{۵۱۲}$
۳) $\frac{۴۵}{۵۱۲}$
۴) $\frac{۲۷}{۵۱۲}$

۸۱ در کیسه‌ای ۵ مهرهٔ سفید و ۳ مهرهٔ سیاه و ۲ مهرهٔ قرمز وجود دارد. سه مهره به تصادف از کیسه خارج می‌کنیم. با کدام احتمال فقط دو مهرهٔ خارج‌شده، همرنگ هستند؟

۱) $\frac{۴۱}{۱۲۰}$
۲) $\frac{۳۷}{۶۰}$
۳) $\frac{۷۹}{۱۲۰}$
۴) $\frac{۳۱}{۶۰}$

۸۲ احتمال قبولی فرد A در یک آزمون ۰/۸۴ و احتمال قبولی فرد B در همان آزمون ۰/۷۵ است. با کدام احتمال لااقل یکی از آنان، در این آزمون قبول می‌شوند؟

۱) ۰/۹۲
۲) ۰/۹۴
۳) ۰/۹۶
۴) ۰/۹۸

۸۳ می‌دانیم احتمال مغلوب بودن رنگ چشم $\frac{۱}{۴}$ برای هر فرزند، ثابت است. در خانوادهٔ ۴ فرزندی، با کدام احتمال رنگ چشم ۳ فرزند آن‌ها مغلوب است؟

۱) $\frac{۳}{۶۴}$　　۲) $\frac{۳}{۳۲}$

۳) $\frac{۹}{۶۴}$　　۴) $\frac{۲۷}{۲۵۶}$

۸۴ اگر $P(A|B) = \frac{۱}{۴}$، حاصل $P(A^{'}|B)$ چند برابر $P(A|B)$ است؟

۱) ۱　　۲) ۳

۳) ۲　　۴) $\frac{۳}{۴}$

۸۵ دو پیشامد A و B مستقل از یکدیگر هستند. اگر $P(A^{'}) = \frac{۲}{۳}$ و $P(B^{'}) = \frac{۳}{۴}$، حاصل $P(A \bigcup B)$ چند برابر $P(A \bigcap B)$ است؟

۱) ۱　　۲) ۴

۳) ۶　　۴) ۱۲

۸۶ از مجموعهٔ $A = \{۱,۲,۳,\ldots,۱۰\}$ یک زیرمجموعهٔ ۳ عضوی به‌تصادف انتخاب می کنیم. احتمال اینکه این زیرمجموعه فاقد عدد ۱ باشد، کدام است؟

۱) ۰/۹　　۲) ۰/۸

۳) ۰/۷　　۴) ۰/۶۸

۸۷ خانواده ای دارای ۴ فرزند است. اگر متغیر تصادفی X را تعداد فرزندان دختر در نظر بگیریم، $P(X = ۳)$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۱۶}$　　۲) $\frac{۵}{۱۶}$

۳) $\frac{۱}{۱۶}$　　۴) $\frac{۱}{۴}$

۸۸ می دانیم ۴۰ درصد ژن های تعیین‌کنندهٔ RH خون، منفی است. با کدام احتمال در خانواده ای با دو فرزند، RH خون هردو فرزند منفی است؟

۱) ۰/۱۶　　۲) ۰/۳۲

۳) ۰/۲۵۶　　۴) ۰/۰۲۵۶

۸۹ اگر $P(A|B^{'}) = \frac{۳}{۵}$ و $P(B^{'}|A) = \frac{۵}{۷}$، حاصل $\frac{۱-P(A^{'})}{۱-P(B)}$ کدام است؟

۱) ۰/۶۳　　۲) ۰/۸۴

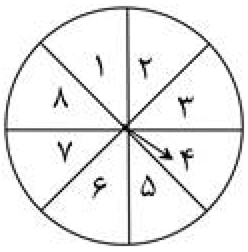
۳) ۰/۹۲　　۴) ۰/۴۶

۹۰ سه تاس را پرتاب می کنیم. اگر بدانیم اعداد ظاهرشده متمایز هستند، احتمال آنکه هر سه عدد روشده کمتر از ۵ باشند، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۵}$　　۲) $\frac{۱}{۶}$

۳) $\frac{۱}{۵۴}$　　۴) $\frac{۱۱}{۲۱۶}$

۹۱ عقربهٔ شکل زیر، پس از حرکت به‌تصادف در یکی از ۸ ناحیه می‌ایستد. با کدام احتمال این عقربه عددی فرد و اول را نشان می‌دهد؟



۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{۳}{۸}$
۳) $\frac{۱}{۴}$
۴) $\frac{۵}{۸}$

۹۲ خانواده‌ای دارای ۵ فرزند است. احتمال آنکه این خانواده هم پسر داشته باشد و هم دختر و تعداد دخترها بیشتر از پسرها باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{۷}{۱۶}$
۳) $\frac{۱۵}{۳۲}$
۴) $\frac{۱۷}{۳۲}$

۹۳ از جعبه‌ای که شامل ۴ مهرهٔ سفید و ۶ مهرهٔ سیاه است، ۲ مهره را به‌طور متوالی و بدون جایگذاری خارج می‌کنیم. اگر بدانیم مهرهٔ دوم سفید است؛ احتمال آنکه مهرهٔ اول نیز سفید باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۲}{۵}$
۲) $\frac{۴}{۹}$
۳) $\frac{۱}{۳}$
۴) $\frac{۱}{۲}$

۹۴ دو پیشامد A و B مستقل از یکدیگر هستند. اگر $P(A|B)+P(B|A)=\frac{۱}{۲}$ و $P(A\bigcap B)=\frac{۱}{۲۴}$، احتمال آنکه حداقل یکی از پیشامدهای A یا B رخ دهد، کدام است؟

۱) $\frac{۱۱}{۲۴}$
۲) $\frac{۱۳}{۲۴}$
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) $\frac{۵}{۱۲}$

۹۵ تاسی را چهار بار پرتاب می‌کنیم. احتمال آنکه هر چهار عدد روشده متمایز و مخالف ۶ باشد، کدام است؟

۱) $(\frac{۵}{۶})^{۴}$
۲) $\frac{۲۵}{۱۰۸}$
۳) $\frac{۵}{۵۴}$
۴) $\frac{۵}{۱۸}$

۹۶ مریم و روناک به ترتیب هرکدام تاسی را پرتاب می‌کنند. اولین نفری که عدد ۶ بیاورد برنده است. احتمال آنکه یکی از آن‌ها در دست دوم برنده شود، چقدر است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۲۷۵}{۶^{۴}}$
۴) $\frac{۳۷۵}{۶^{۴}}$

۹۷ تمام جایگشت‌های هفت حرفی از حروف کلمهٔ "compute" که با حرف "c" شروع می‌شوند را می‌نویسیم. اگر یکی از آن‌ها را به‌تصادف انتخاب کنیم، احتمال آنکه چهارمین حرف آن "t" باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۲}{۷}$
۲) $\frac{۱}{۳۰}$
۳) $\frac{۱}{۳}$
۴) $\frac{۱}{۶}$

۹۸ در یک کلاس ۱۲ نفری، روی هر نیمکت، دو دانش‌آموز نشسته است. اگر ۳ نفر به‌تصادف از دانش‌آموزان این کلاس انتخاب شود، احتمال آنکه هیچ دو نفری از آن‌ها، از یک نیمکت نباشند کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۱۱}$
۲) $\frac{۴}{۱۱}$
۳) $\frac{۶}{۱۱}$
۴) $\frac{۸}{۱۱}$

۹۹ به‌تصادف ۴ موش را از ظرفی شامل ۳ موش سیاه و ۵ موش سفید خارج می‌کنیم. اگر بدانیم حداقل ۱ موش سیاه خارج‌شده، احتمال آنکه حداکثر ۲ موش سیاه را بیرون آورده باشیم، چقدر است؟

۱) $\frac{۷}{۱۳}$
۲) $\frac{۹}{۱۴}$
۳) $\frac{۱۲}{۱۳}$
۴) $\frac{۱}{۲}$

۱۰۰ ۴۰ درصد از ژن‌های تعیین‌کنندهٔ عامل RH خون منفی‌اند. در یک خانوادهٔ ۴ فرزندی چقدر احتمال دارد RH فرزند سوم حداقل با RH یکی از فرزندان قبل از خود یکسان باشد؟

۱) ۰/۱۶۷۶
۲) ۰/۸۳۲۴
۳) ۰/۱۳۴۴
۴) ۰/۸۶۵۶

۱ گزینه ۳

گام اول

الف) ۵ نفر برای سخنرانی ثبت‌نام کرده‌اند. دو نفر a و b را جـدا کرده ایم. اگر قرار باشد بین دو نفر a و b فقط یک نفر سخنرانی کند، باید از ۳ نفر باقی مانده یک نفر انتخاب شود و بین این دو نفر قرار گیرد، یعنی انتخاب یک نفر از ۳ نفر باقی مانده.

ب) در صورت تست اشاره نشده است که ابتدا شخص a سخنرانی می‌کند یا شخص b، پس در محاسبهٔ تعداد حالت‌های ممکن باید جابه‌جایی این دو نفر را هم درنظر بگیریم (پس !۲ حالت برای جابه‌جایی a و b).

ج) حالا a و b و فردی که بین آن‌ها قرار می‌گیرد را یک نفر فرض می‌کنیم که با دو نفر باقی مانده می‌توانند جابه‌جا شوند (!۳ حالت داریم).

گام دوم

$$\text{تعداد کل حالت ها} = \underbrace{\binom{۳}{۱}}_{a,b\ \text{انتخاب یک نفر بین}} \times \overbrace{۲!}^{a,b\ \text{جابجایی}} \times \underbrace{۳!}_{\text{جابجایی ترکیب۳نفره با ۲نفر دیگر}} = ۳ \times ۲ \times ۶ = ۳۶$$

۲ گزینه ۳

گام اول

الف) چون در صورت تست گفته‌شـده رقم‌هـای فرد کنار هم باشـند، پس ارقام ۵ و ۳ و ۱ را کنـار هم قرار داده و آن‌هـا را در یک بسـته درنظر می‌گیریم.

ب) ارقام ۵ و ۳ و ۱ می‌توانند به حالت‌های مختلف کنار هم قرار بگیرند پس تعداد جای‌گشت‌های این سه رقم هم محاسـبه می‌شود (!۳ حالت داریم).

ج) سه رقم ۵ و ۳ و ۱ را در کنار هم به عنوان یک عدد جدید فرض می‌کنیم. باید تعداد حالت‌های قرارگیری این عدد جدید در کنار دو رقم ۲ و ۴ را هم حساب کنیم (!۳حالت داریم).

گام دوم

تعداد کل حالت‌های قرارگیری این ۵ عدد با شرط گفته‌شده برابر است با:

$$\text{تعداد کل حالت ها} = \underbrace{۳!}_{\text{جابجایی ارقام۵،۳و۱}} \times \underbrace{۳!}_{\text{جابجایی بسته ارقام با۲و۴}} = ۶ \times ۶ = ۳۶$$

۳ گزینه ۳

گام اول

الف) عدد موردنظر ما چهار رقم دارد.

ب) ارقام به‌کار رفته در عدد باید متمایز باشند یعنی رقم تکراری نداشته باشیم.

ج) فقط باید از ارقام فرد ۱ و ۳ و ۵ و ۷ و ۹ استفاده کنیم.

د) این عدد چهاررقمی باید بزرگ تر از ۳۰۰۰ باشد یعنی در جایگاه هزارگان نمی‌شود از رقم ۱ استفاده کرد.

گام دوم

پس تعداد ارقام چهار رقمی با ارقام متمایز و فرد بزرگ تر از ۳۰۰۰ برابر است با:

$$\underset{\text{یک رقم از بین ۳و۵،۷،۹}}{\underset{\downarrow}{۴}} \times \underset{\text{رقم‌به ارقام موجود اضافه می شود}}{\underset{\downarrow}{۴}} \times ۳ \times ۲ = ۹۶$$

۴ گزینه ۳

گام اول

الف) در این کلمه دو حرف یکسان A و دو حرف یکسان G مشاهده می‌شود. این حروف یکسان باید کنار هم باشند.

ب) با قرار دادن حروف یکسان در کنار هم ۶ حرف متمایز داریم. تعداد حالت‌های قرارگیری این ۶ حرف را در کنار هم حساب می‌کنیم.

ج) دقت کنید دو حرف یکسان در کنار هم فقط به یک حالت می‌توانند قرار بگیرند و دیگر بین آن‌ها جابجایی نخواهیم داشت.

گام دوم

حروف ما به این صورت در می‌آیند :

$$L\underbrace{AA}\,\underbrace{GG}RNE$$

تعداد حالت ها =۶!=۷۲۰

۵ گزینه ۳

گام اول

الف) در این تست یک کلمهٔ ۶ حرفی با دو حرف تکراری داریم پس تعداد کل کلمه‌ها برابر $\frac{۶!}{۲!}$ می‌شود.

ب) می‌خواهیم S ها کنار هم نباشند. برای راحتی کار ابتدا حالت هایی که S ها کنار هم باشند را درنظر می‌گیریم، سپس آن را از تعداد کل حالت‌ها کم می‌کنیم.

گام دوم

تعداد کل کلمات $= \frac{۶!}{۲!} = \frac{۷۲۰}{۲} = ۳۶۰$

تعداد کلماتی که دو حرف S کنار هم باشند : $\underbrace{SS}\,YTEM \to ۵! = ۱۲۰$

تعداد کلماتی که دو حرف S کنار هم نباشند $= ۳۶۰ - ۱۲۰ = ۲۴۰$

۶ **گزینه ۱**

در حل تست به دو نکتهٔ زیر توجه کنید.

الف) $P(n,r)$ یعنی تبدیل r شئ از میان n شئ که از رابطهٔ $P(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!}$ محاسبه می‌شود.

ب) $C(n,r)$ یا $\binom{n}{r}$ یعنی ترکیب r شئ از بین n شئ که از رابطه‌ی $C(n,r)=\frac{n!}{r!(n-r)!}$ به دست می‌آید.

$P(n,۴)$ و $C(n-۱,۴)$ را جایگذاری کرده و مقدار n را به دست می‌آوریم:

$$\frac{P(n,۴)}{C(n-۱,۴)}=\frac{\frac{n!}{(n-۴)!}}{\frac{(n-۱)!}{(n-۱-۴)!\times ۴!}}=\frac{\frac{n!}{(n-۴)!}}{\frac{(n-۱)!}{(n-۵)!\times ۴!}}=\frac{n!\times(n-۵)!\times ۴!}{(n-۴)!\times(n-۱)!}=\frac{n\times(n-۱)!\times(n-۵)!\times ۲۴}{(n-۴)\times(n-۵)!\times(n-۱)!}=۲۶$$

$$\Rightarrow \frac{۲۴n}{n-۴}=۲۶\Rightarrow ۲۴n=۲۶n-۱۰۴\Rightarrow ۲n=۱۰۴\Rightarrow n=۵۲$$

۷ **گزینه ۲**

گام اول

زیرمجموعهٔ سه عضوی موردنظر باید شامل عضو a باشد. بنابراین تکلیف یک عضو از این سه عضو مشخص است. دو عضو باقی مانده را باید از بین ۵ عضو دیگر مجموعه انتخاب کنیم.

گام دوم

باتوجه به این که تعداد زیرمجموعه‌های r عضوی یک مجموعهٔ n عضوی از رابطهٔ $\binom{n}{r}$ محاسبه می‌شود، بنابراین تعداد زیرمجموعه‌های سه عضوی با شرط حضور عضو a برابر است با:

$$\binom{۶-۱}{۳-۱}=\binom{۵}{۲}=\frac{۵!}{۲!\times ۳!}=۱۰$$

۸ **گزینه ۴**

گام اول

الف) قرار است دانش‌آموزان انتخاب شده دو به دو غیر هم مدرسه باشند. چون باید سه دانش‌آموز انتخاب شود، پس از بین ۵ مدرسه هم باید ۳ مدرسه انتخاب کنیم، یعنی $\binom{۵}{۳}$.

ب) هر مدرسه ۴ دانش‌آموز دارد. از بین مدارس انتخاب شده هرکدام از ۴ دانش‌آموز می‌توانند انتخاب شوند پس برای هرکدام از سه مدرسه $\binom{۴}{۱}$ انتخاب داریم.

گام دوم

$$\text{تعداد حالت های انتخاب دانش آموزان}=\binom{۵}{۳}\binom{۴}{۱}\binom{۴}{۱}\binom{۴}{۱}=۱۰\times ۴\times ۴\times ۴=۱۰\times ۴^{۳}=۱۰\times ۶۴$$
$$=۶۴۰$$

۹ **گزینه ۲**

گام اول

الف) دانش‌آموزان باید دو به دو غیر هم‌منطقه‌ای باشند. بنابراین برای داشتن ۳ دانش‌آموز باید ۳ منطقه از بین ۶ منطقهٔ کشوری انتخاب شود تا مطمئن باشیم دو دانش‌آموز هم منطقه‌ای نداریم.

ب) هر منطقه ۱۵ دانش‌آموز دارد که هرکدام از این ۱۵ دانش‌آموز می‌توانند انتخاب شوند.

گام دوم

$$\text{تعداد کل حالت ها} = \underbrace{\binom{۶}{۳}}_{\text{انتخاب۳منطقه ازبین۶منطقه}} \times \underbrace{\binom{۱۵}{۱} \times \binom{۱۵}{۱} \times \binom{۱۵}{۱}}_{\text{هرکدام از ۱۵دانش آموز این ۳منطقه می توانند دعوت شوند}} = ۲۰ \times ۱۵ \times ۱۵ \times ۱۵$$

$$= ۶۷۵۰۰$$

۱۰ **گزینه ۴**

گام اول

الف) بازی بین مدارس مختلف انجام می‌شود پس برای یک بازی ۲ نفر در مقابل ۲ نفر، باید از بین ۸ مدرسه دو مدرسه، انتخاب شود.

ب) هر مدرسه ۶ دانش‌آموز برای بازی تنیس دارد. از بین این ۶ نفر باید ۲ نفر برای بازی انتخاب شود، یعنی برای هریک از مدارس $\binom{۶}{۲}$ انتخاب داریم.

گام دوم

$$\text{تعداد کل حالت ها} = \underbrace{\binom{۸}{۲}}_{\text{انتخاب ۲مدرسه از ۸مدرسه}} \times \overbrace{\binom{۶}{۲}}^{\text{انتخاب ۲دانش آموز از مدرسه اول}} \times \underbrace{\binom{۶}{۲}}_{\text{انتخاب ۲دانش آموز از مدرسه دوم}} = ۲۸ \times ۱۵ \times ۱۵$$

$$= ۶۳۰۰$$

۱۱ گزینه ۴

گام اول

به کلمهٔ "حداقل" در صورت تست خیلی توجه کنید. چون گفته شده حداقل ۴ پرسش از ۵ پرسش اول پاسخ داده شود، یعنی ۴ تا یا بیشتر. پس دو حالت می‌تواند رخ دهد:

یک حالت این است که از ۵ پرسش اول به ۴ پرسش و از ۵ پرسش دوم هم به ۴ پرسش پاسخ داده شود. حالت دوم این است که از ۵ پرسش اول، به هر ۵ پرسش و از ۵ پرسش دوم به ۳ پرسش پاسخ داده شود.

گام دوم

$$\text{تعداد حالت های پاسخگویی} = \underbrace{\binom{۵}{۴} \times \binom{۵}{۴}}_{\text{از۵پرسش اول۴پرسش و از۵پرسش دوم۴پرسش}} + \underbrace{\binom{۵}{۵} \times \binom{۵}{۳}}_{\text{هر۵پرسش اول و از۵پرسش دوم ۳پرسش}} = (۵ \times ۵)$$

$$+ (۱ \times ۱۰) = ۲۵ + ۱۰ = ۳۵$$

۱۲ گزینه ۴

گام اول

دقت کنید که گفته شده حداقل ۲ نفر از بین ۳ نفر انتخاب شده، باید از رشتهٔ تجربی باشند. دو حالت ممکن است رخ دهد: حالت اول این که ۲ نفر تجربی و یک نفر ریاضی باشند و حالت دوم این که هرسه نفر تجربی باشند.

گام دوم

تعداد حالت‌های انتخاب دانش‌آموزها با شرط انتخاب حداقل ۲ دانش‌آموز تجربی برابراست با:

$$\underbrace{\binom{۵}{۲} \times \binom{۳}{۱}}_{\text{دو دانش آموز تجربی و یک دانش آموز ریاضی}} + \underbrace{\binom{۵}{۳}}_{\text{هر سه تجربی}} = (۱۰ \times ۳) + ۱۰ = ۳۰ + ۱۰ = ۴۰$$

۱۳ گزینه ۲

گام اول

الف) عدد ما پنج‌رقمی است پس به پنج رقم از بین نه رقم موجود نیاز داریم.

ب) در صورت تست گفته شده درست دو رقم زوج باشد یعنی برای تشکیل این عدد پنج‌رقمی، باید دو رقم از بین چهار رقم زوج و سه رقم از بین پنج رقم فرد انتخاب کنیم.

گام دوم

$$\text{تعداد اعداد پنج رقمی با دو رقم زوج} = \underbrace{\binom{۴}{۲}}_{\text{دورقم از بین ارقام۲و۴،۶،۸}} \times \underbrace{\binom{۵}{۳}}_{\text{سه رقم از بین ارقام۱و۳،۵،۷،۹}} \times \underbrace{۵!}_{\text{حالت های مختلف قرار گرفتن ارقام}}$$

$$= ۶ \times ۱۰ \times ۱۲۰ = ۷۲۰۰$$

۱۴ **گزینه ۲**

گام اول

سه رقم ۲ و سه رقم غیر ۲ داریم (۶ و ۷ و ۵). اگر قرار باشد این ارقام به‌صورت یک‌درمیان کنار هم قرار بگیرند، دو حالت وجود دارد:
حالت اول این است که عدد شش رقمی ما با رقم ۲ شروع شود و حالت دوم این‌که عدد شش رقمی ما با رقم ۲ تمام شود. در هرکدام از حالت‌ها سه رقم باقی مانده یعنی ۶ و ۷ و ۵ می‌توانند به!۳ حالت در جاهای خالی قرار گیرند.

گام دوم

حالت اول : ۲ ◯ ۲ ◯ ۲ ◯

وقتی ۶و۷و۵در سه دایره باقی مانده : تعداد حالت ها $= ۳ \times ۲ \times ۱ = ۶$

حالت دوم : ◯ ۲ ◯ ۲ ◯ ۲

وقتی ۶و۷و۵در سه دایره باقی مانده : تعداد حالت ها $= ۳ \times ۲ \times ۱ = ۶$

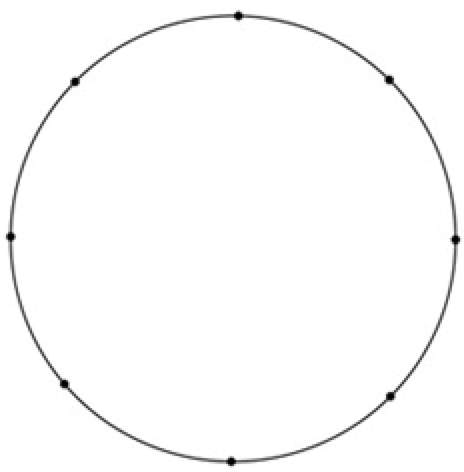
پس در مجموع ۱۲ عدد داریم که در آن ارقام ۲ به‌صورت یک‌درمیان قرار گرفته باشند.

۱۵ **گزینه ۳**

گام اول

اگر قرار باشد یک چهارضلعی داشته باشیم باید ۴ رأس از نقاط موجود انتخاب کنیم، یعنی انتخاب ۴ نقطه از ۸ نقطه ای که روی دایره است.

گام دوم



تعداد چهارضلعی های محدب $= \binom{۸}{۴} = \frac{۸!}{۴! \times ۴!} = \frac{۸ \times ۷ \times ۶ \times ۵ \times ۴!}{۲۴ \times ۴!} = ۷۰$

۱۶ **گزینه ۳**

گام اول

رقم صدگان باید از ارقام یکان و دهگان بزرگ تر باشد. پس ما نمی‌توانیم دو رقم ۱ و ۳ را در جایگاه صدگان به کار ببریم. برای هریک از ارقام ۵ و ۷ و ۹ که در جایگاه صدگان قرار می‌گیرند، حالت‌های موردنظر را به‌دست می‌آوریم.

گام دوم

۱) رقم صدگان۵ : ۵۳۱ ← یک حالت

۲) رقم صدگان۷ : ۷۵۳, ۷۵۱, ۷۳۱ ← سه حالت

۳) رقم صدگان۹ : ۹۷۵, ۹۷۳, ۹۷۱, ۹۵۳, ۹۵۱, ۹۳۱ ← شش حالت

تعداد کل حالت ها : $۱ + ۳ + ۶ = ۱۰$

۱۷ **گزینه ۴**

$$\underbrace{\binom{۴}{۱}}_{\text{انتخاب یک رقم از بین ۲,۴,۶,۸}} \times \overbrace{\binom{۵}{۳}}^{\text{انتخاب سه رقم از بین ۱,۳,۵,۷,۹}} \times \underbrace{۴!}_{\text{جایگشت ۴ رقم در کنار هم}} = ۴ \times ۱۰ \times ۲۴ = ۹۶۰$$

۱۸ **گزینه ۲**

گام اول

الف) به واژهٔ حداقل در صورت تست توجه کنید. این واژه نقش تعیین‌کننده‌ای در حل تست دارد. وقتی قرار است حداقل یک مهره از ۳ مهرهٔ انتخاب شده، آبی باشد یعنی تعداد مهره‌های آبی می‌تواند یکی، دو تا یا سه تا باشد.

ب) اگر پیشامد A را انتخاب حداقل یک مهرهٔ آبی تعریف کنیم آن‌گاه پیشامد A' انتخاب نشدن مهرهٔ آبی یا انتخاب هر سه مهره از میان مهره‌های قرمز و سفید را بیان می‌کند. این تست را می‌توان با احتمال پیشامد متمم نیز حل کرد.

$$P(A) = ۱ - P(A')$$

گام دوم

روش اول:

فضای نمونه ای شامل انتخاب ۳ مهره از میان ۹ مهرهٔ موجود است. بنابراین

$$P(\text{حداقل یک مهرهٔ آبی}) = P(\text{یک مهرهٔ آبی}) + P(\text{دو مهرهٔ آبی}) + P(\text{سه مهرهٔ آبی})$$

$$= \frac{\binom{۴}{۱}\binom{۵}{۲}}{\binom{۹}{۳}} + \frac{\binom{۴}{۲}\binom{۵}{۱}}{\binom{۹}{۳}} + \frac{\binom{۴}{۳}}{\binom{۹}{۳}} = \frac{۴۰+۳۰+۴}{۸۴} = \frac{۷۴}{۸۴} = \frac{۳۷}{۴۲}$$

روش دوم:

با استفاده از احتمال پیشامد متمم داریم:

$$P(A') = P(\text{مهرهٔ آبی نداشته باشیم}) = \frac{\binom{۵}{۲}}{\binom{۹}{۳}} = \frac{۱۰}{۸۴}$$

$$P(A) = ۱ - P(A') = ۱ - \frac{۱۰}{۸۴} = \frac{۷۴}{۸۴} = \frac{۳۷}{۴۲}$$

۱۹ **گزینه ۳**

گام اول

الف) تعداد کل حالت‌ها $(n(S))$ در پرتاب دو تاس برابر ۳۶ است.

ب) مجموع اعداد ظاهر شده در پرتاب دو تاس عددی بین ۲ و ۱۲ خواهد بود. بنابراین پیشامد مورد نظر شامل حالت‌هایی می‌شود که جمع دو تاس برابر ۴، ۸ یا ۱۲ است.

ج) احتمال پیشامد A را می‌توان از رابطهٔ زیر محاسبه کرد.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

گام دوم

حالت‌هایی که مجموع دو تاس برابر ۴، ۸ یا ۱۲ شود را مشخص می‌کنیم:

مجموع دو تاس برابر۴ : $(۱,۳),(۲,۲),(۳,۱)$

مجموع دو تاس برابر۸ : $(۲,۶),(۳,۵),(۴,۴),(۵,۳),(۶,۲)$

مجموع دو تاس برابر۱۲ : $(۶,۶)$

بنابراین $n(A) = ۹$ و $n(S) = ۳۶$ و داریم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۹}{۳۶} = \frac{۱}{۴}$$

۲۰ **گزینه ۱**

گام اول

الف) ۵ مهره با شماره‌های ۱ تا ۵ داریم. از میان ۵ مهره، ۳ مهر دارای شمارهٔ فرد و ۲ مهره دارای شمارهٔ زوج هستند. پیشامد مورد نظر خارج نشدن دو مهره با شمارهٔ فرد به صورت متوالی است. بنابراین مهره‌ها باید به صورت یک در میان زوج و فرد خارج شوند و چون تعداد مهره‌ها به شماره‌های فرد یکی بیشتر است پس تنها حالت ممکن چنین می‌شود:

A پیشامد : فرد, زوج, فرد, زوج, فرد

ب) احتمال پیشامد A را می توان از رابطهٔ زیر محاسبه کرد:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$$

گام دوم

فضای حالت به صورت تمام حالت‌هایی که ۵ شماره می‌توانند به صورت پشت سر هم قرار گیرند تعریف می‌شود پس:

$$n(S)=5!=120$$

A : فرد, زوج, فرد, زوج, فرد

$$n(A)=3\times2\times2\times1\times1=12$$

بنابراین:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{12}{120}=\frac{1}{10}=0/1$$

۲۱ **گزینه ۲**

گام اول

الف) به واژهٔ حداقل در صورت تست دقت کنید. حداقل دو نفر از ۴ نفر ماه تولد یکسان داشته باشند یعنی یا دو نفر در یک ماه به دنیا آمده باشند، یا سه نفر در یک ماه به دنیا آمده باشند و یا چهار نفر.

ب) اگر پیشامد A چنین تعریف شود که حداقل دو نفر از میان ۴ نفر در یک ماه به دنیا آمده باشند آن‌گاه پیشامد متمم (A') یعنی هیچ دو نفری از میان ۴ نفر ماه تولدشان یکسان نباشد و همگی در ماه‌های متفاوت به دنیا آمده باشند.

ج) می‌دانیم $P(A)=1-P(A')$

گام دوم

$$P(A')=P(\text{هیچ دو نفری متولد یک ماه نباشند})=\frac{12}{12}\times\frac{11}{12}\times\frac{10}{12}\times\frac{9}{12}=\frac{55}{96}$$

$$P(A)=P(\text{حداقل دو نفر در یک ماه به دنیا آمده باشند})=1-P(A')=1-\frac{55}{96}=\frac{41}{96}$$

۲۲ گزینه ۱

گام اول

الف) برای اینکه مهره‌ها هم‌رنگ باشند باید هر ۳ سیاه و یا هر ۳ سفید باشند.

ب) فضای حالت به صورت انتخاب ۳ مهره از میان ۹ = ۵ + ۴ مهرهٔ موجود است.

ج) پیشامد مورد نظر به صورت انتخاب ۳ مهره از میان ۴ مهرهٔ سفید یا انتخاب ۳ مهره از میان ۵ مهرهٔ سیاه تعریف می‌شود.

د) احتمال پیشامد A را می‌توان از رابطهٔ زیر محاسبه کرد:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

گام دوم

$$n(S) = \binom{۹}{۳} = \frac{۹!}{۳! \times ۶!} = \frac{۹ \times ۸ \times ۷ \times ۶!}{۶ \times ۶!} = ۸۴$$

$$n(A) = \binom{۴}{۳} + \binom{۵}{۳} = ۴ + ۱۰ = ۱۴$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۴}{۸۴} = \frac{۱}{۶}$$

۲۳ گزینه ۲

گام اول

الف) به کلمهٔ حداکثر در صورت تست دقت کنید. در تست گفته شده است حداکثر در سه پرتاب هر دو تاس برای اولین بار زوج بیایند پس یکی از سه حالت زیر اتفاق می‌افتد:

حالت اول: هر دو تاس در پرتاب اول زوج ظاهر شوند.

حالت دوم: هر دو تاس برای اولین بار در پرتاب دوم زوج بیایند پس در پرتاب اول هر دو زوج نبوده‌اند (متمم حالت اول).

حالت سوم: دو تاس در پرتاب‌های اول و دوم هر دو زوج نباشند و در پرتاب سوم برای اولین بار هر دو زوج ظاهر شوند.

ب) احتمال زوج یا فرد آمدن یک تاس در هر پرتاب برابر $\frac{۱}{۲}$ است.

ج) احتمال کل مجموع احتمال به دست آمده در سه حالت است.

گام دوم

$$\text{حالت اول}: P_۱ = \underbrace{\frac{۱}{۲}}_{\text{تاس اول زوج}} \times \underbrace{\frac{۱}{۲}}_{\text{تاس دوم زوج}} = \frac{۱}{۴}$$

$$\text{حالت دوم}: P_۲ = \underbrace{\left(۱ - \frac{۱}{۴}\right)}_{\text{در پرتاپ اول هردو زوج نباشند}} \times \underbrace{\left(\frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲}\right)}_{\text{در پرتاپ دوم هردو زوج باشند}} = \frac{۳}{۴} \times \frac{۱}{۴} = \frac{۳}{۱۶}$$

$$\text{حالت سوم}: P_۳ = \underbrace{\frac{۳}{۴}}_{\text{در پرتاپ اول هردو زوج نباشند}} \times \underbrace{\frac{۳}{۴}}_{\text{در پرتاپ دوم هردو زوج نباشند}} \times \underbrace{\left(\frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲}\right)}_{\text{در پرتاپ سوم هردو زوج باشند}} = \frac{۳}{۴} \times \frac{۳}{۴} \times \frac{۱}{۴} = \frac{۹}{۶۴}$$

پس احتمال کل برابر است با:

$$P_{\text{کل}} = P_۱ + P_۲ + P_۳ = \frac{۱}{۴} + \frac{۳}{۱۶} + \frac{۹}{۶۴} = \frac{۱۶+۱۲+۹}{۶۴} = \frac{۳۷}{۶۴}$$

۲۴ گزینه ۳

گام اول

الف) اگر قرار باشد حداقل یکی از سکه‌ها رو بیاید، می‌تواند یک سکه رو و دیگری پشت بیاید و یا اینکه هر دو رو بیایند.

ب) اگر قرار باشد عدد تاس مضرب ۳ باشد، عدد رو شده ۳ یا ۶ است.

ج) اگر A پیشامد مطلوب خواسته شده باشد احتمال اتفاق افتادنش به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

گام دوم

تعداد کل حالت‌ها در پرتاب دو سکه و یک تاس برابر است با:

$$n(S) = ۲ \times ۲ \times ۶ = ۲۴$$

حالت‌های مطلوب به صورت زیر است:

$$A = \{(ر, پ, ۳), (ر, پ, ۶), (پ, ر, ۳), (پ, ر, ۶), (ر, ر, ۳), (ر, ر, ۶)\}$$
$$n(A) = ۶$$

احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۶}{۲۴} = \frac{۱}{۴}$$

۲۵ گزینه ۴

گام اول

الف) از بین $۱۱ = ۶ + ۵$ موش، ۳ موش انتخاب می‌شود. قرار است لااقل یک موش سـفید باشد پس می‌تواند یکی، دو تا یا هر سه تای آن‌ها سفید باشد.

ب) متمم این‌که لااقل یک موش از سه موش انتخاب شده سفید باشد، سیاه بودن هر سه موش است.

گام دوم

روش اول:

$$P(\text{لااقل یک موش سفید}) = P(\text{یک موش سفید}) + P(\text{دو موش سفید}) + P(\text{سه موش سفید})$$

$$= \frac{\binom{۵}{۱}\binom{۶}{۲}}{\binom{۱۱}{۳}} + \frac{\binom{۵}{۲}\binom{۶}{۱}}{\binom{۱۱}{۳}} + \frac{\binom{۵}{۳}}{\binom{۱۱}{۳}} = \frac{۷۵}{۱۶۵} + \frac{۶۰}{۱۶۵} + \frac{۱۰}{۱۶۵} = \frac{۱۴۵}{۱۶۵} = \frac{۲۹}{۳۳}$$

روش دوم: حل تست با استفاده از پیشامد احتمال متمم

$$P(A') = P(\text{هر سه موش سیاه}) = \frac{\binom{۶}{۳}}{\binom{۱۱}{۳}} = \frac{۲۰}{۱۶۵} = \frac{۴}{۳۳}$$

$$P(A) = P(\text{لااقل یک موش سفید}) = ۱ - P(A') = ۱ - \frac{۴}{۳۳} = \frac{۲۹}{۳۳}$$

۲۶ گزینه ۱

گام اول

الف) پیشامد داشتن تحصیلات ابتدایی را با A و پیشامد داشتن مهارت قالی‌بافی را با B نشان می‌دهیم. هدف محاسبه $P(A \cup B)$ است.

ب) می‌دانیم

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

ج) دو پیشامد A و B مستقل‌اند پس $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

با محاسبه $P(A \cap B)$ می‌توان $P(A \cup B)$ را حساب کرد.

گام دوم

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = ۰/۶ \times ۰/۲۵ = ۰/۱۵$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = ۰/۶ + ۰/۲۵ - ۰/۱۵ = ۰/۷$$

۲۷ گزینه ۲

گام اول

الف) تعداد کلمات ساخته شده با n حرف که m حرف از آن‌ها تکراری باشد برابر است با $\frac{n!}{m!}$.

ب) برای حل تست از روش دسته‌بندی استفاده می‌کنیم. یعنی حروفی که قرار است کنار هم باشند را در یک دسته قرار می‌دهیم و به عنوان یک حرف جدید در نظر می‌گیریم. به این صورت:

$$\underbrace{AAA}_{\text{یک حرف}}\,TXI$$

پس پیشامد مطلوب تعداد کلمات ساخته شده با ۴ حرف است.

گام دوم

$$n(S) = \frac{۶!}{۳!} = ۱۲۰$$

$$n(A) = ۴!$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴!}{۱۲۰} = \frac{۲۴}{۱۲۰} = \frac{۱}{۵}$$

۲۸ گزینه ۴

گام اول

الف) یک عدد در صورتی بر ۶ بخش‌پذیر است که هر بر ۲ و هم بر ۳ بخش‌پذیر باشد.

ب) عددی بر ۳ بخش‌پذیر است که مجموع ارقامش بر ۳ بخش‌پذیر باشد. چون $۶ = ۳ + ۲ + ۱ + ۰$ پس عدد ساخته شده حتماً بر ۳ بخش‌پذیر است.

ج) عددی بر ۲ بخش‌پذیر است که رقم یکانش زوج باشد یعنی ۲ یا صفر. چون یکی از ارقام صفر است، در یک حالت یکان را صفر و در حالت دیگری یکان را ۲ در نظر می‌گیریم.

گام دوم

$$\left.\begin{array}{l} \text{یکان صفر} : ۳ \times ۲ \times ۱ \times ۱ = ۶ \\ \text{یکان دو} : ۲ \times ۲ \times ۱ \times ۱ = ۴ \end{array}\right\} n(A) = ۶ + ۴ = ۱۰$$

$$n(S) = ۳ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۱۸$$

بنابراین احتمال خواسته شده برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۰}{۱۸} = \frac{۵}{۹}$$

۲۹ گزینه ۳

گام اول

الف) چون در صورت تست گفته شده لااقل بر روی یکی از دو موش انتخاب شده آزمایش صورت گرفته باشد، یعنی یا یکی از موش‌ها یا هر دوی آن‌ها مورد آزمایش قرار بگیرند.

ب) اگر پیشامد A را مورد آزمایش واقع شدنِ لااقل یکی از موش‌ها تعریف کنیم، A' یعنی هیچ موشی آزمایش نشده باشد.

گام دوم

روش اول:

$$n(S) = \binom{۷}{۲} = \frac{۷!}{۵!۲!} = \frac{۴۲}{۲} = ۲۱$$

$$n(A) = (\text{یکی از موش ها آزمایش شده باشد}) + (\text{هردو موش آزمایش شده باشند}) = \binom{۳}{۱}\binom{۴}{۱} + \binom{۳}{۲}$$

$$= ۱۲ + ۳ = ۱۵$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۵}{۲۱} = \frac{۵}{۷}$$

روش دوم: حل تست با استفاده از احتمال پیشامد متمم

$$P(A') = P(\text{هیچ موشی آزمایش نشده باشد}) = \frac{n(A')}{n(S)}$$

$$= \frac{\binom{۴}{۲}}{\binom{۷}{۲}} = \frac{۶}{۲۱} = \frac{۲}{۷}$$

$$P(A) = ۱ - P(A') = ۱ - \frac{۲}{۷} = \frac{۵}{۷}$$

۳۰ گزینه ۳

گام اول

قرار است فقط یکی از ۴ موش انتخاب شده سفید باشد پس باید یک موش از بین ۳ موشِ سفید و ۳ موش از بین ۵ موشِ سیاه انتخاب شود.

گام دوم

$$n(A)=\binom{3}{1}\binom{5}{3}=3\times 10=30$$
$$n(S)=\binom{8}{4}=\frac{8!}{4!4!}=70$$
$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{30}{70}=\frac{3}{7}$$

۳۱ گزینه ۲

گام اول

به طور کلی $11=6+5$ موش داریم. پیشامد مطلوب این است که هر ۳ موش از بین ۶ موشِ سفید انتخاب شوند.

گام دوم

$$n(S)=\binom{11}{3}=\frac{11!}{3!8!}=\frac{11\times 10\times 9\times 8!}{6\times 8!}=165$$
$$n(A)=\binom{6}{3}=\frac{6!}{3!3!}=\frac{6\times 5\times 4\times 3!}{6\times 3!}=20$$
$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{20}{165}=\frac{4}{33}$$

۳۲ گزینه ۴

گام اول

به طور کلی $8=3+5$ موش در آزمایشگاه وجود دارد. پیشامد مطلوب این است که فقط یکی از موش‌ها دیابتی باشد. پس یک موش از بین ۵ موشِ سالم و یک موش از بین ۳ موشِ دیابتی انتخاب می‌شود.

گام دوم

$$n(S)=\binom{8}{2}=\frac{8!}{2!6!}=\frac{8\times 7\times 6!}{2\times 6!}=\frac{56}{2}=28$$
$$n(A)=\binom{3}{1}\binom{5}{1}=3\times 5=15$$
$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{15}{28}$$

۳۳ **گزینه ۲**

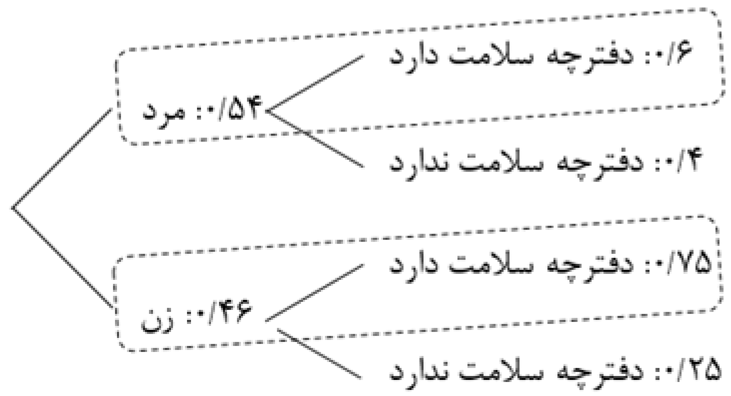
گام اول

فرد انتخاب شده با احتمال ۰/۵۴ مرد و با احتمال ۰/۴۶ زن است.

هر مرد با احتمال ۰/۶ دفترچه دارد و با احتمال $۱ - ۰/۶ = ۰/۴$ دفترچه نـدارد. همچنین هر زن با احتمال ۰/۷۵ دفترچه دارد و با احتمال ۰/۲۵ دفترچه ندارد.

گام دوم

با رسم یک نمودار درختی می‌توان احتمال دفترچه‌دار بودن فرد انتخاب شده را محاسبه کرد.



حالت مطلوب می‌تواند به صورت مردی با دفترچه باشد یا یک زن با دفترچه، پس:

$$P(\text{دفترچه دار بودن}) = P(\text{مرد با دفترچه}) + P(\text{زن با دفترچه}) = (۰/۵۴ \times ۰/۶) + (۰/۴۶ \times ۰/۷۵) = ۰/۳۲۴ + ۰/۳۴۵ = ۰/۶۶۹$$

۳۴ **گزینه ۲**

پیشامد A را رو شدن دو عدد متوالی تعریف می‌کنیم، تمام حالت‌های ممکن به‌صورت زیر است:

$$A = \{(۱,۲),(۲,۱),(۲,۳),(۳,۲),(۳,۴),(۴,۳),(۴,۵),(۵,۴),(۵,۶),(۶,۵)\}$$

تعداد حالت‌های مطلوب برابر ۱۰ و تعداد کل حالت‌ها برابر ۳۶ است؛ بنابراین احتمال پیشامد A برابر می‌شود با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۰}{۳۶} = \frac{۵}{۱۸}$$

۳۵ **گزینه ۳**

گام اول

از میان ۳ مهرهٔ انتخاب‌شده، فقط یکی سفید است؛ یعنی یک مهره از بین ۴ مهرهٔ سفید و ۲ مهره از بین مهره‌های سیاه و قرمز انتخاب شود (پیشامد A).

گام دوم

انتخاب ۳ مهره از بین ۹ مهره: $\binom{۹}{۳}$

انتخاب یک مهره از بین ۴ مهرهٔ سفید: $\binom{۴}{۱}$

انتخاب دو مهره از مهره‌های سیاه و قرمز: $\binom{۵}{۲}$

$$n(A) = \binom{۴}{۱} \times \binom{۵}{۲} = ۴ \times ۱۰ = ۴۰$$

$$n(s) = \binom{۹}{۳} = \frac{۹!}{۳! \times ۶!} = \frac{۹ \times ۸ \times ۷ \times ۶!}{۶ \times ۶!} = ۸۴$$

بنابراین احتمال اینکه فقط یکی از مهره‌ها سفید باشد برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴۰}{۸۴} = \frac{۱۰}{۲۱}$$

۳۶ **گزینه ۳**

گام اول

الف) می‌خواهیم حداقل ۲ مهرهٔ سفید و یک مهرهٔ قرمز داشته باشیم و در مجموع هم چهار مهره از جعبه خارج می‌کنیم، پس حالات زیر ممکن است رخ دهد:

۱) یک مهرهٔ قرمز، دو مهرهٔ سفید و یک مهرهٔ سیاه.

۲) یک مهرهٔ قرمز، سه مهرهٔ سفید

ب) تعداد کل حالت‌های انتخابی هم، انتخاب ۴ مهره از بین ۱۴ مهرهٔ موجود در جعبه است.

گام دوم

$$n(S) = \binom{۱۴}{۴} = \frac{۱۴!}{۴! \times ۱۰!} = \frac{۱۴ \times ۱۳ \times ۱۲ \times ۱۱ \times ۱۰!}{۲۴ \times ۱۰!} = ۱۳ \times ۱۱ \times ۷$$

$$n(A) = \binom{۲}{۱}\binom{۷}{۲}\binom{۵}{۱} + \binom{۲}{۱}\binom{۷}{۳} = (۲ \times ۲۱ \times ۵) + (۲ \times ۳۵) = ۲۱۰ + ۷۰ = ۲۸۰$$

پس احتمال موردنظر برابر است با:

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۲۸۰}{۱۳ \times ۱۱ \times ۷} = \frac{۴۰}{۱۳ \times ۱۱} = \frac{۴۰}{۱۴۳}$$

۳۷ گزینه ۲

گام اول

با دو حالت روبه‌رو هستیم. اگر رو بیاید از ۵ تیر رهاشده باید یک تیر به هدف بخورد. اگر سکه پشت بیاید از ۳ تیر رهاشده باید یک تیر به هدف اصابت کند.

گام دوم

با استفاده از احتمال توزیع دوجمله‌ای، احتمال برخورد فقط یک تیر به هدف از میان تیرهای رهاشده را به دست می‌آوریم.

به‌احتمال $\frac{۱}{۲}$ سکه رو می‌آید. احتمال اینکه یک تیر از ۵ تیر به هدف بخورد:

$$P(\text{رو و اصابت یک تیر}) = \frac{۱}{۲}\binom{۵}{۱}\left(\frac{۳}{۵}\right)^{۱}\left(\frac{۲}{۵}\right)^{۴} = \frac{۱}{۲} \times ۵ \times \frac{۳}{۵} \times \frac{۱۶}{۵^{۴}} = \frac{۲۴}{۵^{۴}} = \frac{۲۴}{۶۲۵}$$

به‌احتمال $\frac{۱}{۲}$ سکه پشت می‌آید. احتمال اینکه یک تیر از ۳ تیر به هدف بخورد:

$$P(\text{پشت و اصابت یک تیر}) = \frac{۱}{۲}\binom{۳}{۱}\left(\frac{۳}{۵}\right)^{۱}\left(\frac{۲}{۵}\right)^{۲} = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times \frac{۳}{۵} \times \frac{۴}{۲۵} = \frac{۱۸}{۱۲۵} = \frac{۹۰}{۶۲۵}$$

پس احتمال کل برخورد یک تیر از میان تیرهای رهاشده برابر است با:

$$P(\text{اصابت یک تیر}) = P(\text{رو و اصابت یک تیر}) + P(\text{پشت و اصابت یک تیر})$$
$$= \frac{۲۴}{۶۲۵} + \frac{۹۰}{۶۲۵} = \frac{۱۱۴}{۶۲۵}$$

۳۸ گزینه ۲

$$n(A) = \{(۱,۲,۳)(۲,۳,۴)(۱,۳,۵)(۳,۴,۵)\} \Rightarrow n(A) = ۴\ ,\ \ n(S) = \binom{۵}{۳} = ۱۰$$
$$\Rightarrow P = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴}{۱۰}$$

۳۹ گزینه ۴

پیشامدها مستقل می‌باشند؛بنابراین:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$
$$P\,(\text{حداقل یکی ازافرادوموفقیت آمیز باشد}) = ۱ - P(\text{هردو عمل ناموفق باشد})$$
$$= ۱ - (۱ - ۰/۹) \times (۱ - ۰/۸) = ۱ - ۰/۰۲ = ۰/۹۸$$

۴۰ **گزینه ۲**

گام اول

برای اینکه رنگ مهره‌های خارج‌شده متفاوت باشد باید از هر رنگ یک مهره انتخاب کنیم.

گام دوم

$$n(S) = \binom{۱۲}{۳} = \frac{۱۲!}{۳! \times ۹!} = \frac{۱۲ \times ۱۱ \times ۱۰}{۶} = ۲۲۰$$

$$n(A) = \binom{۵}{۱} \times \binom{۴}{۱} \times \binom{۳}{۱} = ۵ \times ۴ \times ۳ = ۶۰$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۶۰}{۲۲۰} = \frac{۶}{۲۲} = \frac{۳}{۱۱}$$

۴۱ **گزینه ۳**

گام اول

الف) پیشامد داشتن ۲ فرزند پسر را A و پیشامد داشتن ۳ فرزند دختر را B می‌نامیم. هدف محاسبه $P(A \cup B)$ است.

ب) یک خانواده ۴ فرزندی در یک زمان نمی‌تواند ۲ فرزند پسر و ۳ فرزند دختر داشته باشد. بنابراین پیشامدهای A و B هیچ اشتراکی ندارند و با هم ناسازگارند، یعنی:

$$A \cap B = \varnothing \Rightarrow P(A \cap B) = ۰$$

ج) $P(A)$ و $P(B)$ را با استفاده از توزیع دو جمله‌ای حساب می‌کنیم.

گام دوم

$$P(A) = P(\text{دو فرزند پسر از چهار فرزند خانواده})$$

$$p = \frac{۱}{۲}, q = \frac{۱}{۲}, n = ۴, x = ۲$$

$$P(A) = P(x = ۲) = \binom{۴}{۲}\left(\frac{۱}{۲}\right)^۲\left(\frac{۱}{۲}\right)^۲ = ۶ \times \frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{۴} = \frac{۶}{۱۶}$$

$$P(B) = P(\text{سه فرزند دختر از چهار فرزند خانواده})$$

$$p = \frac{۱}{۲}, q = \frac{۱}{۲}, n = ۴, x = ۳$$

$$P(B) = P(x = ۳) = \binom{۴}{۳}\left(\frac{۱}{۲}\right)^۳\left(\frac{۱}{۲}\right) = ۴ \times \frac{۱}{۸} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۴}{۱۶}$$

پس $P(A \cup B)$ برابر است با:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{۶}{۱۶} + \frac{۴}{۱۶} - ۰ = \frac{۱۰}{۱۶} = \frac{۵}{۸}$$

۴۲ **گزینه ۲**

گام اول

با این شـرط که می‌دانیم یکی از فرزنـدان خانوادهٔ سه فرزندی پسـر است، فضای نمونه‌ای جدید را تعریف کرده و پیشامد مطلوب را از میان آن مشخص می‌کنیم.

گام دوم

$$S=\{(\text{پ},\text{د},\text{د}),(\text{د},\text{پ},\text{د}),(\text{د},\text{د},\text{پ}),(\text{پ},\text{پ},\text{د}),(\text{پ},\text{د},\text{پ}),(\text{د},\text{پ},\text{پ}),(\text{پ},\text{پ},\text{پ})\}$$

در واقع حالتی که تمام فرزندان دختر باشد، حذف شده است. پس در حالت جدید داریم:

$$n(S)=۷$$

پیشامد A که داشتن دو دختر از میان سه فرزند را بیان می‌کند، ۳ عضو دارد.

$$A=\{(\text{پ},\text{د},\text{د}),(\text{د},\text{پ},\text{د}),(\text{د},\text{د},\text{پ})\}$$

$$n(A)=۳$$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۳}{۷}$$

۴۳ **گزینه ۴**

گام اول

الـف) به طور کلی $۸=۳+۵$ مـوش در آزمایشـگاه وجـود دارد. قرار است اولین موش سفید و سومین موش سـیاه باشـد پس موش دوم می‌تواند سفید یا سیاه باشد. یعنی دو حالت داریم.

ب) این دو حالت هیچ اشتراکی با هم ندارند پس احتمال کل برابر مجموع احتمال‌های دو حالت تعریف می‌شود.

گام دوم

حالت اول: موش اول سفید، موش دوم سفید، موش سوم سیاه

$$P_۱=\frac{۵}{۸}\times\frac{۴}{۷}\times\frac{۳}{۶}=\frac{۶۰}{۳۳۶}=\frac{۵}{۲۸}$$

حالت دوم: موش اول سفید، موش دوم سیاه، موش سوم سیاه

$$P_۲=\frac{۵}{۸}\times\frac{۳}{۷}\times\frac{۲}{۶}=\frac{۳۰}{۳۳۶}=\frac{۵}{۵۶}$$

پس احتمال خواسته شده برابر است با:

$$P=P_۱+P_۲=\frac{۵}{۲۸}+\frac{۵}{۵۶}=\frac{۱۰+۵}{۵۶}=\frac{۱۵}{۵۶}$$

۴۴ **گزینه ۴**

گام اول

الف) در چنین تست‌هـای احتمال شـرطی بهتر است ابتـدا فضای نمونه‌ای جدیـد را با توجه به شـرط داده شـده تعریف کنیم. می‌دانیم در یک خانوادهٔ سه فرزنـدی تعداد اعضای فضای نمونه‌ای $۸ = ۲^۳$ است. چون حـداقل یکی از فرزنـدان حتماً دختر است پس حالتی که هر سه فرزند پسر باشند از فضای نمونه‌ای حذف می‌شود.

ب) پیشامد مطلوب را با توجه به فضای نمونه‌ای جدید تعیین می‌کنیم.

گام دوم

$$n(S) = ۸ - ۱ = ۷$$

اگر پیشامد داشتن حداقل دو فرزند دختر را با A نشان دهیم، داریم:

$$A = \{(د, د, پ), (د, پ, د), (پ, د, د), (د, د, د)\}$$

$$n(A) = ۴$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴}{۷}$$

۴۵ **گزینه ۴**

گام اول

الف) با توجه به این‌که مشـخص شده فرزند اول خانواده دختر است، اعضای فضای نمونه‌ای را در حالت جدید حساب کرده و احتمال مورد نظر را به دست می‌آوریم.

ب) چون گفته شده لااقل یکی از فرزندان پسر باشد، پس از دو فرزند باقی مانده یکی یا هر دو باید پسر باشد.

گام دوم

$$S = \{(د, پ, پ), (د, پ, د), (د, د, پ), (د, د, د)\}$$

$$n(S) = ۴$$

$$A = \{(د, پ, د), (د, د, پ), (د, پ, پ)\}$$

$$n(A) = ۳$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۳}{۴}$$

@Maharate_Konkur

۴۶ گزینه ۲

گام اول

الف) وضعیت دو فرزند اول مشخص شده است پس باید یک فضای نمونه‌ای جدید برای حل تست تعریف کرد.

ب) علاوه بر آن، چون جنسیت دو فرزند اول معلوم است مثل این است که در یک خانواده دو فرزندی، احتمال آن‌که هر دو فرزند دختر باشد را از ما بخواهند.

گام دوم

روش اول:

$$S = \{(\text{پ}, \text{پ}, \text{د}, \text{د}), (\text{پ}, \text{پ}, \text{د}, \text{پ}), (\text{پ}, \text{پ}, \text{پ}, \text{د}), (\text{پ}, \text{پ}, \text{پ}, \text{پ})\}$$

$$n(S) = ۴$$

$$A = \{(\text{پ}, \text{پ}, \text{د}, \text{د})\}$$

$$n(A) = ۱$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱}{۴}$$

روش دوم:

$$P(A) = P(\text{دختر بودن فرزند سوم}) \times P(\text{دختر بودن فرزند چهارم}) = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۴}$$

۴۷ گزینه ۳

گام اول

الف) فضای نمونه‌ای مربوط به یک خانواده دو فرزندی چهار حالت دارد. اما با توجه به اینکه می‌دانیم یکی از فرزندان پسر است، حالتی که هر دو فرزند دختر باشند را حذف می‌کنیم.

ب) با توجه به فضای نمونه‌ای جدید، احتمال پیشامد خواسته شده را حساب می‌کنیم.

گام دوم

$$S = \{(\text{پ}, \text{پ}), (\text{د}, \text{پ}), (\text{پ}, \text{د})\}$$

$$n(S) = ۳$$

از میان ۳ حالت نوشته شده فقط ۲ حالت مطلوب ماست و حالتی که هر دو فرزند پسر باشد قابل قبول نیست. بنابراین احتمال این‌که این خانواده دارای فرزند دختر باشد برابر $\frac{۲}{۳}$ است.

۴۸ گزینه ۱

گام اول

الف) ابتـدا باید یکی از سه ظرف A، B و C را انتخـاب کرد. می‌دانیم احتمـال انتخاب شـدن هر یک از ظرف‌ها با هم برابر است پس احتمال انتخاب یک ظرف از بین سه ظرف برابر $\frac{۱}{۳}$ می‌شود.

ب) احتمال سفید بودن دو مهره از بین ۴ مهرهٔ انتخابی را برای هر یک از ظرف‌ها جـداگانه حساب کرده و در نهایت احتمال خواسـته شده را به دست می‌آوریم.

گام دوم

ظرف A : ۴مهرهٔ سفید و ۵ مهرهٔ سیاه

$$P\left(\text{دو مهرهٔ سفید}\right)=\frac{\binom{۴}{۲}\binom{۵}{۲}}{\binom{۹}{۴}}=\frac{۶\times۱۰}{۱۲۶}=\frac{۶۰}{۱۲۶}$$

ظرف C,B: ۶ مهرهٔ سفید و ۳ مهرهٔ سیاه

$$P\left(\text{دو مهرهٔ سفید}\right)=\frac{\binom{۶}{۲}\binom{۳}{۲}}{\binom{۹}{۴}}=\frac{۱۵\times۳}{۱۲۶}=\frac{۴۵}{۱۲۶}$$

و اما احتمال کلی خارج شدن دو مهرهٔ سفید را چنین محاسبه می‌کنیم:

$$P(\text{دومهرهٔ سفید})=P(\text{ظرف } A \text{ و دو مهرهٔ سفید})+P(\text{ظرف } B \text{ و دو مهرهٔ سفید})+P(\text{ظرف } C \text{ و دو مهرهٔ سفید})$$

$$=\left(\frac{۱}{۳}\times\frac{۶۰}{۱۲۶}\right)+\left(\frac{۱}{۳}\times\frac{۴۵}{۱۲۶}\right)+\left(\frac{۱}{۳}\times\frac{۴۵}{۱۲۶}\right)=\frac{۲۰+۱۵+۱۵}{۱۲۶}=\frac{۵۰}{۱۲۶}=\frac{۲۵}{۶۳}$$

۴۹ گزینه ۱

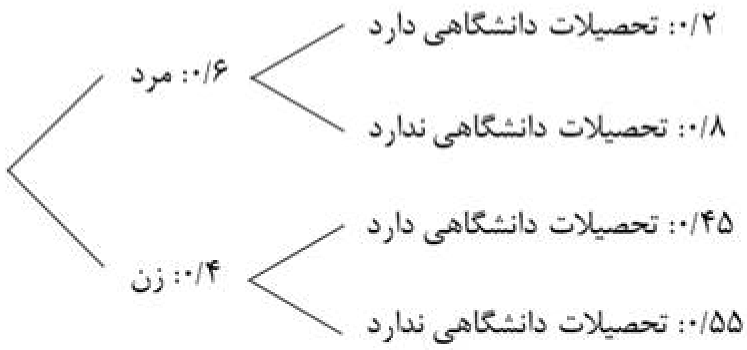
گام اول

الف) برای حل تست ابتدا مسئله را در یک حالت ساده‌تر حل می‌کنیم. اگر قرار باشد یک نفر از این سازمان انتخاب شود محاسبه می‌کنیم با چه احتمالی دارای تحصیلات دانشگاهی است. دو حالت داریم: یک مرد با تحصیلات دانشگاهی و یک زن با تحصیلات دانشگاهی. از نمودار درختی برای محاسبه احتمال استفاده می‌کنیم.

ب) ۳ نفر به تصادف انتخاب می‌شوند. برای محاسبه احتمال این‌که دو نفر از بین ۳ نفر دارای تحصیلات دانشگاهی باشند از توزیع دو جمله‌ای استفاده می‌کنیم.

گام دوم

محاسبه احتمال دارا بودن تحصیلات دانشگاهی:



پس احتمال انتخاب فردی با تحصیلات دانشگاهی برابر است با:

$$P(\text{تحصیلات دانشگاهی دارد}) = P(\text{مرد، تحصیلات دانشگاهی دارد}) + P(\text{زن، تحصیلات دانشگاهی دارد})$$

$$= \left(\frac{6}{10} \times \frac{2}{10}\right) + \left(\frac{4}{10} \times \frac{5}{100}\right) = \frac{12}{100} + \frac{180}{1000} = \frac{120+180}{1000} = 0/3$$

احتمال این‌که ۲ نفر از ۳ نفر انتخاب شده تحصیلات دانشگاهی داشته باشند برابر است با:

$$p = 0/3,\ q = 0/7,\ n = 3,\ x = 2$$

$$P = \binom{3}{2} (0/3)^2 (0/7)^1 = 3 \times \frac{9}{100} \times \frac{7}{10} = 0/189$$

۵۰ **گزینه ۳**

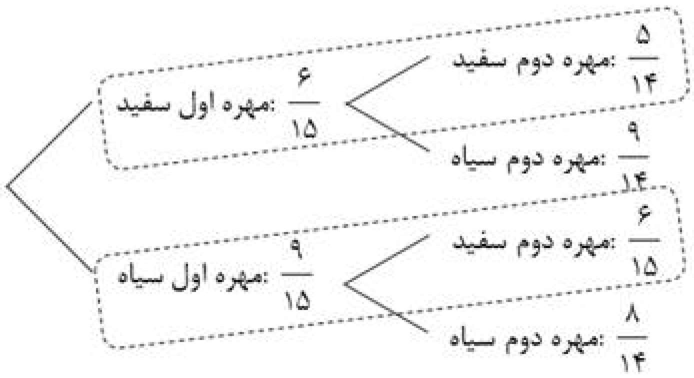
گام اول

الف) مهره اول خارج شده می‌تواند سفید یا سیاه باشد. احتمال سفید بودن مهرهٔ دوم بر اساس حالت مهرهٔ اول قابل محاسبه است.

ب) از نگاهی دیگر، چون رنگ مهرهٔ اول را نمی‌دانیم فرض می‌کنیم هنوز مهره‌ای خارج نشده و احتمال سفید بودن مهرهٔ دوم را محاسبه می‌کنیم.

گام دوم

روش اول:



بنابراین داریم:

$$P\left(\text{دو مهرهٔ سفید}\right)=\left(\frac{۶}{۱۵}\times\frac{۵}{۱۴}\right)+\left(\frac{۹}{۱۵}\times\frac{۶}{۱۴}\right)=\frac{۳۰+۵۴}{۲۱۰}=\frac{۸۴}{۲۱۰}=\frac{۲}{۵}$$

روش دوم:

بدون توجه به رنگ مهرهٔ اول و با فرض این‌که هنوز مهره‌ای خارج نشده، احتمال سفید بودن رنگ مهرهٔ دوم برابر $\frac{۲}{۵}$ است.

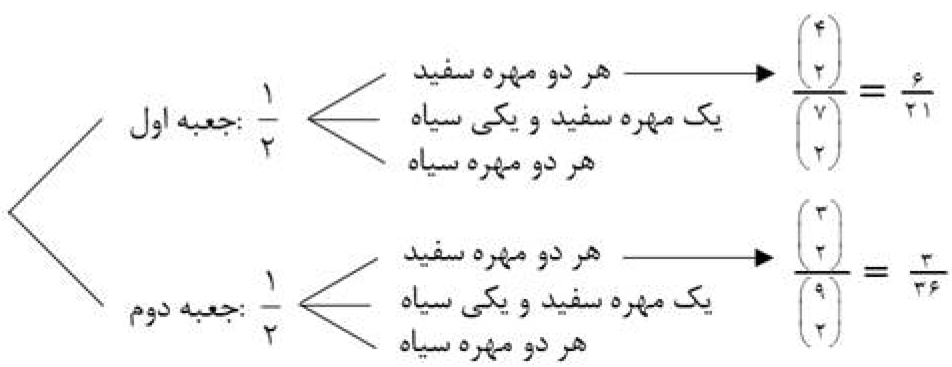
۵۱ **گزینه ۱**

گام اول

الف) احتمال انتخاب هر یک از جعبه‌ها برابر $\frac{۱}{۲}$ است.

ب) احتمال سفید بودن دو مهره خارج شده از هر یک از جعبه‌ها را تعیین کرده و با استفاده از نمودار درختی احتمال کل را محاسبه می‌کنیم.

گام دوم



$$P(\text{هر دو مهره سفید})=P(\text{جعبهٔ اول و سفید})+P(\text{جعبهٔ دوم و سفید})$$
$$=\left(\frac{۱}{۲}\times\frac{۶}{۲۱}\right)+\left(\frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۳۶}\right)=\frac{۳۱}{۱۶۸}$$

۵۲ گزینه ۳

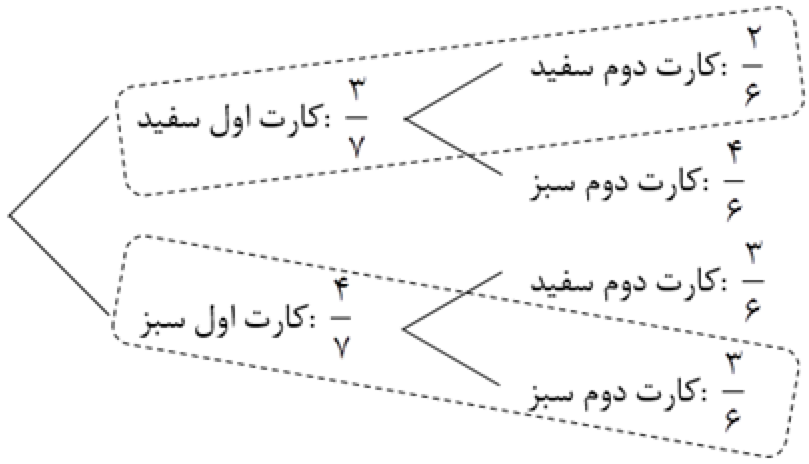
گام اول

کارت اول می‌تواند سـفید یا سبز باشد و کارت دوم هم می‌تواند سفید یا سبز باشد. حالت دلخواه همرنگ بودن دو کارت است یعنی هر دو سبز یا هر دو سفید. دقت کنید که کارت‌ها بدون جای‌گذاری بیرون آورده می‌شوند و کل کارت‌های موجود برابر است با: $۳ + ۴ = ۷$

گام دوم

با استفاده از نمودار درختی احتمال همرنگ بودن دو کارت را محاسبه می‌کنیم.

$$P(\text{همرنگ بودن}) = P(\text{هردو سفید})$$
$$+P(\text{هردو سبز}) = \left(\frac{۳}{۷}\times\frac{۲}{۶}\right) + \left(\frac{۴}{۷}\times\frac{۳}{۶}\right)$$
$$= \frac{۱}{۷} + \frac{۲}{۷} = \frac{۳}{۷}$$



۵۳ گزینه ۱

گام اول

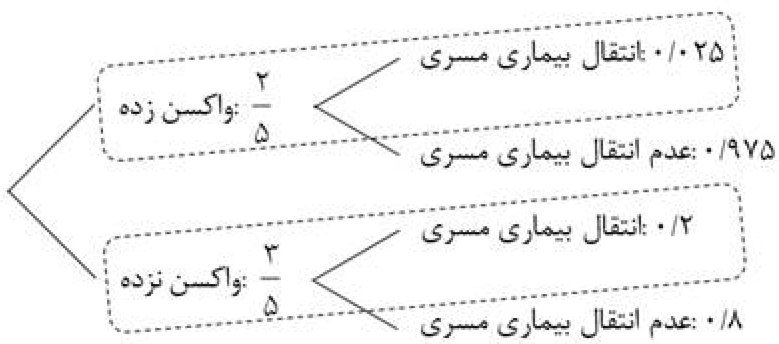
الف) هر یک از کارگران کارگاه می‌توانند واکسن زده باشند یا واکسن نزده باشند. احتمال این‌که کارگری واکسن زده باشد $\frac{۲}{۵}$ و احتمال این‌که واکسن نزده باشد $\frac{۳}{۵} = ۱ - \frac{۲}{۵}$ است.

ب) هر فرد واکسن زده با احتمال ۰/۰۲۵ بیماری مسری را می‌گیرد و با احتمال $۱ - ۰/۰۲۵ = ۰/۹۷۵$ بیمار نمی‌شود.

ج) هر فردی که واکسن نزده باشد با احتمال ۰/۲ بیماری مسری را می‌گیرد و با احتمال $۱ - ۰/۲ = ۰/۸$ بیمار نمی‌شود.

گام دوم

با استفاده از نمودار درختی احتمال این‌که یک کارگر به بیماری مسری مبتلا شود را محاسبه می‌کنیم.



$$P(\text{انتقال بیماری به کارگر}) = P(\text{انتقال به واکسن زده}) + P(\text{انتقال به واکسن نزده}) = \left(\frac{۲}{۵}\times ۰/۰۲۵\right)$$
$$+\left(\frac{۳}{۵}\times ۰/۲\right) = ۰/۰۱ + ۰/۱۲ = ۰/۱۳$$

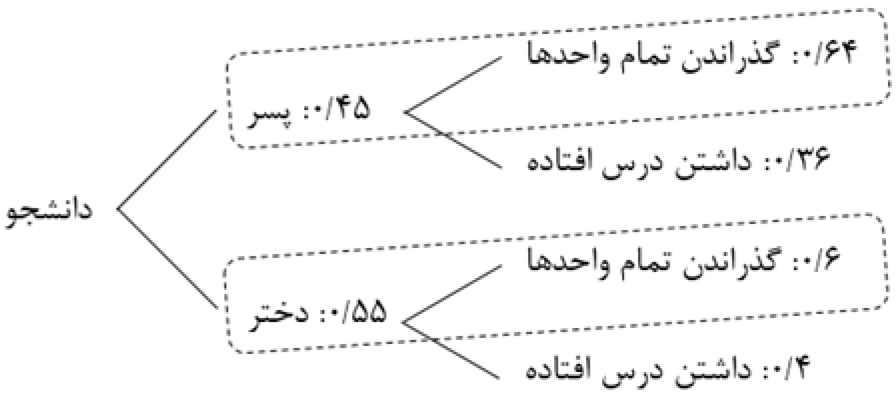
۵۴ **گزینه ۲**

گام اول

هر دانشجوی سال اول با احتمال ۰/۵۵ دختر است و با احتمال ۰/۴۵ پسر است. هر دانشجوی دختر با احتمال ۰/۶ تمام واحدهای درسی خود را گذرانده و با احتمال ۰/۶ درس افتاده دارد. همچنین هر دانشجوی پسر با احتمال ۰/۶۴ تمام واحدهای درسی خود را گذرانده و با احتمال ۰/۳۶ درس افتاده دارد.

گام دوم

با استفاده از نمودار درختی می‌توان احتمال این‌که هر دانشجو تمام واحد درسی خود را گذرانده باشد، را حساب کرد:



$$P(\text{گذراندن تمام واحدها}) = P(\text{پسر و گذراندن تمام واحدها}) + P(\text{دختر و گذراندن تمام واحدها})$$

$$= (۰/۴۵ \times ۰/۶۴) + (۰/۵۵ \times ۰/۶) = ۰/۶۱۸$$

بنابراین ۶۱/۸ درصد از دانشجویان تمام واحدهای درسی را گذرانده‌اند.

۵۵ گزینه ۲

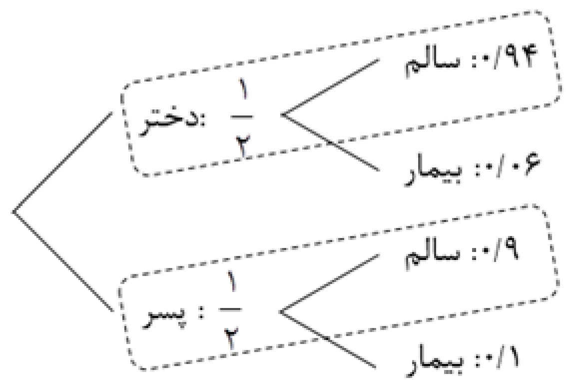
گام اول

الف) هر فرزند پسر با احتمال ۰/۱ بیماری ارثی از والدینش دریافت می‌کند و با احتمال ۰/۹ دریافت نمی‌کند و سالم است. به همین ترتیب هر فرزند دختر با احتمال ۰/۰۶ بیماری ارثی دریافت می‌کند و با احتمال ۰/۹۴ دریافت نمی‌کند و سالم است.

ب) به کلمه ندارد دقت کنید. احتمال سالم بودن فرزند به دنیا آمده را باید حساب کرد.

گام دوم

هر فرزند به دنیا آمده با احتمال $\frac{۱}{۲}$ دختر و با احتمال $\frac{۱}{۲}$ پسر است. دو حالت مطلوب وجود دارد: فرزند پسر و سالم باشد یا فرزند دختر و سالم باشد. با استفاده از نمودار درختی احتمال خواسته شده را محاسبه می‌کنیم.



$$P(\text{سالم بودن فرزند}) = P(\text{دختر و سالم}) + P(\text{پسر و سالم}) = \left(\frac{۱}{۲} \times ۰/۹۴\right) + \left(\frac{۱}{۲} \times ۰/۹\right) = ۰/۴۷ + ۰/۴۵$$
$$= ۰/۹۲ = \%۹۲$$

۵۶ گزینه ۲

گام اول

الف) احتمال مرغوب بودن هر کالا ۰/۷۵ و احتمال نامرغوب بودنش ۰/۲۵ است.

ب) هدف این است که از میان ۴ کالای خریداری شده حداقل یکی مرغوب باشد. پس می‌تواند یک کالا، دو کالا، سه کالا و یا هر چهار کالای خریداری شده مرغوب باشد.

گام دوم

برای حل تست از احتمال توزیع دو جمله‌ای استفاده می‌کنیم. پیروزی را مرغوب بودن کالا و شکست را نامرغوب بودن آن در نظر می‌گیریم. پس داریم: $q = ۰/۲۵$ و $p = ۰/۷۵$ و $n = ۴$.

به دلیل زمان‌گیر بودن حل معمولی تست از احتمال پیشامد متمم استفاده می‌کنیم، یعنی احتمال اینکه تمام کالاها نامرغوب باشد را محاسبه می‌کنیم. پیشامد متمم را با A' نشان می‌دهیم، بنابراین:

$$P(A') = P(\text{همگی نامرغوب باشند}) = \left(\frac{۲۵}{۱۰۰}\right)^۴ = \left(\frac{۱}{۴}\right)^۴ = \frac{۱}{۲۵۶}$$
$$P(A) = ۱ - P(A') = ۱ - \frac{۱}{۲۵۶} = \frac{۲۵۵}{۲۵۶}$$

۵۷ **گزینه ۴**

گام اول

آزمایش انجام شده چون فقط دو نتیجه دارد که متمم هم هستند پس دارای توزیع دو جمله‌ای است که $p=\frac{۳}{۴}$، $q=\frac{۱}{۴}$ و $n=۱۶$ است.

$P(۰\leq X\leq ۱۶)$ یعنی $P(X=۰)+P(X=۱)+...+P(X=۱۶)$

گام دوم

می‌دانیم در هر آزمایش تصادفی مجموع تمام مقادیر توزیع احتمال همواره برابر یک است. این تست نیز مجموع تمام مقادیر توزیع دو جمله‌ای را می‌خواهد، پس $P(۰\leq X\leq ۱۶)=۱$

۵۸ **گزینه ۲**

گام اول

الف) احتمال انتقال ویروس از فرد بیمار به فرد مستعد ۰/۱ و احتمال عدم انتقال آن $۰/۹=۰/۱-۱$ است. پس با تعریف انتقال ویروس به عنوان پیروزی با یک توزیع احتمالی دو جمله‌ای روبه‌رو هستیم.

ب) چون بیمار شدن دو نفر از چهار نفر مستعد و سه نفر از چهار نفر مستعد مستقل از یکدیگرند، پس آن‌چه قرار است محاسبه شود به صورت زیر خواهد بود:

P(مبتلا شدن دو یا سه نفر از چهار نفر) $=P$(مبتلا شدن دو نفر از چهار نفر) $+P$(مبتلا شدن سه نفر از چهار نفر)

گام دوم

بیمار شدن دو نفر از چهار نفر: $p=۰/۱,\ q=۰/۹,\ n=۴,\ x=۲$

$$P_۱=P(x=۲)=\binom{۴}{۲}(۰/۱)^۲(۰/۹)^۲=۶\times۰/۰۱\times۰/۸۱=۰/۰۴۸۶$$

بیمار شدن سه نفر از چهار نفر: $p=۰/۱,\ q=۰/۹,\ n=۴,\ x=۳$

$$P_۲=P(x=۳)=\binom{۴}{۳}(۰/۱)^۳(۰/۹)^۱=۴\times۰/۰۰۱\times۰/۹=۰/۰۰۳۶$$

P(مبتلا شدن دو یاسه نفر از چهار نفر) $=P_۱+P_۲=۰/۰۴۸۶+۰/۰۰۳۶=۰/۰۵۲۲$

@Maharate_Konkur

۵۹ گزینه ۴

گام اول

الف) هر بذر با احتمال ۰/۸ جوانه می‌زند و با احتمال ۰/۲ جوانه نمی‌زند.

ب) چون گفته شده لااقل دو بذر از سه بذر کاشته شده جوانه بزند پس باید احتمال جوانه زدن دو بذر از سه بذر یا سه بذر از سه بذر موجود محاسبه شود.

گام دوم

می‌توان مسأله را با استفاده از توزیع احتمالی دو جمله‌ای، با تعریف جوانه زدن به عنوان پیروزی حل کرد.

احتمال جوانه زدن دو بذر از سه بذر : $p = ۰/۸,\ q = ۰/۲,\ n = ۳,\ x = ۲$

$$P_1 = P(x = ۲) = \binom{۳}{۲}(۰/۸)^۲(۰/۲)^۱ = ۳ \times ۰/۶۴ \times ۰/۲ = ۰/۳۸۴$$

احتمال جوانه زدن سه بذر از سه بذر : $p = ۰/۸,\ q = ۰/۲,\ n = ۳,\ x = ۳$

$$P_2 = P(x = ۳) = \binom{۳}{۳}(۰/۸)^۳(۰/۲)^۰ = ۱ \times ۰/۵۱۲ \times ۱ = ۰/۵۱۲$$

$$P(\text{جوانه زدن لااقل دو بذر از سه بذر}) = P_1 + P_2 = ۰/۳۸۴ + ۰/۵۱۲ = ۰/۸۹۶$$

۶۰ گزینه ۱

گام اول

الف) احتمال این‌که فردی دارای گروه خونی A باشد ۰/۳ و احتمال این‌که نباشد ۰/۷ است.

ب) پیروزی را دارا بودن گروه خونی A و شکست را نداشتن این گروه خونی تعریف می‌کنیم. بنابراین:

$$p = ۰/۳,\ q = ۰/۷,\ n = ۳,\ k = ۲$$

گام دوم

با استفاده از توزیع احتمال دو جمله‌ای و با توجه به قسمت ب از گام اول، تست را حل می‌کنیم:

$$P(k = ۲) = \binom{۳}{۲}(۰/۳)^۲(۰/۷)^۱ = ۳ \times ۰/۰۹ \times ۰/۷ = ۰/۱۸۹$$

۶۱ گزینه ۱

گام اول

الف) احتمال این‌که واکسن تأثیر مثبت داشته باشد ۰/۹ و احتمال این‌که تأثیر مثبت نداشته باشد $۱ - ۰/۹ = ۰/۱$ است.

ب) از توزیع احتمال دو جمله‌ای استفاده می‌کنیم. پیروزی را تأثیر مثبت داشتن واکسن و شکست را تأثیر مثبت نداشتن آن تعریف می‌کنیم.

هدف پیدا کردن $P(k = ۳)$ است.

گام دوم

با توجه به توزیع احتمال دو جمله‌ای مسأله را چنین حل می‌کنیم:

$$p = ۰/۹,\ q = ۰/۱,\ n = ۵,\ k = ۳$$

$$P(k = ۳) = \binom{۵}{۳}(۰/۹)^۳(۰/۱)^۲ = ۱۰ \times ۰/۷۲۹ \times ۰/۰۱ = ۰/۰۷۲۹$$

۶۲ **گزینه ۳**

در حل تست به نکات زیر توجه داشته باشید:

الف) فرزندی که به دنیا می‌آید یا دختر است و یا پسر. پس در شرایط یکسان احتمال دختر یا پسر بودن $\frac{۱}{۲}$ است.

ب) می‌توان از توزیع دو جمله‌ای استفاده کرده و پیروزی را پسر بودن تعریف کنیم و یا این‌که فضای نمونه‌ای و پیشامد مطلوب را مشخص کنیم و با فرمول اولیه احتمال، آن‌چه خواسته شده را حساب کنیم.

روش اول:

با استفاده از توزیع احتمال دو جمله‌ای مسأله را چنین حل می‌کنیم:

$$p = \frac{۱}{۲},\ q = \frac{۱}{۲},\ n = ۴,\ k = ۲$$

$$P(k = ۲) = \binom{۴}{۲}\left(\frac{۱}{۲}\right)^{۲}\left(\frac{۱}{۲}\right)^{۲} = ۶ \times \frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{۴} = \frac{۶}{۱۶} = \frac{۳}{۸}$$

روش دوم:

چون خانواده چهار فرزند دارد پس اعضای فضای نمونه‌ای برابر است با:

$$n(S) = ۲^{۴} = ۱۶$$

پیشامد مطلوب را حالت‌هایی تعریف می‌کنیم که دو فرزند پسر و دو فرزند دختر باشد.

$$A = \{(\text{د، د، پ، پ}), (\text{پ، پ، د، د}), (\text{پ، د، پ، د}), (\text{د، پ، د، پ}), (\text{پ، د، د، پ}), (\text{د، پ، پ، د})\}$$

$$n(A) = ۶$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۶}{۱۶} = \frac{۳}{۸}$$

۶۳ **گزینه ۳**

گام اول

الف) احتمال این‌که فردی تحصیلات دانشگاهی داشته باشد $\frac{۲}{۳} = \frac{۳۰۰}{۴۵۰}$ و احتمال این‌که تحصیلات دانشگاهی نداشته باشد $۱ - \frac{۲}{۳} = \frac{۱}{۳}$ است.

ب) می‌توان از توزیع دوجمله‌ای استفاده کرده و پیروزی را داشتن تحصیلات دانشگاهی و شکست را نداشتن تحصیلات دانشگاهی تعریف کنیم. هدف حساب کردن $P(k = ۴)$ است.

گام دوم

داریم:

$$p = \frac{۲}{۳},\ q = \frac{۱}{۳},\ n = ۶,\ k = ۴$$

$$P(k = ۴) = \binom{۶}{۴}\left(\frac{۲}{۳}\right)^{۴}\left(\frac{۱}{۳}\right)^{۲} = ۱۵ \times \frac{۱۶}{۸۱} \times \frac{۱}{۹} = \frac{۸۰}{۲۴۳}$$

@Maharate_Konkur

۶۴ **گزینه ۳**

گام اول

الف) هر فرزند یا دارای ژن غالب B است یا ژن مغلوب b. بنابراین $P(b)+P(B)=1$. از طرفی $P(B)=3P(b)$ یعنی احتمال این‌که فرزند ژن غالب داشته باشد سه برابر احتمال این است که ژن مغلوب را داشته باشد.

ب) می‌توان با استفاده از توزیع دو جمله‌ای و تعریفِ داشتنِ ژن مغلوب به عنوان پیروزی، $P(k=1)$ را محاسبه کرد.

گام دوم

ابتدا از دو معادله $P(b)+P(B)=1$ و $P(B)=3P(b)$ مقدار $P(b)$ و $P(B)$ را حساب می‌کنیم.

$$P(B)+P(b)=1 \Rightarrow 3P(b)+P(b)=1 \Rightarrow 4P(b)=1 \Rightarrow P(b)=\frac{1}{4}$$

$$P(B)=3P(b)=3\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{4}$$

حالا با استفاده از توزیع دو جمله‌ای داریم:

$$p=\frac{1}{4},\ q=\frac{3}{4},\ n=3,\ k=1$$

$$P(k=1)=\binom{3}{1}\left(\frac{1}{4}\right)^1\left(\frac{3}{4}\right)^2=3\times\frac{1}{4}\times\frac{9}{16}=\frac{27}{64}$$

۶۵ **گزینه ۲**

گام اول

الف) احتمال انتقال بیماری $0/2$ و احتمال عدم انتقال بیماری $1-0/2=0/8$ است.

ب) انتقال بیماری را پیروزی تعریف می‌کنیم و با استفاده از توزیع دو جمله‌ای $P(k=3)$ را به دست می‌آوریم.

گام دوم

داریم:

$$p=0/2,\ q=0/8,\ n=5,\ k=3$$

$$P(k=3)=\binom{5}{3}(0/2)^3(0/8)^2=10\times 0/008\times 0/64=0/0512$$

۶۶ **گزینه ۲**

گام اول

الف) هر سؤال ۵ گزینه دارد که فقط یکی از آن‌ها درست است. پس احتمال این‌که دانش‌آموز به یک سؤال پاسخ صحیح بدهد $\frac{1}{5}$ و احتمال این‌که پاسخ صحیح ندهد $\frac{4}{5} = 1 - \frac{1}{5}$ است.

ب) از توزیع دو جمله‌ای استفاده می‌کنیم و پاسخ صحیح دادن را پیروزی تعریف می‌کنیم. چون کل سؤالات ۵ تا است، پس $n = 4$ بوده و $P(k=3)$ را حساب می‌کنیم.

گام دوم

داریم:

$$p = \frac{1}{5},\ q = \frac{4}{5},\ n = 5,\ k = 3$$

$$P(k=3) = \binom{5}{3}\left(\frac{1}{5}\right)^3\left(\frac{4}{5}\right)^2 = 10 \times \frac{1}{125} \times \frac{16}{25} = \frac{160}{3125} = 0/0512$$

۶۷ **گزینه ۲**

گام اول

الف) هر سؤال ۵ گزینه دارد که فقط یکی از آن‌ها درست است. پس احتمال این‌که دانش‌آموز به یک سؤال پاسخ صحیح بدهد $\frac{1}{5}$ و احتمال این‌که پاسخ صحیح ندهد $\frac{4}{5} = 1 - \frac{1}{5}$ است.

ب) از توزیع دو جمله‌ای استفاده می‌کنیم و پاسخ صحیح دادن را پیروزی تعریف می‌کنیم. هدف یافتن $P(k=1)$ است.

گام دوم

داریم:

$$p = \frac{1}{5},\ q = \frac{4}{5},\ n = 5,\ k = 1$$

$$P(k=1) = \binom{5}{1}\left(\frac{1}{5}\right)^1\left(\frac{4}{5}\right)^4 = 5 \times \frac{1}{5} \times \frac{256}{625} = \frac{256}{625} = 0/4096$$

۶۸ **گزینه ۳**

گام اول

در آزمایشگاه $۱۰ = ۶ + ۴$ موش وجود دارد که از بین آن‌ها فقط ۲ موش خارج می‌شود. پس X می‌تواند سه مقدار $X = ۰$ و $X = ۱$ و $X = ۲$ داشته باشد. هدف پیدا کردن بیشترین مقدار $P(X)$ به ازای مقدارهای مختلف X است.

گام دوم

$P(X = ۰)$ و $P(X = ۱)$ و $P(X = ۲)$ را محاسبه می‌کنیم. تعداد کل حالت‌هایی که می‌توان ۲ موش را از میان ۱۰ موش انتخاب کرد چنین به دست می‌آید:

$$n(S) = \binom{۱۰}{۲} = \frac{۱۰!}{۸!۲!} = \frac{۱۰ \times ۹}{۲} = ۴۵$$

$$P(X = ۰) = \frac{\binom{۴}{۰}\binom{۶}{۲}}{۴۵} = \frac{۱ \times ۱۵}{۴۵} = \frac{۱}{۳}$$

$$P(X = ۱) = \frac{\binom{۴}{۱}\binom{۶}{۱}}{۴۵} = \frac{۴ \times ۶}{۴۵} = \frac{۲۴}{۴۵} = \frac{۸}{۱۵}$$

$$P(X = ۲) = \frac{\binom{۴}{۲}\binom{۶}{۰}}{۴۵} = \frac{۶ \times ۱}{۴۵} = \frac{۶}{۴۵} = \frac{۲}{۱۵}$$

با توجه به مقادیر محاسبه شده، بیشترین مقدار توزیع به ازای $X = ۱$ به دست آمد. بنابراین $\frac{۸}{۱۵}$ پاسخ تست است.

۶۹ **گزینه ۲**

گام اول

الف) احتمال انتقال بیماری ۰/۲ و احتمال عدم انتقال بیماری $۰/۸ = ۰/۲ - ۱$ است.

ب) پیروزی را انتقال بیماری تعریف می‌کنیم و با استفاده از توزیع دو جمله‌ای $P(k = ۴)$ را به دست می‌آوریم.

گام دوم

داریم:

$$p = ۰/۲,\ q = ۰/۸,\ n = ۶,\ k = ۴$$

$$P(k = ۴) = \binom{۶}{۴}(۰/۲)^{۴}(۰/۸)^{۲} = ۱۵ \times ۰/۰۰۱۶ \times ۰/۶۴ = ۰/۰۱۵۳۶$$

۷۰ **گزینه ۳**

گام اول

الف) احتمال این‌که فردی به فروشگاه مراجعه و خرید کند $\frac{۶}{۱۰}$ و احتمال این‌که خرید نکند $\frac{۴}{۱۰} = \frac{۶}{۱۰} - ۱$ است.

ب) از توزیع دو جمله‌ای استفاده می‌کنیم. خریدار بودن را پیروزی تعریف می‌کنیم بنابراین $p = ۰/۶$ و $q = ۰/۴$ است. هدف محاسبه $P(k=۳)$ است.

گام دوم

داریم:

$$p = ۰/۶,\ q = ۰/۴,\ n = ۴,\ k = ۳$$

$$P(k=۳) = \binom{۴}{۳}(۰/۶)^۳(۰/۴)^۱ = ۴ \times ۰/۲۱۶ \times ۰/۴ = ۰/۳۴۵۶$$

۷۱ **گزینه ۱**

گام اول

الف) اگر بذری کاشته شود، با احتمال ۰/۸ جوانه می‌زند و با احتمال $۰/۲ = ۰/۸ - ۱$ جوانه نمی‌زند.

ب) چون گفته شده حداقل دو بذر از ۵ بذر کاشته شده جوانه بزند پس یعنی دو بذر، سه بذر، چهار بذر یا پنج بذر جوانه بزند.

گام دوم

به دلیل طولانی بودن محاسبه مستقیم پیشامد جوانه زدن حداقل دو بذر (A)، بهتر است پیشامد متمم A' را تعریف کنیم. A' یعنی یا هیچ بذری جوانه نزند یا فقط یک بذر جوانه بزند. با استفاده از توزیع دو جمله‌ای پیروزی را جوانه زدن بذر تعریف می‌کنیم.

$$P(A') = P(k=۰) + P(k=۱) = \binom{۵}{۰}(۰/۸)^۰(۰/۲)^۵ + \binom{۵}{۱}(۰/۸)^۱(۰/۲)^۴ = ۱ \times ۱ \times ۰/۰۰۰۳۲ + ۵$$
$$\times ۰/۸ \times ۰/۰۰۱۶ = ۰/۰۰۰۳۲ + ۰/۰۰۶۴ = ۰/۰۰۶۷۲$$

می‌دانیم $P(A) = ۱ - P(A')$ پس:

$$P(A) = ۱ - ۰/۰۰۶۷۲ = ۰/۹۹۳۲۸$$

۷۲ **گزینه ۴**

گام اول

الف) احتمال این‌که هر یک از کارگران بومی باشد ۰/۶ و احتمال این‌که بومی نباشد $۰/۴ = ۰/۶ - ۱$ است.

ب) از توزیع دو جمله‌ای استفاده کرده و بومی بودن را پیروزی تعریف می‌کنیم. هدف محاسبه $P(k=۳)$ است.

گام دوم

داریم:

$$p = ۰/۶,\ q = ۰/۴,\ n = ۴,\ k = ۳$$

$$P(k=۳) = \binom{۴}{۳}(۰/۶)^۳(۰/۴)^۱ = ۴ \times ۰/۲۱۶ \times ۰/۴ = ۰/۳۴۵۶$$

۷۳ **گزینه ۴**

گام اول

الف) هر سؤال سه گزینه دارد که فقـط یکی از آن‌ها درست است پس احتمال این‌که به یک سؤال پاسـخ درست داده شود $\frac{۱}{۳}$ و احتمال این‌که پاسخ درست ندهد $\frac{۲}{۳} = \frac{۱}{۳} - ۱$ است.

ب) از توزیع دو جمله‌ای استفاده کرده و پاسخ درست دادن را پیروزی تعریف می‌کنیم. هدف محاسبه $P(k=۴)$ است.

گام دوم

داریم:

$$p=\frac{۱}{۳},\ q=\frac{۲}{۳},\ n=۶,\ k=۴$$

$$P(k=۴)=\binom{۶}{۴}\left(\frac{۱}{۳}\right)^{۴}\left(\frac{۲}{۳}\right)^{۲}=۱۵\times\frac{۱}{۸۱}\times\frac{۴}{۹}=\frac{۶۰}{۷۲۹}=\frac{۲۰}{۲۴۳}$$

۷۴ **گزینه ۴**

گام اول

الف) هر نوزاد متولد شده یا دختر است و یا پسـر و چون احتمال دختر و پسر بودن برابر است پس نوزاد متولد شده با احتمال $\frac{۱}{۲}$ دختر است و با احتمال $\frac{۱}{۲}$ پسر است.

ب) گفته شـده لااقل دو تا از نوزادان دختر باشـد پس متمم آن این است که یا هیچ کدام از نوزادان دختر نباشد یا فقط یک نوزاد دختر داشـته باشیم.

گام دوم

از توزیع دو جمله‌ای استفاده می‌کنیم به طوری که دختر بودن پیروزی تعریف شود، یعنی $p=\frac{۱}{۲}$ و $q=\frac{۱}{۲}$.
$n=۵$ است و احتمال پیشامد متمم A' به ازای $k=۰$ و $k=۱$ چنین محاسبه می‌شود:

$$P(A')=P(k=۰)+P(k=۱)=\binom{۵}{۰}\left(\frac{۱}{۲}\right)^{۰}\left(\frac{۱}{۲}\right)^{۵}+\binom{۵}{۱}\left(\frac{۱}{۲}\right)^{۱}\left(\frac{۱}{۲}\right)^{۴}=۱\times۱\times\frac{۱}{۳۲}+۵\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۱۶}=\frac{۱}{۳۲}+\frac{۵}{۳۲}=\frac{۶}{۳۲}=\frac{۳}{۱۶}$$

احتمال پیشامد A یعنی احتمال این‌که لااقل دو تا از نوزادان دختر باشد نیز برابر است با:

$$P(A)=P\left(\text{لااقل دو دختر}\right)=۱-P(A')=۱-\frac{۳}{۱۶}=\frac{۱۳}{۱۶}$$

۷۵ گزینه ۳

گام اول

به طور کلی $۱۰ = ۵ + ۲ + ۳$ مهره در جعبه وجود دارد که دو تـا از آن بیرون می‌آوریم. همرنـگ بودن دو مهره یعنی یـا هر دو آبی، یا هر دو سیاه و یا هر دو قرمز باشند. احتمال همرنگ نبودن را خواسته‌اند پس می‌توان از احتمال پیشامد متمم استفاده کرد.

گام دوم

پیشامد متمم به صورت احتمال همرنگ بودن دو مهره خواهد بود، یعنی:

$$P(\text{همرنگ بودن}) = P(\text{هردو آبی}) + P(\text{هردو سیاه}) + P(\text{هردو قرمز}) = \frac{\binom{۳}{۲}}{\binom{۱۰}{۲}} + \frac{\binom{۲}{۲}}{\binom{۱۰}{۲}} + \frac{\binom{۵}{۲}}{\binom{۱۰}{۲}} = \frac{۳}{۴۵} + \frac{۱}{۴۵} + \frac{۱۰}{۴۵} = \frac{۱۴}{۴۵}$$

$$P(\text{غیرهمرنگ بودن}) = ۱ - P(\text{دو مهره همرنگ}) = ۱ - \frac{۱۴}{۴۵} = \frac{۳۱}{۴۵}$$

۷۶ گزینه ۲

گام اول

الف) در پرتاب یک تاس ۳ عدد زوج و ۳ عدد فرد داریم. پس احتمال زوج آمدن یا فرد آمدن در پرتاب تاس $\frac{۱}{۲}$ است.

ب) احتمال موفقیت در تیراندازی $\frac{۲}{۳}$ و احتمال شکست $\frac{۱}{۳} = \frac{۲}{۳} - ۱$ است.

ج) دو حالت ممکن است اتفاق بیفتد.

۱) تاس زوج بیاید و در ۴ بار تیراندازی به ۲ موفقیت برسیم.

۲) تاس فرد بیاید و در ۳ بار تیراندازی به ۲ موفقیت برسیم.

گام دوم

احتمال دو حالت ذکر شده در قسـمت ج از گام اول را محاسـبه می‌کنیم. احتمال کل، مجموع دو احتمال خواهد بود. برای محاسبه احتمال ۲ بار موفقیت در میان ۳ یا ۴ بار تیراندازی از توزیع دو جمله‌ای استفاده می‌کنیم.

$$P(\text{زوج و دوبار موفقیت}) = P(\text{زوج}) \times P(\text{دوبار موفقیت در چهار پرتاب}) = \frac{۱}{۲} \times \binom{۴}{۲} \left(\frac{۲}{۳}\right)^۲ \left(\frac{۱}{۳}\right)^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۶ \times \frac{۴}{۹} \times \frac{۱}{۹} = \frac{۴}{۲۷}$$

$$P(\text{فرد و دوبار موفقیت}) = P(\text{فرد}) \times P(\text{دوبار موفقیت در سه پرتاب}) = \frac{۱}{۲} \times \binom{۳}{۲} \left(\frac{۲}{۳}\right)^۲ \left(\frac{۱}{۳}\right)^۱ = \frac{۱}{۲} \times ۳ \times \frac{۴}{۹} \times \frac{۱}{۳} = \frac{۲}{۹}$$

$$P_{\text{کل}} = P(\text{فرد و دوبار موفقیت}) + P(\text{زوج و دوبار موفقیت}) = \frac{۲}{۹} + \frac{۴}{۲۷} = \frac{۶+۴}{۲۷} = \frac{۱۰}{۲۷}$$

۷۷ **گزینه ۴**

گام اول

الف) یک دانه با احتمال $\frac{۲}{۳}$ جوانه می‌زند و با احتمال $\frac{۱}{۳}$ جوانه نمی‌زند ($q = \frac{۱}{۳}\ ,\ p = \frac{۲}{۳}$).

ب) حداقل سه دانه از بین ۴ دانه جوانه بزند؛ یعنی یا سه دانه از میان چهار دانه یا چهار دانه از میان چهار دانه، جوانه بزند.

گام دوم

با استفاده از توزیع دوجمله‌ای سؤال را حل می‌کنیم:

$$P(\text{جوانه زدن حداقل ۳ دانه}) = \binom{۴}{۳}\left(\frac{۲}{۳}\right)^{۳}\left(\frac{۱}{۳}\right)^{۱} + \binom{۴}{۴}\left(\frac{۲}{۳}\right)^{۴}\left(\frac{۱}{۳}\right)^{۰} = ۴ \times \frac{۸}{۸۱} + \frac{۱۶}{۸۱} = \frac{۳۲}{۸۱} + \frac{۱۶}{۸۱} = \frac{۴۸}{۸۱}$$
$$= \frac{۱۶}{۲۷}$$

۷۸ **گزینه ۴**

از دستور توزیع دو جمله‌ای استفاده می‌کنیم، اگر k بار پیشامد مطلوب رخ دهد، داریم:

$$P(k) = \binom{n}{k} p^{k}(۱-p)^{n-k} \Rightarrow \begin{cases} P(۴) = \binom{۶}{۴}\left(\frac{۳}{۴}\right)^{۴}\left(۱-\frac{۳}{۴}\right)^{۲} = \frac{۶!}{۴! \times ۲!} \times \left(\frac{۳}{۴}\right)^{۴}\left(\frac{۱}{۴}\right)^{۲} \\ P(۳) = \binom{۶}{۳}\left(\frac{۳}{۴}\right)^{۳}\left(۱-\frac{۳}{۴}\right)^{۳} = \frac{۶!}{۳! \times ۳!} \times \left(\frac{۳}{۴}\right)^{۳}\left(\frac{۱}{۴}\right)^{۳} \end{cases}$$

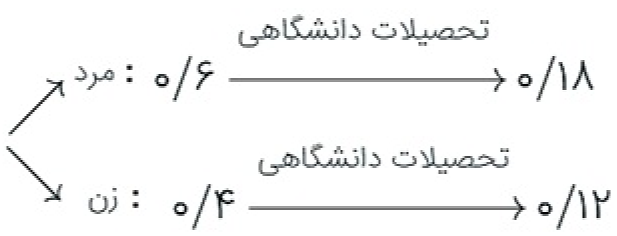
$$\Rightarrow \frac{P(۴)}{P(۳)} = \frac{\frac{۶!}{۴!\times ۲!}\times\left(\frac{۳}{۴}\right)^{۴}\left(\frac{۱}{۴}\right)^{۲}}{\frac{۶!}{۳!\times ۳!}\times\left(\frac{۳}{۴}\right)^{۳}\left(\frac{۱}{۴}\right)^{۳}} = \frac{۱۵\times ۳}{۲۰} = \frac{۹}{۴}$$

۷۹ **گزینه ۲**

گام اول

فرد تحصیل‌کرده می‌تواند زن با تحصیلات دانشگاهی یا مرد با تحصیلات دانشگاهی باشد. برای حل سؤال از قانون احتمال کل (نمودار درختی) استفاده می‌کنیم.

گام دوم



$$P(\text{تحصیلات دانشگاهی}) = (۰/۶ \times ۰/۱۸) + (۰/۴ \times ۰/۱۲) = ۰/۱۰۸ + ۰/۰۴۸$$
$$= ۰/۱۵۶ \Rightarrow P(\text{تحصیلات دانشگاهی}) = \%۱۵/۶$$

۸۰ **گزینه ۱**

گام اول

سؤال را با استفاده از روابط توزیع دوجمله‌ای حل می‌کنیم. احتمال پیروزی در این تست $\frac{۱}{۴}$ و احتمال شکست (غلط جواب دادن تست) برابر $\frac{۳}{۴}$ است.

گام دوم

$$P(x=۳)=\binom{۶}{۳}\left(\frac{۱}{۴}\right)^{۳}\left(\frac{۳}{۴}\right)^{۳}=۲۰\times\frac{۱}{۶۴}\times\frac{۲۷}{۶۴}=\frac{۱۳۵}{۱۰۲۴}$$

۸۱ **گزینه ۳**

$$P\,(\text{دو مهرهٔ همرنگ})=P(\text{دو مهرهٔ سفید و یک مهرهٔ غیر از سفید})+P(\text{دو مهرهٔ سیاه و یک مهرهٔ غیر از سیاه})$$
$$+P(\text{دو مهرهٔ قرمز و یک مهرهٔ غیر از قرمز})$$

$$=\frac{\binom{۵}{۲}\binom{۵}{۱}+\binom{۳}{۲}\binom{۷}{۱}+\binom{۲}{۲}\binom{۸}{۱}}{\binom{۱۰}{۳}}=\frac{۵۰+۲۱+۸}{۱۲۰}=\frac{۷۹}{۱۲۰}$$

۸۲ **گزینه ۳**

راه‌حل اول:

چون دو پیشامد A و B مستقل هستند، بنابراین داریم:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A).P(B)=\frac{۸۴}{۱۰۰}+\frac{۷۵}{۱۰۰}-\left(\frac{۸۴}{۱۰۰}\times\frac{۷۵}{۱۰۰}\right)=۰/۹۶$$

راه‌حل دوم:

هرگاه در مسائل احتمال لااقل یکی داشتیم از متمم استفاده می‌کنیم (C' : احتمال اینکه هیچ‌کدام قبول نشوند):

$$P(C')=\frac{۱۶}{۱۰۰}\times\frac{۲۵}{۱۰۰}=\frac{۴}{۱۰۰}\Rightarrow P(C)=۱-\frac{۴}{۱۰۰}=\frac{۹۶}{۱۰۰}$$

۸۳ **گزینه ۱**

با استفاده از احتمال توزیع دوجمله‌ای داریم:

$$n=۴\ ,\ p=\frac{۱}{۴}\ ,\ ۱-p=\frac{۳}{۴}$$
$$P(x=k)=\binom{n}{k}p^{k}(۱-p)^{n-k}$$
$$P(x=۳)=\binom{۴}{۳}\times\left(\frac{۱}{۴}\right)^{۳}\times\left(\frac{۳}{۴}\right)^{۱}=\frac{۳}{۶۴}$$

۸۴ **گزینه ۲**

نکته:

$$P(A|B)=\frac{P(A\bigcap B)}{P(B)}$$

نکته:

$$A'\bigcap B=B\bigcap A'=B-A=B-(A\bigcap B)$$

ابتدا مقدار $P(A'|B)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$P(A'|B)=\frac{P(A'\bigcap B)}{P(B)}=\frac{P(B-A)}{P(B)}=\frac{P(B)-P(A\bigcap B)}{P(B)}=۱-\frac{P(A\bigcap B)}{P(B)}=۱-P(A|B)=۱-\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۴}$$

بنابراین:

$$\frac{P(A'|B)}{P(A|B)}=\frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۱}{۴}}=۳$$

۸۵ **گزینه ۳**

نکته: اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، آنگاه $P(A\bigcap B)=P(A).P(B)$.

نکته: $P(A\bigcup B)=P(A)+A(B)-P(A\bigcap B)$

نکته: $P(A')=۱-P(A)$

$$P(A)=۱-P(A')=۱-\frac{۲}{۳}=\frac{۱}{۳}\ ,\ P(B)=۱-P(B')=۱-\frac{۳}{۴}=\frac{۱}{۴}$$

اکنون با توجه به مستقل بودن پیشامدهای A و B داریم:

$$P(A\bigcap B)=P(A).P(B)=\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۴}=\frac{۱}{۱۲}$$

$$P(A\bigcup B)=P(A)+P(B)-P(A\bigcap B)=\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۱۲}=\frac{۱}{۲}$$

بنابراین:

$$\frac{P(A\bigcup B)}{P(A\bigcap B)}=\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۱۲}}=۶$$

۸۶ **گزینه ۳**

نکته: تعداد زیرمجموعه های k عضوی از یک مجموعهٔ n عضوی برابر است با:

$$\binom{n}{k}$$

نکته: تعداد زیرمجموعه های k عضوی از یک مجموعهٔ n عضوی که فاقد r عضو مشخص باشد، برابر است با:

$$\binom{n-r}{k}$$

تعداد زیرمجموعه های ۳ عضوی مجموعهٔ A برابر است با:

$$n(S)=\binom{۱۰}{۳}=۱۲۰$$

تعداد زیرمجموعه های ۳ عضوی مجموعهٔ A که فاقد عدد ۱ هستند برابر است با:

$$n(B)=\binom{۱۰-۱}{۳}=\binom{۹}{۳}=۸۴$$

بنابراین:

$$P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{۸۴}{۱۲۰}=\frac{۷\times۱۲}{۱۰\times۱۲}=۰/۷$$

۸۷ **گزینه ۴**

نکته: در یک خانوادهٔ n فرزندی، احتمال اینکه تعداد فرزندان دختر (پسر) برابر k باشد، عبارت است از:

$$\frac{\binom{n}{k}}{۲^n}$$

$$P(X=۳)=P(\text{سه فرزند دختر})=\frac{\binom{۴}{۳}}{۲^۴}=\frac{۴}{۱۶}=\frac{۱}{۴}$$

۸۸ **گزینه ۴**

نکته: اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، آنگاه $P(A\bigcap B)=P(A).P(B)$

احتمال منفی بودن RH خون هر فرزند برابر است با:

$$۰/۴\times۰/۴=۰/۱۶$$

اکنون با توجه به مستقل بودن وضعیت RH در هر فرزند، می توان نوشت:

$$P(\text{منفی بودن }RH\text{ هر دو فرزند})=P(\text{منفی بودن }RH\text{ فرزند اول})\times P(\text{منفی بودن }RH\text{ فرزند دوم})=۰/۱۶\times۰/۱۶$$
$$=۰/۰۲۵۶$$

۸۹ **گزینه ۲**

نکته: $P(A|B)=\frac{P(A\bigcap B)}{P(B)}$

با استفاده از نکتهٔ فوق، داریم:

$$\begin{cases} P(A|B')=\frac{P(A\bigcap B')}{P(B')}=\frac{۳}{۵} \\ P(B'|A)=\frac{P(B'\bigcap A)}{P(A)}=\frac{۵}{۷} \end{cases} \Rightarrow \frac{\frac{P(A\bigcap B')}{P(B')}}{\frac{P(B'\bigcap A)}{P(A)}}=\frac{P(A)}{P(B')}=\frac{\frac{۳}{۵}}{\frac{۵}{۷}}=\frac{۲۱}{۲۵}(*)$$

بنابراین:

$$\frac{۱-P(A')}{۱-P(B)}=\frac{P(A)}{P(B')}\overset{(*)}{=}\frac{۲۱}{۲۵}=۰/۸۴$$

۹۰ **گزینه ۱**

ابتدا توجه کنید که تعداد اعضای فضای نمونه ای برابر است با:

$$n(S)=\underbrace{۶}_{\text{تاس اول}}\times\overbrace{۵}^{\text{تاس دوم}}\times\underbrace{۴}_{\text{تاس سوم}}=۱۲۰$$

اگر پیشامد اینکه "هر سه عدد کمتر از ۵ باشند" را با A نشان دهیم، داریم:

$$A=\left\{\underbrace{(۱,۲,۳)}_{\text{۳! حالت جایگشت دارد}},\underbrace{(۱,۲,۴)}_{\text{۳! حالت جایگشت دارد}},\underbrace{(۲,۳,۴)}_{\text{۳! حالت جایگشت دارد}},\underbrace{(۱,۳,۴)}_{\text{۳! حالت جایگشت دارد}}\right\}$$

$$\Rightarrow n(A)=۴\times۳!=۲۴$$

بنابراین:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۲۴}{۱۲۰}=\frac{۱}{۵}$$

۹۱ **گزینه ۲**

کلاً $n(S)=۸$ حالت داریم و احتمال پیشامد $A=\{۳,۵,۷\}$ (فرد و اول) را می‌خواهیم. پس $n(A)=۳$ و درنتیجه:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۳}{۸}$$

۹۲ **گزینه ۳**

نکته: احتمال آنکه خانواده‌ای با n فرزند، دارای k فرزند پسر (دختر) باشد، برابر است با:

$$\frac{\binom{n}{k}}{۲^n}$$

باتوجه‌به فرض، بایـد احتمال این را که تعداد فرزندان دختر این خانواده برابر با ۳ یا ۴ باشد، به دست بیاوریم که باتوجه‌به نکتهٔ بالا برابر اسـت با:

$$\frac{\binom{۵}{۳}+\binom{۵}{۴}}{۲^۵}=\frac{۱۰+۵}{۲^۵}=\frac{۱۵}{۳۲}$$

۹۳ **گزینه ۳**

نکته (احتمال شرطی):

$$P(A|B)=\frac{P(A\bigcap B)}{P(B)}$$

A: مهرهٔ اول سفید باشد.

B: مهرهٔ دوم سفید باشد.

$$P(A|B)=\frac{P(A\bigcap B)}{P(B)}=\frac{\frac{۴}{۱۰}\times\frac{۳}{۹}}{\frac{۴}{۱۰}\times\frac{۳}{۹}+\frac{۶}{۱۰}\times\frac{۴}{۹}}=\frac{\frac{۱۲}{۹۰}}{\frac{۱۲}{۹۰}+\frac{۲۴}{۹۰}}=\frac{۱۲}{۳۶}=\frac{۱}{۳}$$

۹۴ **گزینه ۱**

نکته: اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، داریم:

$$P(A\bigcap B)=P(A)P(B)\ ,\ P(A|B)=P(A)\ ,\ P(B|A)=P(B)$$

نکته:

$$P(A\bigcup B)=P(A)+P(B)-P(A\bigcap B)$$

$$P(A|B)+P(B|A)=\frac{۱}{۲}\Rightarrow P(A)+P(B)=\frac{۱}{۲}\qquad (*)$$

$$P(A\bigcup B)=P(A)+P(B)-P(A\bigcap B)$$

$$\xrightarrow{(*)}P(A\bigcup B)=\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۲۴}=\frac{۱۲}{۲۴}-\frac{۱}{۲۴}=\frac{۱۱}{۲۴}$$

۹۵ **گزینه ۳**

تعداد اعضای فضای نمونه‌ای برابر است با: $n(S)=۶^۴$

ازطرفی تعداد حالت‌هایی که اعداد تاس‌ها متمایز و مخالف ۶ هستند، برابر است با:

$$n(A)=\overset{\text{تاس اول}}{۵}\times\underset{\text{تاس دوم}}{۴}\times\overset{\text{تاس سوم}}{۳}\times\underset{\text{تاس چهارم}}{۲}$$

پس احتمال رخ دادن پیشامد موردنظر برابر است با:

$$P(A)=\frac{۵\times۴\times۳\times۲}{۶^۴}=\frac{۵\times۴}{۶^۳}=\frac{۵}{۶\times۹}=\frac{۵}{۵۴}$$

۹۶ **گزینه ۳**

احتمال برنده شدن هریک $\frac{۱}{۶}$ و احتمال بازنده شدن هریک $\frac{۵}{۶}$ است.

احتمال آنکه مریم در دست دوم برنده شود، برابر است با:

$$\underbrace{\frac{۵}{۶}}_{\text{مریم}} \times \overbrace{\frac{۵}{۶}}^{\text{روناک}} \times \underbrace{\frac{۱}{۶}}_{\text{مریم}} = \frac{۲۵}{۶^۳}$$

احتمال آنکه روناک در دست دوم برنده شود، برابر است با:

$$\underbrace{\frac{۵}{۶}}_{\text{مریم}} \times \overbrace{\frac{۵}{۶}}^{\text{روناک}} \times \underbrace{\frac{۵}{۶}}_{\text{مریم}} \times \overbrace{\frac{۱}{۶}}^{\text{روناک}} = \frac{۱۲۵}{۶^۴}$$

پس احتمال پیشامد موردنظر برابر است با:

$$\frac{۲۵}{۶^۳} + \frac{۱۲۵}{۶^۴} = \frac{۲۷۵}{۶^۴}$$

۹۷ **گزینه ۴**

تعداد جایگشت‌های ۷ حرفی کلمهٔ "compute" که با حرف "c" شروع می‌شوند برابر است با:

$$\underset{c}{\underline{۱}}\ \underline{۶}\ \underline{۵}\ \underline{۴}\ \underline{۳}\ \underline{۲}\ \underline{۱} \qquad n(S) = ۱ \times ۶! = ۶!$$

تعداد جایگشت‌های ۷ حرفی کلمهٔ "compute" که با حرف "c" شروع شوند و چهارمین حرف آن "t" باشد برابر است با:

$$\underset{c}{\underline{۱}}\ \underline{۵}\ \underline{۴}\ \underset{t}{\underline{۱}}\ \underline{۳}\ \underline{۲}\ \underline{۱} \qquad n(A) = ۱ \times ۵! = ۵!$$

پس احتمال پیشامد موردنظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{۵!}{۶!} = \frac{۱}{۶}$$

۹۸ **گزینه ۴**

تعداد حالت‌های فضای نمونه‌ای برابر است با:

$$n(S) = \binom{۱۲}{۳} = ۲۲۰$$

برای اینکه هیچ دو دانش‌آموزی از یک نیمکت انتخاب نشوند، داریم:

$$n(A) = \binom{۶}{۳} \times ۲^۳ = ۱۶۰$$

پس احتمال موردنظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{۱۶۰}{۲۲۰} = \frac{۸}{۱۱}$$

۹۹ **گزینه ۳**

در حالتی که حداقل یک موش سیاه است، حالت‌های زیر می‌تواند رخ دهد (B):

شماره حالت	سفید	سیاه
۱	۳	۱
۲	۲	۲
۳	۱	۳

پیشامد اینکه حداکثر ۲ موش سیاه بیرون بیاید را A در نظر می‌گیریم. برای اینکه حداکثر ۲ موش هم سیاه باشد $(A\bigcap B)$ حالت شمارهٔ ۳ حذف می‌شود، پس:

$$\Rightarrow P(A|B)=\frac{n(A\bigcap B)}{n(B)}$$

$$P(A|B)=\frac{\binom{5}{2}\binom{3}{2}+\binom{3}{1}\binom{5}{3}}{\binom{5}{3}\binom{3}{1}+\binom{5}{2}\binom{3}{2}+\binom{5}{1}\binom{3}{3}}=\frac{30+30}{30+30+5}=\frac{60}{65}=\frac{12}{13}$$

۱۰۰ **گزینه ۴**

برای حساب کردن متمم آن باید احتمال یکسان نشدن RH را در نظر بگیریم:

$$\underbrace{0/16}_{\substack{\text{منفی}\\ \text{فرزند ۱}}}\times\underbrace{0/16}_{\substack{\text{منفی}\\ \text{فرزند ۲}}}\times\underbrace{0/84}_{\substack{\text{مثبت}\\ \text{فرزند ۳}}}+\underbrace{0/84}_{\substack{\text{مثبت}\\ \text{فرزند ۱}}}\times\underbrace{0/84}_{\substack{\text{مثبت}\\ \text{فرزند ۲}}}\times\underbrace{0/16}_{\substack{\text{منفی}\\ \text{فرزند ۳}}}$$

$$=0/16\times 0/84(0/84+0/16)=0/16\times 0/84=0/1344$$

احتمال موردنظر برابر است با:

$$P(A)=1-0/1344=0/8656$$

@Maharate_Konkur